NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
7 N
18

M

Ex Bibliotheca
majori Coll. Rom.
Societ. Jesu

54
E
46

54.
f
51.

14-23. D. 12

STEREOMETRIÆ INANIVM NOVA ET FACILIS RATIO,

GEOMETRICIS DEMONSTRATIO-nibus confirmata : & neceſſariis obſcuriorum quorundam delineationibus illuſtrata:

QVA CORPORVM REGVLARIVM OMNI-VM, TAM RECTILINEORVM QVAM CVRVILINEO-rum capacitates promtiſſime explorantur.

Auctore

IOHANNE-HARTMANNO BEYERO, REI-publicæ Francofurtenſis Medico.



FRANCOFVRTI,

In Officina Paltheniana, Impenſis Ionæ Rhodii.

ANNO M. DC. III.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ILLVSTRISSIMO PRINCIPI AC DOMINO, DOMINO MAVRITIO, HASSIÆ LANDGRAVIO, &c. Comiti Cattinelιboci, Dietzii, Ziegenhani, & Niddæ, &c. Principi ac Domino ſuo clementiſſimo.

SOC. IESV. ROMÆ

METricæ partem illam ſcientię, quæ ſolidorum dimenſiones conſiderat, Princeps Illuſtriſſime, Domine Clementiſſime, ignoratam a Græcis olim & neglectam hoſpes Athenienſis apud Platonem, ſeptimo de legum inſtitutione dialogo, conqueritur: & ἄνοιαν hanc mentiſque cœcitatem, ſuillo pecori condonandam, libero autem homine prorſus indignam, ridet ac deteſtatur. Qua Philoſophi grauiſſimi auctoritate permoti in Græcia quamplurimi, Stereometriam inde luculenter ſatis tractare colereque cœperunt. Idem poſtea ſtudium Latio quoque, Galliis, & Germaniæ cordi curæque fuit: ita vt omnis corporaturam metiēdi ratio, variis editis monimentis, adeo nunc

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

ſit perfectè ac ſufficienter explanata, nihil vt adiungi amplius poſſe videatur.

Licet vero ita hæc comparata ſint: Stereometricas tamen haſce meas commẽtatiunculas ſuperuacaneas aut inutiles minime iudicabit, qui recte candideque totum expendere negotium voluerit.

Etenim a Geodæſia illa, qua corporum cubica ſoliditas abſolute perquiritur, non leuiter fluidorum, ſeu inanitatum potius a fluidis occupatarum, diſſidet μέτρησις, præſenti opuſculo explicanda. Illa quippe, regula fortuito, ſed æquabiliter, cubi alicuius latere ſecta, dati corporis dimenſiones metitur, lateraque inuicem multiplicãdo cubos numerat ſpatiũ propoſitum conſtituentes ſeu complentes. Iſta, vt certa aliqua liquoris quantitate, ceu minima menſura, regularium vaſorum capacitatem definire queat, figuræ vaſis dimetiendi regulam ſegmẽtis homogeneam priuatim accommodet, neceſſe habet.

Cum igitur liquidorum hæc Geodæſia, ac præſertim inſtrumentorum ei deſeruientium fabrica, communibus artis metiendi præceptis non contineatur: merito ea ſpeciatim heic meditanda docendaque fuit.

Id quod eiuſdem quoq; flagitare tum eximia vtilitas, tum deprauatio quæ ſubrepſit multiplex, viſa eſt. Quãuis enim vtriuſq; Stereometriæ fructus omnino ſit nobiliſſimus: liquidorum tamen hæc maiorem fere quam ſolidorum humanis vſibus præſtare commoditatem deprehenditur. Nam eius ope lacuum, foſſarum, puteorum, vrnarum, poculorum, immo vaſorum & corporum regulariter figuratorum omnium capacitates facillime & expeditiſſime inueniuntur. Illuſtris autem potiſſimum in cupis vinariis dimetiendis eius eſt vtilitas: quarum feſtinam plerumq; Geodæſiam, hoc artificio inſtituendam, œnopolæ deſiderant; moleſto adimpletionis examini haud vacantes.

Et quoniā hactenus ſolis fere idiotis ac in re literaria parum verſatis hoc fuit Pithometriæ munus concreditum: horum ignorantia diuerſi generis pſeudographemata, plurimosq; in praxi errores inuectos, geometricæ demonſtrationis vix vllo apparente veſtigio, experimur.

Quamobrem his impulſus cauſſis, vaſorum liquoribus capiendis dicatorum vniuerſam Stereometriam ad genuina fundamenta reuocare, logicis legibus iudicare, methodice digerere, & ſic Geometriæ partem hanc præſtantiſsimam, abſterſis ſublatiſq; maculis, priſtino ſuo nitori ac integritati reſtituere, pro virium tenuitate conatus ſum.

Qua in re quid præſtiterim, res loquetur: æſtimabit vero Celſ. Tua Illuſtriſſima, ſingulari & rara mathematum cognitione inſtructiſſima. Eam igitur, vt labores meos, boni publici cauſſa typis datos, clementer ſuſcipiat, proque auctoritate ſua ab inuidorum morſibus vindicet,

cet, humilime oro. Extremum, Celſit^m T^m Illuſtriſſimam Germaniæ noſtræ quam diutiſsime incolumem ac florentem ſeruari, eiuſque cepta omnia feliciter a Iehoua TRINO & VNO dirigi proſperarique, toto precor pectore. Francofurti ad Mœnum. Prid. Id. Septembr. Ann. M.DC.III.

Illuſtriſ. Celſ. T.

ſubiectiſsimus

Iohannes-Hartmannus Beyer:
Francofurtenſis.

INDEX CAPITVM

COMPENDII STEREO-METRICI AD TYRONES.

CAP. I. *De notatione numerorum ſtereometricorum tum integrorum tum ſcrupulorũ denaria ſectione ἀναλόγως continuatorum.* Pag. 1.

2. *De additione, ſubtractione, & multiplicatione ſtereometrica, priuatim heic addiſcenda.* 2.

3. *Fabrica regulæ cubimetricæ artificioſæ, pro vſu reipublicæ Francofurtenſis: e ſectione vlnæ Francofurtenſis in pollices pedis geometrici.* 4.

4 *De cuborum pollicarium, ſiue ſoliditatis cubicæ ad menſuras reductione.* 10.

5. *De vſu cubimetricæ regulæ ad ſoliditatem vaſorum rectangulorum inueniendum, nimirum de ſtereometria priſmatis recti rectanguli, ſeu parallelepipedi, cubici & oblongi.* 11.

6. *De vſu cubimetricæ ad inueniendum ſoliditatem vaſorum non vndiquaque rectangulorum, ſed tamen regularium. Et primum de ſtereometria priſmatis recti pentaedri: cui ſcilicet baſes ſunt triangulæ, ſiue rectangulæ, ſiue obliquangulæ.* 13.

7. *De ſtereometria priſmatis recti non rectanguli, hexaedri & polyedri: quorum illi baſis eſt quadrangula, non tamen rectangula, videlicet rhombi, rhomboeidis, aut trapezii: iſti multangula, vt quinquangula, ſexangula, vel plurium angulorum.* 15.

8. *De ſtereometria compendiaria polyedri ordinati priſmatis* 18.

9. *De cylindri ſtereometria* 20.

10. *De ſtereometria pyramidis baſi ordinata.* 22.

11. *De coni ſtereometria.* 24.

12. *De coni curti ſeu cupæ vinariæ ſtereometria.* 25.

13. *De ſphæræ ſtereometria.* 31.

14. *Regulæ cylindrimetricæ ſtructura: pro vſu Reipublicæ Francofurtenſis: præeunte cubimetrica artificioſa regula.* 31.

15. *De vſu cylindrimetricæ regulæ, primum in cylindris dimetiendis.* 38.
16. *De cylindrimetricæ vſu in dimetiendis corticonis & cupis.* 40.
17. *Quomodo particula aliqua cylindrimetricæ regulæ cuparum etiam maximarum indagari capacitas queat.* 43.

INDEX CAPITVM STEREOMEtriæ auctoris.

CAP. I. *De integri cuiuſlibet partitione denaria, ſcrupulorum ordinibus continuo propaganda, & in abaco ſcribenda.* Pag. 47.
2. *De numerorum ex integris decimiſq. partibus miſtorum numeratione ſtereometrica, tam ſimplici, quam comparatiua.* 49.
3. *De analyſi tetragonicorum numerorum.* 54.
4. *De radicis cubicæ extractione.* 63.
5. *Quid regula ſtereometrica in genere. Quid cubimetrica regula: deque huius rudiore fabrica e quauis obuia ſectione.* 75.
6. *De artificioſa regulæ cubimetricæ ſtructura, e quauis optata ſectione.* 88.
7. *Particularis & artificioſa regulæ cubimetricæ fabrica: pro vſu ſpeciali Reipublicæ Francofurtenſis.* 96.
8. *Quomodo regula cubimetrica vaſorum ſoliditas inquirenda.* 99.
9. *Soliditatis vaſorum inuentæ ad menſuras reductio: ſeu, capacitatis e ſoliditate exploratio.* 101.
10. *De compendiaria & ſpeciali ſoliditatis reductione ad menſuras ſimplices & compoſitas Francofurti vſitatas: e numero 125. cuborum, menſuram conſtituentium. Vbi canon reductionis cuborum, Quartale Francofurtenſe non excedentium, ad menſuras, harũque quadrantes.* 105.
11. *De trianguli directione geodætica.* 109.
12. *De geodæſia triangulati cuiuſuis: rhombi, rhomboeidis, trapezii, multanguli.* 113.

13. De

13. De multangulis ordinati epipedometria cōpendiaria. Vbi etiam docetur laterum in multangulis ordinatis inuentio: ex adſcriptione rectilineæ æquilateri, & circuli. 116.
14. De geodæſia circuli. Simul de quadratione, ſeu τετραγωνισμῷ. 124.
15. De condendo plani circularis canone, ad peripheriæ & areæ cyclicæ promtam faciliemque inuentionem. 134.
16. De compendio inuentionis areæ magnorum circulorum, quorum diametri in tabella circulari non exſtant. 142.
17. De ſpharici geodæſia. 144
18. De pyramidis æqualiter faſtigiatæ ſtereometria. 146.
19. De priſmatis recti ſtereometria. 150.
20. De ſtereometria cylindri, per regulam cubimetricam. 161.
21. De alia cylindri ſtereometria, per regulam cylindrimetricam: deq. regulæ huius fabrica e cyclico canone. Simul de compendiaria diametrorum primam ſequentium inuentione, tum e radicum quadratarum tabella, tum ex hypoteinouſa trigoni rectanguli. 167.
22. De vulgari ſtructura cylindrimetricæ, e vaſe cylindraceo notæ capacitatis, & canone radicum quadratarum. 198.
23. De vſu cylindrimetricæ regulæ. Deq. ſcrupulorum menſuræ decimorū ad quadrātes horumq. octonas particulas reductione. 204.
24. De ſpeciali ſtereometria cylindri, æqualis cum baſios diametro altitudinis, per regulam propriam, Triangularem vulgo dictam: deque huius fabrica, e canone circulari: accedente tabulæ radicum cubicarum ſubſidio. 207.
25. De coni ſtereometria: deq. conimetricæ regulæ fabrica. 219.
26. De vera coni curti ſtereometria. Vbi de cono curto artificioſe partibus ſuis complendo. 222.
27. De alio curticoni geodæſiæ modo, per transfigurationem conocylindricam. 227.
28. De vulgata curticoni vinarii, ſimplicis & geminati, transforma-

tione pſeudocylindracea, per æquata diametri aream inſtituta. Deq; ſtereometria illius pſeudocylindri defectu peccante. Vbi errores quorundam ἀγεωμετρήτων deteguntur. 235.
29. De cautelis practicis, in cuparum ſtereometria notandis. 245.
30. Quomodo ſtereometria curticoni defectus, e diametrorum æquatione obortus, emendari poſſit, ac debeat. 250.
31. De curticonica vulgarium regula: quam hactenus ad modulũ curticoni vinarii ab omnibus inepte conſtructam, & ob id falſam incertamq; eſſe, firmis demonſtrationum principiis adſeritur. 254.
32. Sphæræ cauitatem dimetiendi modus. 260.
33. De alia ſphæræ ſtereometria, per regulam propriam ſphærometricam: deq; huius e canone circulari fabrica, & uſu. 264.
Tabella cyclica dimetientis, ambitus, & areæ. 269.

PRAXIOS

PRAXIOS STE-REOMETRIÆ NOVÆ

COMPENDIVM: AD TYRONES.

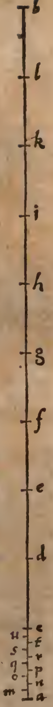
CAPVT PRIMVM.

De Notatione numerorum ſtereometricorum, ex integris decimiſq; ſcrupulis miſtorum.

OPVSCVLVM hoc ſtereometricum, præter ignotam hactenus cubimetricam artificioſam regulam, & nouam cylindrimetricæ denis particulis continuo inſtitutam ſectionem; calculum quoq; ſcrupulorum decimorum, a vulgari fractionum logiſtica diſcrepantem complectitur. Tyro igitur primo omnium in hoc calculo ſeſe exerceat: quo probe percepto, facilia planaque reliqua omnia futura ſunt.

Cum autem minutiæ præter decimas heic nullæ admittantur: meminerit tyro, quoduis integrum in decē particulas a nobis ſecari: & harum vnamquamque in alias decem, quæ centeſimæ ſunt, ſi ad integri ſectionem referantur: harumque rurſus quamlibet in alias decem, quæ in partitione integri primaria milleſimæ ſunt: & ſic denariam hanc conſectionem ſcrupulorum in infinitum continuari poſſe.

Exempli cauſſa, linea a b, in decem partes ad c, d, e, f, g, h, i, k, l, diuiditur: quæ primariæ ſunt, e prima & propria ipſius integri ſectione ortæ. Harum quæuis nimirum a c, c d, d e, e f, f g, g h, h i,



i k, k l, l b, in alias decem ſubdiſtinguitur: quæ ſecundariæ ſunt, e partium ſectione prognatæ: ad integri vero partitionem abſolute collatæ, centeſimæ exſiſtunt. Si enim, verbi gratia, pars a c, in decem portiones dirimatur, ad m, n, o, p, q, r, ſ, t, u: ſane, portio a m, ſegmenti a c pars erit decima; totius autem lineæ a b centeſima. Similiterque, portione a m in decem alias conciſa: harum vna ipſius a m decima erit, & integræ lineæ a b milleſima. Eadem ratione quadratum, cubus, menſura liquoris, immo quoduis integrum, in decem partes diuidi, ſubdiuidique & poteſt, & debet.

Stereometrici numeri, niſi nominibus ſuis exprimantur, ſignis quibuſdam diſtinguuntur, ad notarum vertices poſitis. Integri ſignum circulus eſt: ſcrupulorum, virgulæ ſimplices, vt $'$, $''$, $'''$, $''''$; vel compoſitæ, vt ^{v}, ^{vi}, ^{vii}, ^{viii}, ^{ix}, ^{x}, ^{xi}, ^{xii}, ^{xiii}, ^{xiiii}. Quare cubos decem, tria prima ſcrupula, vnum ſecundum, quinque tertia, duo quarta, ita notamus: cub. $10.3'.1''.5'''.2''''$: vel $10^{\circ}.3'.1''.5'''.2''''$. aut, omiſſo & nomine, & ſigno, $10.3'.1''.5'''.2''''$; quando videlicet ex antecedentium contextu integri denominatio patet. Sic menſuras tres, quatuor prima, duo tertia, nouem quinta, hoc modo notamus: menſ. $3.4'.0''.2'''.0''''.9^{v}$. Pariter cubi ſcrupula, vnum ſecundum, octo tertia, ita ſcribimus: cub. $1''.8'''$.

CAPVT II.

De Additione, Subductione, & Multiplicatione ſtereometricorum numerorum: tyronibus neceſſaria.

IN additione & ſubductione numeri ſimilibus ſignis præditi ſibi inuicem ſubſcribuntur: ſumma vero in additione, & reſiduum in ſubductione, ſupraſcriptorum ſignaturam ſequuntur.

Additionis exempla.

Cubi $4.2'.0''.6'''.9''''$. & $3.0'.7''.8'''.2''''$. ſunt cub. $7.2'.8''.5'''.1''''$.

cub. $4.2'.0''.6'''.9''''$.
$3.0'.7''.8'''.2''''$.

cub. $7.2'.8''.5'''.1''''$.

Aliud exemplum. Cubi $45.0'.0''.6'''.7''''.3^{v}$. & $59.1'.4''.8'''$. item $4'''.5''''.7^{v}.2^{vi}$. ſunt cub. $104.1'.3''.9'''.3''''.0^{v}.2^{vi}$.

cub.

$$\begin{array}{r} \text{cub.}45.0'.0''.6'''.7''''.3^{v}.0^{vi}. \\ 59.1'.2''.8'''.0''''.0^{v}.0^{vi}. \\ 4'''.5''''.7^{v}.2^{vi}. \\ \hline \text{cub.}104.1'.3''.9'''.3''''.0^{v}.2^{vi}. \end{array}$$

Aliud. Menſuræ $678.2'.3''$. & menſ. $1024.7'.8''.9'''$. ſunt menſ. $1703.0'.1''.9'''$.

$$\begin{array}{r} \text{menſ.}678.2'.3''.0'''. \\ 1024.7'.8''.9'''. \\ \hline \text{menſ.}1703.0'.1''.9'''. \end{array}$$

Subductionis exempla.

Cubi. $6.7'.8''.0'''.2''''$. de cubis $34.7'.8''.6'''.3''''$. relinquunt cubos $28.0'.0''.6'''.1''''$.

$$\begin{array}{r} \text{cub.}34.7'.8''.6'''.3''''. \\ 6.7'.8''.0'''.2''''. \\ \hline \text{cub.}28.0'.0''.6'''.1''''. \end{array}$$

Aliud exemplum. Menſuræ $45.3'.8''.4'''$. de menſ. $67.9'.4''$. relinquunt menſ. $22.5'.5''.6'''$.

$$\begin{array}{r} \text{menſ.}67.9'.4''.0'''. \\ 45.3'\ 8''\ 4''' \\ \hline \text{menſ.}22.5'.5''.6'''. \end{array}$$

Aliud. Menſuræ $7''.3'''.0''''.4^{v}.2^{vi}$. de menſ. $1.2'.3''.4'''.5''''$. relinquunt menſ. $1.1'.6''.1'''.4''''.5^{v}.8^{vi}$.

$$\begin{array}{r} \text{menſ.}1.2'.3''.4'''.5''''.0^{v}.0^{vi}. \\ 7''.3'''.0''''.4^{v}.2^{vi}. \\ \hline \text{menſ.}1.1'6''.1'''.4''''.5^{v}.8^{vi}. \end{array}$$

Multiplicationis exempla.

Multiplicantis numeri extrema verſus dextram nota, extremæ multiplicandi ad dextram notæ ſubiicitur. Facti autem poſtrema nota, factorum ſuorum compoſita ſuſcipit ſigna: & notæ ordine antecedentes, ſigna pariter ordine antecedentia.

Cubi $964.3'.2''.0'''.8''''$. per cubos 12, faciunt cub. $11571.8'.4''.9'''.6''''$: nam $''''$ & 0, ſunt $''''$, poſtremæ notæ ſignum.

cub. $964.3'.2''.0'''.8''''$.

12^{0}.

1 9 2 8 6 4 1 6

9 6 4 3 2 0 8

cub. $11571.8'.4''.9'''.6''''$.

Aliud exemplum Menſuræ $6.7'.3''.4'''.5''''.2^{v}$. per menſ. $32.0'.1''$. faciũt menſ. $215.5'.7''.1'''.9''''.8^{v}.5^{vi}.2^{vii}$.

menſuræ . $6.7'.3''.4'''.5''''.2^{v}$.

$32.0'.1''$.

6 7 3 4 5 2

1 3 4 6 9 0 4

2 0 2 0 3 5 6

menſ. $215.5'.7''.1'''.9''''.8^{v}.5^{vi}.2^{vii}$.

Aliud. Menſuræ $6''.0'''.1''''.2^{v}.3^{vi}$, per menſ. $6.4'.0''.0'''.5''''$, faciunt mẽſ. $3'.8''.4'''.8''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.6^{viii}.1^{ix}5^{x}$.

menſuræ $6.4'.0''.0'''.5''''$.

$6''.0'''.1''''.2^{v}.3^{vi}$.

1 9 2 0 1 5

1 2 8 0 1 0

6 4 0 0 5

3 8 4 0 3 0

menſ. $3'.8''.4'''.8''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.6^{viii}.1^{ix}.5^{x}$.

CAPVT III.

Fabrica regulæ Cubimetricæ artificioſæ, pro vſu Reipublicæ Francofurtenſis: ſectione vlnæ Francofurtenſis in pollices pedis Geometrici.

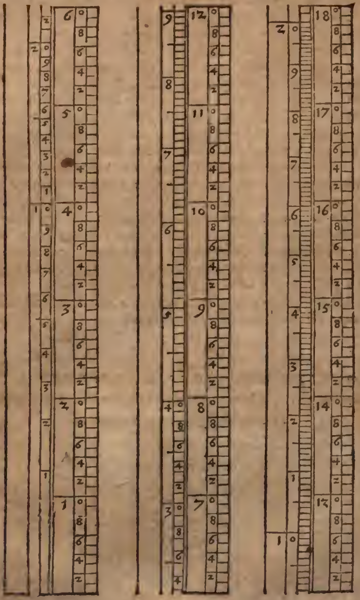
CVbimetricæ artificioſæ fabricam, non niſi cubicæ ἀναλύσεως periti inſtituere poſſunt: ideoque ab his probe paratam regulam tyrones petant. Quibus, exempli gratia, ad menſuras liquoris Francofurti vſitatas conſtru-ctam Cubimetricam & Cylindrimetricã ſimiul damus: ea diligentia, qua ſculptor potuit, delineatam: longitu-dine

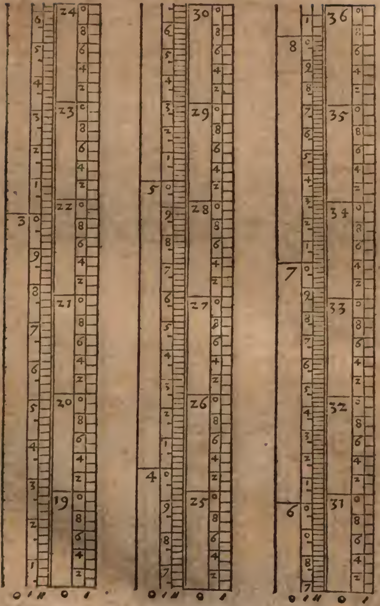
dine ſex pedes excedentem; atque, ob chartæ breuitatem, in duodecim fragmenta ſectam: cubimetricam, in regulæ facie A; cylindrimetricam, baſimetram quidem in eiuſdem regulæ facie B; altimetram in facie A. Hæc autem A facies, ſi pro cubimetrica vſurpetur, duplices eius partes ita accipiendæ erunt. Maiores, in ea quæ ad ſiniſtram vergit columna, ad circulum, o, vel integri ſignum, pollices repræſentant, ſiue latera cubica pollicaria, centum vigintiquinque cubis ſuis menſuram famoſam noſtrat: m æquantia. Minores, ad ', primorum ſcrupulorum ſignum, pollicis cuiuſlibet decimæ ſunt, ſiue prima ſcrupula: quæ porro in ſecunda, ob ſpatii exilitatem, non ſecuimus: ſed oculis attente æſtimanda reliquimus.

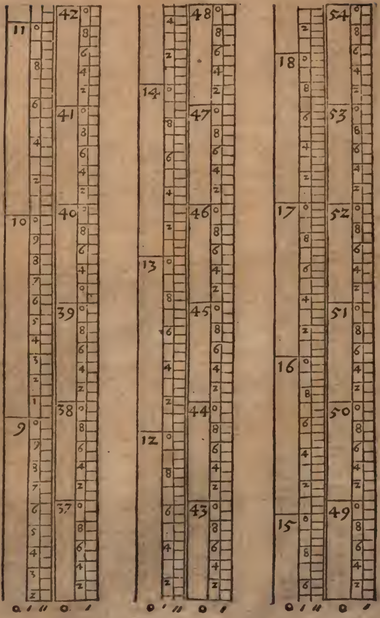
Similem vero quiuis cubimetricam facilime ſequenti modo parauerit. Vlna Francofurtenſis in viginti tres æquales partes ſecetur: vt pollices emergant pedis Geometrici. Horum pollicum quinquaginta & vnus, cum vno ſcrupulo primo, & quinque ſecundis, (quæ omnia ſcrupula ſimul ſunt $\frac{1}{15}$ vnius pollicis) in regulam aliquam trāsferantur: ſpatiumq; hoc, in quinquaginta æquales partes diuidatur: quæ deinceps quouſq; lubet paribus interuallis continuentur: tandemque ſingulæ in decem prima ſcrupula dirimantur. Sic enim cubimetrica numeris ſuis abſoluta erit.

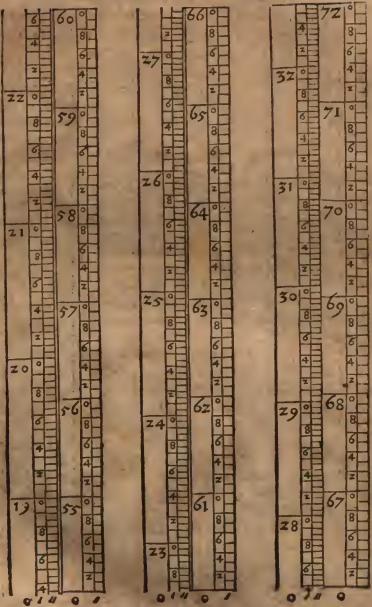
Cylindrimetricæ regulæ delineationem, heic ſimul expreſſam, ſuo infra loco, cap. 14. huius compendii explicabimus.

SEQVITVR DELINEATIO REGVLARVM, CVBImetricæ, & Cylindrimetricæ; menſuris liquidorum Reipublicæ Francofurtenſis accommodatarum.






11
10
9
42
41
40
39
38
37
14
13
12
48
47
46
45
44
43
18
17
16
15
54
53
52
51
50
49


22
21
20
19
60
59
58
57
56
55
27
26
25
24
23
66
65
64
63
62
61
32
31
30
29
28
72
71
70
69
68
67

Caput IV.

De cuborum pollicarium, ſiue ſoliditatis cubicæ ad menſuras Reductione.

REgulæ cubimetricæ fabricam ita inſtituimus, vt ſegmenta eius latera eſſent cuborum, quorum 1 2 5 menſuram æquarent. Hinc enim compendiariam fore ſoliditatis ad mēſuras reductionem videbamus. Quæ ſic habet. Datus cuborum pollicarium regulæ noſtræ numerus tribus periodis diſtinguitur. Prima, duabus extremis verſus dextram figuris, cum adhærentibus ſcrupulis, conſtat: altera, duabus proximis: tertia, reliquis omnibus. Hæc tertia periodus ſtatim ohmas exhibet: quę per 6 diuiſæ, ad vehes reducuntur. Media periodus, per 5 diuiſa, quartalia monſtrat. Tandem periodi mediæ reſiduum, & prima periodus ſimul, in reductionis canone, decimo ſtereometriæ noſtræ capite, quæruntur: vbi menſuræ harumque quadrantes, numero cuborum dato, vel proxime minori aut maiori reſpondentes, e veſtigio offeruntur. Conſtat autem Francofurti Vehem conſtitui ſex ohmis: Ohmam, viginti quartalibus: Quartale, quatuor menſuris: Menſuram, quatuor quadrantibus.

Exempla reductionis.

Cubi 1 2 3 4 5 6. 7′, in tres periodos hoc modo diſtinguuntur: 1 2|3 4|5 6. 7′. Tertia periodus 1 2 ohmas habet, quæ per 6 diuiſæ, faciunt vehes 2. Media periodus 3 4, per 5 diuiſa, quotum habet quartalium 6. Prima periodus, cum reſiduo mediæ, videlicet 4 5 6. 7′, in reductionis tabella præciſe non exſtat: proxime autem maior ſoliditas, nimirum 4 5 7. 0′, adiunctam habet capacitatem trium menſurarum, & quadrantum duorum, cum quinque octauis vnius quadrantis: quæ tamen præciſio non eſt hoc loco neceſſaria. Cubi ergo dati 1 2 3 4 5 6. 7′, conſtituunt Vehes duas, Quartalia ſex, Menſuras tres, Quadrantes duos.

Cubi 1 2|3 (4|5 6. 7′.

6 5

2. 6. 3. $2\frac{5}{8}$

Veh. Qrt. M. Qdr.

Aliud:

Aliud exemplum. Cubi 74098 r. 2′, conſtituunt Vehes 12, Ohmas 2. Quartale 1, Menſuras 3, Quadrantes 3$\frac{1}{4}$—

```
     1 2   (4
Cubi 7 4 | 0 9 | 8 1.2′.
     6 6 |   5 |
     12.  2.  1.  3.  3¼—
     Veh. Oh. Qrt. M. Qdr.
```

CAPVT V.

De vſu cubimetricæ regulæ, ad ſoliditatem vaſorum Rectangulorum inueniendum: nimirum de ſtereometria Priſmatis recti rectanguli, ſeu parallelepipedi cubici, & oblongi.

VAſa vndiquaque rectangula, ſunt parallelepipeda: eaq; vel cubica, quorum omnia latera ęqualia; vel oblonga, quorum aliqua inæqualia. Omnia vero Geodæſiam perfacilem habent. Nam latera ſolidum rectangulum comprehendentia inuicem multiplicantur: longitudo videlicet per latitudinem, vnde planities oritur: deinde altitudo per inuentam planitiem, vnde ſoliditas prodit. Sic cubus, cuius latus poll. 42. 0′, ſoliditatem habet cuborum pollicarium 74088: qui conſtituunt Vehem 1, Ohm. 1, Quartalia 8, Quadrantes menſuræ 2$\frac{7}{8}$: hoc modo:

```
Longitudo 42
Latitudo  42
------------
          84                1
         168          cub. 7 | 4 0 | 8 8
------------               6 |   5 |
planities 1764             1.  1.  8.  0.  2⅞
altitudo    42             V.  O.  Qr. M.  Qd.
------------
         3528
        7056
------------
ſoliditas 74088
```

Aliud exemplum. Cubus, cuius latus poll. 24.5′, ſoliditatem habet cuborum pollicarium 14706.1′.2″.5‴: qui cõſtituunt Ohmam 1, Quartal. 9. Menſ. 1, Quadr. 2$\frac{1}{8}$

Longit.	24.5′.
Latit.	24.5′.
	122 5
	980
	490
planities	600.2′.5″.
altitudo	24.5′
	30012 5
	240100
	120050
ſolid.	14706.1′.2″.5‴.

cub. 1|47|06.1′.2″.5‴. (2 §

1. 9. 1. 2$\frac{1}{8}$
O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Rectangulum oblongum, cuius longitudo poll. 42. 0′: latitudo, poll. 38.1′: altitudo, poll. 26.4′, ſoliditatem habet cuborum pollicarium 42245.2′.8″: qui conſtituunt Ohmas 4, Quartalia 4, Menſuram 1, Quadrant. 3$\frac{7}{8}$.

latitudo	38.1′.
longit.	42
	762
	1524
plan.	1600.2′.
altit.	26.4′.
	64008
	96012
	32004
ſolid.	42245.2′.8″.

cub. 4|2(2|45.2′.8″. §

4. 4. 1. 3$\frac{7}{8}$
O. Qr. M. Qd.

Delineationes parallelepipedorum nullas appoſuimus: quia toto opuſculo crebræ hinc inde occurrunt.

CAPVT VI.

De vſu cubimetricæ, ad inueniendum ſoliditatem vaſorum non vndiquaque rectangulorum, ſed tamen regularium. Et primum de ſtereometria priſmatis recti Pentaedri: cui ſcilicet baſes ſunt triangulæ, ſiue rectangulæ, ſiue obliquangulæ.

VAs non rectangulum liquori capiendo idoneum, aliud baſes geminas, ęquales, parallelas, & ad altitudinem ſuam rectas habet: eaſq; vel rectilineas, vt priſma, tum pētaedrum, tum hexaedrum & polyedrū; vel circulares, vt cylindrus. Aliud vnica conſtat baſi, ad altitudinem ſimiliter recta: & vel rectilinea ordinata, vt pyramis; vel rotunda, vt conus. Aliud duas inæquales habet baſes rotundas, vt conus curtus. Aliud tandem vnica ſuperficie clauditur, vt ſphæra. Horum omnium, licet omnino diuerſorum, geodæſiam, tyro ſola cubimetrica, dextre adhibita, abſoluere poterit: ſi præcepta & exempla ſequentia imitatus fuerit.

Primo autem occurrit priſma rectum pentaedrum: cuius baſes triangulæ ad altitudinem rectæ ſunt. Eius longitudo eſt vnius e tribus lateribus in baſi triangula dimidium: & latitudo, eſt perpendicularis ab illo ipſo latere (continuato, ſi opus ſit) ad oppoſitum angulum. Quibus inuicem multiplicatis, baſios planities ſurgit. Quod ſi perpendicularis maior deprehendatur latere illo dimidio: perpendicularis tunc longitudo priſmatis habetur; latuſque dimidium, eiuſdem latitudo. Hac planitie per altitudinem multiplicata, prodit ſoliditas dati priſmatis.

Exempla.

Priſma eſto rectum pentaedrum a b c d e f. Baſios a b c, latus a c inuenitur pollicum 35.0′; cuius dimidium, poll. 17.5′: Perpendicularis a latere a c, ad angulum oppoſitum b, eſt poll. 30.3′. Altitudo e b, eſt poll. 28.5′. Quare longitudine 30.3′, multiplicata per latitudinem 17.5′, produci-

Aliud exemplum. Cubus, cuius latus poll. 24.5′, ſoliditatem habet cuborum pollicarium 14706.1′.2″.5‴: qui cōſtituunt Ohmam 1, Quartal. 9. Menſ. 1, Quadr. $2\frac{5}{8}$

Longit. 24.5′.
Latit. 24.5′.

122 5
980
490

planities 600.2′.5″.
altitudo 24.5′

30012 5
240100
120050

ſolid. 14706.1′.2″.5‴.

cub. 1|47|06.1′.2″.5‴.

1. 9. 1. $2\frac{5}{8}$
O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Rectangulum oblongum, cuius longitudo poll. 42. 0′. latitudo, poll. 38.1′. altitudo, poll. 26.4′, ſoliditatem habet cuborum pollicarium 42245.2′.8″: qui conſtituunt Ohmas 4, Quartalia 4, Menſuram 1, Quadrant. $5\frac{2}{8}$.

latitudo 38.1′.
longit. 42

762
1524

plan. 1600.2′.
altit. 26.4′.

64008
96012
32004

ſolid. 42245.2′.8″.

cub. 4|2(2|45.2′.8″.

4. 4. 1. $3\frac{2}{8}$
O. Qr. M. Qd.

Delineationes parallelepipedorum nullas appoſuimus: quia toto opuſculo crebræ hinc inde occurrunt.

CAPVT VI.

De vſu cubimetricæ, ad inueniendum ſoliditatem vaſorum non vndiquaque rectangulorum, ſed tamen regularium. Et primum de ſtereometria priſmatis recti Pentaedri: cui ſcilicet baſes ſunt triangula, ſiue rectangula, ſiue obliquangula.

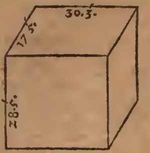
VAs non rectangulum liquori capiendo idoneum, aliud baſes geminas, æquales, parallelas, & ad altitudinem ſuam rectas habet: eaſq; vel rectilineas, vt priſma, tum pētaedrum, tum hexaedrum & polyedrū; vel circulares, vt cylindrus. Aliud vnica conſtat baſi, ad altitudinem ſimiliter recta: & vel rectilinea ordinata, vt pyramis; vel rotunda, vt conus. Aliud duas inæquales habet baſes rotundas, vt conus curtus. Aliud tandem vnica ſuperficie clauditur, vt ſphæra. Horum omnium, licet omnino diuerſorum, geodæſiam, tyro ſola cubimetrica, dextre adhibita, abſoluere poterit: ſi præcepta & exempla ſequentia imitatus fuerit.

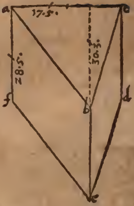
Primo autem occurrit priſma rectum pentaedrum: cuius baſes triangulæ ad altitudinem rectæ ſunt. Eius longitudo eſt vnius e tribus lateribus in baſi triangula dimidium: & latitudo, eſt perpendicularis ab illo ipſo latere (continuato, ſi opus ſit) ad oppoſitum angulum. Quibus inuicem multiplicatis, baſios planities ſurgit. Quod ſi perpendicularis maior deprehendatur latere illo dimidio: perpendicularis tunc longitudo priſmatis habetur; latuſque dimidium, eiuſdem latitudo. Hac planitie per altitudinem multiplicata, prodit ſoliditas dati priſmatis.

Exempla.

Priſma eſto rectum pentaedrum a b c d e f. Baſios a b c, latus a c inuenitur pollicum 35.0′; cuius dimidium, poll. 17.5′: Perpendicularis a latere a c, ad angulum oppoſitum b, eſt poll. 30.3′. Altitudo e b, eſt poll. 28.5′. Quare longitudine 30.3′, multiplicata per latitudinem 17.5′, produci-

tur area plana 15?. 2'.5''.quæ cum altitudine 28. 5'. facit ſoliditatē quæſitā, cuborū 15112.1'. 2''.5''' :q; ſuntOhm. 1, Quartal. 10. Menſ.o, Quad. 3 4/5.





longit. 30. 3'.
latit. 17. 5
151 5
2121
303
plan. 530.2'. 5''.
altit. 28. 5'.
26512 5
424200
106050
ſol. 15112.1'.2''.5'''.

Cub. 1|5(1|12.1'.2''.5'''.
5 5
1. 10. 0. 3 4/5
O. Qr. M.Qdr.

Aliud exemplum. Eſto priſma, cuius baſios latus vnum, 90.4': perpendicularis ad idem latus, 44.2': altitudo, 63.8'. Hinc ſoliditas inuenitur, cub. 127462.1'.9''.2'''. qui conſtituunt Vehes 2, Oh.0, Quartal. 14, Menſur. 3, Quadrant. 2 3/4

longit. poll. 4 5.2'.
latitudo 4 4.2'.
9 04
180 8
1808
plan. 1997. 8'. 4''.
altit. 6 3. 8'.
15982 7 2
59935 2
1198704
ſolid. 127462.1'.9''.2'''.

Cub. 12|7(4|62.1'.9''.2'''.
6 5 5
2. 0. 14. 3. 2 3/4
V. O. Qr. M. Qdr.

CAP.

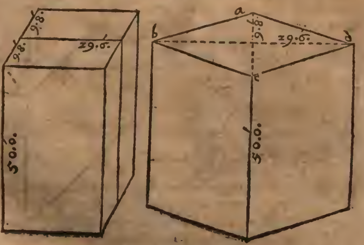
CAPVT VII.

De Stereometria priſmatis recti, non rectanguli, Hexaedri, & Polyedri: quorum illi baſis eſt quadrangula, non tamen rectangula, videlicet rhombi, rhomboidis, aut trapezii; iſti multangula, vt quinquangula, ſexangula, vel plurium laterum.

PRiſma rectum non vndiquaque rectangulum, baſin habet vel triangulam, vt pentaedrum; vel triangulatam, vt hexaedrum, & polyedrum. Geodæſia autem hexaedri & polyedri eodem prorſus modo vt pentaedri, ſed per partes, abſoluitur. Baſis enim triangulata in ſua triangula, e quibus veluti compoſita eſt, ſoluitur. Qua baſios ſectione ipſum quoque ſolidum pariter ſectum eſſe intelligitur: hexaedrum nimirum in duo pentaedra: polyedrum quinquāgula baſi, in tria pentaedra; ſexangula baſi, in quatuor; imo quodlibet polyedrum, in ſua e quibus conſtat pentaedra. Hoc peracto, ſingulorum pentaedrorum ſoliditas, e doctrina capitis præcedentis inquiritur, & in vnam ſummam colligitur.

Exempla. Si baſis rhombus, vel rhomboeides.

In priſmate adiūcto, cuius baſes ſunt rhōbi, baſis a b c d, diuidit in duo triangula æqualia, a c d, & a c b, latus a c, inuenitur poll. 19. 6'. cuius dimi-



dium poll. 9. 8'. Perpẽdicularis ab eodem latere a c, ad angulum oppoſitum d, eſt poll. 29. 6'. Hinc planities oritur 290. 0', 8''. quæ duplicata (quia triangula a c d, & a c b ſunt æqualia) éſt area rhombi a b c d, nimirum poll. quadrat. 580. 1'. 6''. Hęc per altitudinem priſmatis, poll. 50. 0'. facit ſoliditatem quæſitam cub. 29008. 0'. qui ſunt Ohmæ 2, Quartal. 18. Menſ. 0. Qdr. 0¼

longit. 29. 6'.
latit. 9. 8'.
236 8 — Cub. 2|9 0|08
2664
plan. 290. 0'. 8''. — 2. 18. 0. 0¼
2 — O. Qrt. M. Qdr.
pla. dup. 580. 1'. 6''.
altitud. 50.
ſolid. 29008. 0'. 0''.

Similis ſtereometria priſmatis eſt, cuius baſes ſunt rhomboides: baſis enim in duo triangula æqualia diuiditur: &c.

Si baſis ſit trapezium.

Quin & priſma baſi trapezia in duo pentaedra diuiditur, ſed inæqualia: vt ſubiecta figura monſtrat.



latitudo 28. 8'.
longit. 32.
57 6.
864
plan. 921. 6'
longit. 20. 6'.
latit. 15. 8.
164 8
1030
206
plan. 325. 4'. 8''.
plan. 921. 6'. 0''.

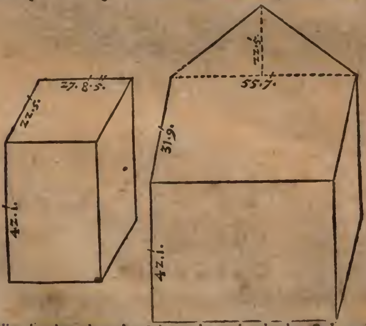
plan.

plán gemin. 1247.0′.8″.
altitud. 3 6.6′.

1122372 Cub.4|9 7|58.4′.9″.2‴. 4(2
1122372 55
374124 4. 19. 2. 0$\frac{1}{4}$.
ſolid. 49758.4′.9″.2‴. O. Qrt. M. Qdr.

Si baſis multangula exſiſtat:

Polyedrum quoque in pentaedra diuiditur; baſi trigonis conſtituentibus ſecta. Vbi tamen baſis duos angulos vicinos rectos, lateribus equalibus comprehenſos, habuerit; quadrangulum inde formatum in trigona ſolui minime opus eſt. Sic ergo in adpicto heptaedro baſis quinquãgula a b c d e,



diuiditur in triangulum a b e, & in quadrangulum b c d e: quod cum ſit rectangulum, in trigona c e b, & c e d, non debet ſecari: nam quadrãguli magis expedita eſt vnica geodæſia, quam gemina trigonorum. Porro priſmatis ita in pentaedrum & hexaedrum rectangulum ſecti, per partes agitur

ſtereometria. Pentaedri baſios latus inuenitur poll. 55. 7′: cuius dimidium poll. 27.8′.5″. Perpendicularis ad idem latus, pollicum eſt 22.5′. Vnde planus emergit 626.6′.2″.5‴. Hexaedri baſios longitudo, eſt poll. 55.7′: latitudo, poll. 31.9′. Vnde planities oritur 1776.8′.3″. Compoſitæ planities, ſunt 2403.4′.5″.5‴: quæ per altitudinem heptaedri propoſiti 42.1′, faciunt ſoliditatem cub. 101185.4′.5″.5‴.5⁗: qui conſtituunt Vehem 1, Ohm. 4, Quart. 2, Menſ. 1, Quadr. 1 7/8

Longit.	27. 8′. 5″.	Longit.	55.7′.
latitud.	2 2. 5′.	latitud.	31.9′.
	139 2 5		501 3
	557 0		557
	5570		1671
plan.	626.6′.2″.5‴.	plan.	1 776.8′.3″.0‴.
		plan.	626.6′.2″.5‴.
		plan.vtraque	2403.4′.5″.5‴.
		altitudo	42. 1′
			240345 5
			4806910
			9613820
		ſolid.	101185.4′.5″.5‴.5⁗.

Cub. 1ø|1(1|85.4′.5″.5‴.5⁗.
4 / 6 / 5

1. 4. 2. 1. 1 7/8
V. O. Qr. M. Qd.

Capvt IIX.

De ſtereometria compendiaria Polyedri ordinati priſmatis.

Priſma polyedrum ordinatum eſt, cuius baſis æqualia latera, & æquales angulos habet. Huius geodæſiam præcedens caput docuit. Sed breuius eadem abſoluitur, ſi perpendicularis a centro baſios in latus, per dimidiam partem coniun-

ctorum omnium eiuſdem baſios laterum ; & rurſus planities inuenta per altitudinem priſmatis multiplicetur.

Exempla.

Eſto priſma baſi octangula ordinata: cuius latus. poll. 92.8′: perpendicularis, poll. 112.0′: altitudo priſmatis, poll. 105.5′. latera ergo omnia addita, habebunt poll. 742.4′: quorum dimidium, poll. 371.2′, cum perpendiculari, poll. 112.0′, facit planitiem totius baſios 41574.4′: quæ per altitudinem, poll. 105.5′, producit ſoliditatem cuborum 4386099.2′: qui ſunt Vehes 73, Ohm. 0, Qrt. 12, Menſ. 0, Quadr. $3\frac{1}{3}$



poll. 92. 8′. latus.
4 num. laterũ dimid.

371. 2′. ſemiperimeter.
112. perpendicularis.

742 4
3712
3712

41574. 4′. planities baſios.
105. 5′. altitudo.

207872 0
2078720
415744

438609 9.2′.0″. ſoliditas.

Cub. 438|60|99.2′.0″.

73. 0. 12. 0. $3\frac{1}{3}$.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Eſto priſma, baſi quinquangula ordinata: cuius latus poll. 60.0′: perpendicularis, poll. 41.2′: altitudo priſmatis 56.3′. Ambi-

tus ergo baſios erit poll. 300.0′: & dimidium eius, poll. 150.0′: quod cum perpendiculari, poll. 41.2′, planitiem baſios profert, 6180.0′: & hęc per altitudinem poll. 56.3′, facit ſoliditatem, cub. 347934.0′.

poll. 60.0′. latus.
5. numerus laterum.
300.0′.
150.0′. ambitus dimidium.
41.2′. perpendicularis.
3000
15
60
6180.0′.0″. planus baſios.
56.3′. altitudo.
1854.0′.
3708
3090
347934.0′. ſoliditas.

2(4
Cub. 34|79|34
658
5. 4. 15. 3. 17.
V. O. Qr. M. Qd.

Capvt IX.

De Cylindri ſtereometria.

CYlindri baſios diameter in circulari tabula, (ad calcem opuſculi ſtereometrici) planitiem e regione iunctam habet: quæ cum altitudine ſoliditatem promit quæſitam.

Exempla.

Eſto puteus forma cylindri:. cuius baſios diameter poll. 60.2; altitudo, poll. 120.4′. Diameter in circulari tabella planitiem habet, 2846.4′: (nam reliqua ſcrupula ſecunda, tertia, quarta, &c. negligi citra errorem poſſunt; diametro ſatis magna exſiſtente) quæ cum altitudine facit

ne facit

ne facit ſoliditatem cub. 342706. 5'. qui ſunt Veh. 5, Ohm. 4. Quart. 5. Menſ. 1, Quadr. 2½.

Diam. poll. 60. 2', plan. 2846. 4'.
altit. 120. 4'.

113856
56928
284464

ſolid. 342706. 5'. 6".

(2
Cub. 34|27|06. 5'. 6".
6 5

5. 4. 5. 1. ½.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum. Quæritur ſoliditas, & capacitas cylindri, cuius baſios diameter poll. 38. 5': altitudo, poll. 67. 7'. Diameter in cyclica planum habet, 1164. 2': qui per altitudinem multiplicatus, facit ſoliditatem cub. 78816. 3'. 4": qui conſtituunt Vehem 1, Ohm. 1, Quartal. 17. Menſ. 2. Quadr. 2½.

Diam. poll. 38. 5', plan. 1164. 2'.
altitudo 67. 7'.

81494
81494
69852

ſolidit. 78816. 3'. 4".

1 3 3
Cub. 7|8 8|16. 3'. 4".
6 5 5

1. 1. 17. 2. 2½.
V. O. Qr. M. Qdr.



BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Aliud exemplum. Eſto poculum cylindraceum, cuius baſios diameter poll. 2.7′: altitudo, poll. 3.8′. Quæritur ſoliditas, & capacitas. Diameter in cyclica planum habet, 5.7′.2″.5‴: (nam diametro parua exſiſtente, planities e canone ſatis præciſe tranſcribenda) qui cum altitudine facit ſoliditatem cub. 21.7′.5″.5‴. qui ſunt quadrant. 0¼ —

Diam. poll. 2.7′. plan. 5. 7′. 2″. 5‴. —
altit. 3. 8′.
45800
17175
ſolid. 21.7′.5″.5‴.0⁗.

Exemplum aliud. Quæritur ſoliditas, & capacitas fiſtulæ cylindraceæ, cuius baſios diameter poll. 3.9′: altitudo, poll. 336.0′. Diametro poll. 3.9′. in tabella circulari reſpondet planities, 11.9′.4″.6‴. — quæ cum altitudine poll. 336.0′, facit ſoliditatem cuborum 4013.8′.5″.6‴: qui ſunt Quartal. 8. Menſ. 0. Qdr. 0½. —

Diam. poll. 3.9′, plan. 11.9′.4″.6‴. —
altitud. 336
71676
35838
35838
ſolid. 4013.8′.5″.6‴.

Cub. 40|13.8′.5″.6‴.
5
8. 0. 0½ —
Qr. M. Qd.

CAPVT X.

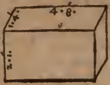
De ſtereometria Pyramidis, baſi ordinata.

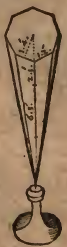
Baſis pyramidis, vel eſt triangula, vel triangulata. Eius igitur planities e cap. 6, 7, vel 8 inquiritur: & per trientem altitudinis ipſius pyramidis multiplicatur. Vnde ſoliditas prodit quæſita. Vel, quod eodem recidit, triens planitiei per totam altitudinem multiplicatur: aut, tota planities per totam altitudinem, tumque facti triens ſoliditas eſt.

Exempla.

Poculum eſto pyramidale, baſi octangula ordinata. Latus baſios inuenitur

-nenitur poll. 1.2′: perpendicalaris a centro in latus, poll. 1.4′. Dimidium ambitus, ſeu quatuor latera, conſtant pollicibus 4.8′: qui cum perpendiculari 1.4′. exhibent baſios planitiem, poll. 6.7′.2″. Altitudo tota eſt poll. 6.3′: cuius tertia pars, nimirũ 2. 1′, per planũ 6.7′.2″, multiplicata, facit ſoliditatem cub. 14.1′: qui ſunt quadrant. o$\frac{1}{2}$.——





poll. 1. 2′. latus.
4. numer. later. dimid.
4. 8. ſemiperimeter.
1. 4′. perpendicularis.
1 9 2
4 8
6. 7′. 2″. planus baſios.
2. 1′. triens altitudinis.
6 7 2
1 3 4 4
1 4. 1′. 1″. 2‴. ſoliditas.

Aliud exemplum. Quæritur pyramidalis poculi ſoliditas & capacitas, baſi ſexangula: vbi latus inuenitur poll. 2. 3′: perpendicularis ad latus, poll. 2.0′——: ſemiperimeter, poll. 6.9′: altitudo pyramidis, poll. 8.5′. Heic ſemiperimeter cum perpendiculari, facit planitiem baſios, poll. 13.8′. Et quoniam altitudo poll. 8.5′, commode in tres partes diuidi nequit; triens baſios per totam altitudinem multiplicatur: vt ſoliditas ſurgat, cub. 39.1′: qui ſunt Quadr. 1$\frac{1}{4}$——. Vel baſis tota, per totam altitudinem multiplicatur: vnde ſoliditas triplex oritur, cub. 117.3′: quorum tertia pars vera eſt pyramidis datæ ſoliditas.

poll. 2. 3′. latus.
3. numerus laterum dimid.
6. 9′. ſemiperimeter.
2. perpendicularis.
1 3. 8′. planus baſios.
4. 6′. triens baſios,
8. 5′. tota altitudo.

```
   2 3 0
  3 6 8
 ─────────
  3 9.1′.0″. ſoliditas.
    Vel:
  1 3.8′. planus baſios.
    8.5′. tota altitudo.
 ─────────
   6 9 0
 1 1 0 4
 ─────────
 1 1 ..′..″. ſoliditas triplex.
  3 9.1′.0″. ſoliditas vera.
```

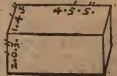
CAPVT XI.

De Coni ſtereometria.

PLanus baſios coni, per trientem altitudinis multiplicatus, ſoliditatem coni aperit. Inuenitur autem planus in tabella cyclica, e regione cuiuſlibet diametri.

Exempla.

Quæritur ſoliditas & capacitas poculi conici, cuius baſios diameter poll. 2.9′: altitudo, poll. 6. 1′. Baſios diameter poll. 2.9′, in cyclico planam aream exhibet 6. 6′. 0″. 5‴. — quæ per altitudinis trientem, nimirum 2. 0′. 3″. 3‴. — facit ſoliditatem cub. 13.4′ — qui ſunt Quadr. 0½. —






```
   poll. 6.  6′. 0″. 5‴. plan. baſios.
         2.  0′. 1″. 3‴. triẽs altitud.
   ───────────────────
      1 9 8 1 5
    1 9 8 1 5
 1 3 2 1 0
 ─────────────────────
 13.4′.2″.7‴.9⁗.6.5 . ſoliditas.
```

Exem-

Exemplum aliud. Conicum eſto poculum: cuius baſios diameter poll. 4. 2′: altitudo, poll. 11. 7′. Heic baſios diameter poll. 4. 2′, in circulari tabula planitiẽ ſuppeditat 13. 8′. 5″. 4‴. ⟶ quæ cum tertia altitudinis parte, 3. 9′, facit ſoliditatem cuborum 54. 0′. ⟶ qui ſunt Quadr. $1\frac{1}{4}$.

poll. 13. 8′. 5″. 4‴. planus baſios.
3. 9′. triens altitudinis.

1 2 4 6 8 6
4 1 5 6 2

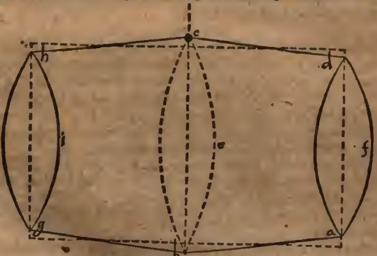
54. 0′. 3″. 0‴. 6⁗. ſoliditas.

Capvt XII.

De Coni curti, ſeu cupæ vinariæ ſtereometria.

Cupa vinaria alia Simplex eſt, vt a b c d, cui vna baſis lignea: alia Geminata, vt a b g h c d, cui duæ baſes ligneæ.

Praxis autem geodæſiæ cuparum fere ſeptimembris exſiſtit.



1. Diameter maioris baſios b c, regula cubimetrica quam accuratiſſime exploratur: & planities eius e cyclico canone mutuata, in abacum refertur.

2. Diameter minoris baſios a d, vel g h, itidem exploratur, eiuſq; planities e cyclico ſumta priori ſubiicitur. Vbi, ſi in cupa geminata baſium minorum diametri a d, & g h, parum inæquales deprehendantur, mediatrice regula æquantur: hoc eſt, differentiæ dimidium minori diametro adiicitur.

3. Areæ baſios maioris & minoris componuntur, ac rurſus biſecantur: vt prodeat area baſios æquatæ.

4. Diametri baſios maioris & minoris coniunguntur, ac denuo biſecantur: vt innoteſcat diameter æquata.

5. Area diametri æquatæ, transſumta e cyclico, ſubſcribitur areæ baſios æquatæ.

6. Differentia arearum diametri æquatæ, & baſios æquatæ ſubductione minoris a maiori elicitur: & huius differentiæ pars tertia ad aream diametri æquatæ adiicitur: vt area ſurgat conocylindrica, ſeu cylindracea area conice correcta.

7. Area conocylindrica multiplicatur per cupæ altitudinem, quæ eſt a baſi a f d, ad baſin b e c, in cupa ſimplici; vel a baſi a f d, ad baſin g i h, in cupa geminata. Vbi detrahenda lignearum baſium craſſities; & aſſerum ad easdem baſes prominentia: ſi cupæ dimenſio forinſecus fuerit inſtituta. Sic tandem ſoliditas cupæ quæſita producitur.

Exempla.

Eſto cupa ſimplex: cuius baſios maioris diameter, poll. 30. 3′: minoris diameter, poll. 25. 1′: altitudo, poll. 26. 0′. Quæritur ſoliditas, & capacitas.

1. Area diametri poll. 30. 3′, in cyclico canone inuenitur 721. 0′. 9″. 5‴. 5⁗. 0^{v}. 0^{vi}. 5^{vii}. Sed in cuparum geodæſia fere prima canonis ſcrupula ſufficiunt; niſi ſumma accuratio deſideretur: ideoque heic pro nouem ſecundis, dimidiatum primum excedentibus, vnum primum ſubrogari poteſt, cum detractionis ſigno, quia ſuperfluum quiddam adſumtum eſt.

2. Area diametri poll. 25. 1′, inuenitur 494. 8′. 2″. 8‴. 8⁗. 0^{v}. 3^{vi}. 6^{vii}. vbi ſimiliter in primis ſcrupulis adquieſcendum, cum additionis ſigno, quia parum quid, dimidiato primo minus, neglectum eſt.

3. Coniunctæ hæ areæ, ſunt 1215. 9′: quarum dimidium eſt 608. 0′ — area baſios æquatæ.

4. Diametri, maior, minorque, compoſitæ, ſunt poll. 55. 4′: dimidium eſt 27. 7′, diameter æquata.

Aream diametri æquatæ cyclicus exhibet 602. 7′ —

6. Area

6. Area 602.7', detracta areæ 608.0', relinquit differentiam 5.3': cuius triens 1.8'—, additus areæ 602.7', producit 604.5', baſin conocylindricā.
7. Inuenta conocylindrica area 604.5', per cupæ altitudinem poll. 26.0'. multiplicata, gignit cub. 15717.0', datæ cupæ ſoliditatem: qui conſtituunt Ohmam 1, Qrt. 11, Menſ. 1, Quadrant. 3.

Diametri maioris poll. 30.5' area 721.1'—
minoris poll. 25.1' area 494.8'—
55.4' 1215.9'. area baſios compoſitæ.
608.0'. area baſios æquatæ.
æquatæ poll. 27.7' area 602.7'—area diametri æquatæ.
5.3'. differentia.
1.8'—triens.
604.5' area conocylindrica.
26.0' altitudo cupæ.
362700
12090
15717.0'.0". ſoliditas cupæ.

Cub. 1|57|17.
1. 11. 1. 3.
O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum.

Eſto cupa geminata; cuius baſios maioris diameter, poll. 50.1': minoris diameter, vtrinque par, poll. 42.7': altitudo, poll. 86.2'.

Diametri maioris poll. 50.1' area 1971.4'—
minoris poll. 42.7' area 1432.1'—
92.8'. 3403.5' area baſios compoſitæ.
1701.8' area baſios æquatæ.
æquat. poll. 46.4' area 1691.0'—area diametri æquatæ.
10.8' differentia.
3.6' triens.
1694.6'. area conocylindrica.
86.2'. altitudo cupæ.
33892
101676
135568
146074.5'.2". ſoliditas.

Cub. 146|074.5'.2".
2. 2. 12. 0. 2½.
W. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum.

Eſto conus curtus: cuius baſios maioris diameter poll 9.8′: minoris, poll. 7.7′: altitudo, poll. 14.1′.

Diametri maioris 9.8′ area 75.4′

minoris 7.7′ area 46.6′

17.5′ 122.0′. area baſios compoſitæ.

61.0′. area baſios æquatæ.

æquat. 8.7′.5″ area 60.1′. area diametri æquatæ.

9′. differentia.

3′. triens.

60.4′. area conocylindrica.

14.1′. altitudo cupæ.

(3

Cub. 8|51.6′.4″.

8

1. 2. $3\frac{1}{4}$.

Qr. M. Qd.

604

2416

604

851.6′.4″. ſoliditas.

In hoc exemplo diametri coniunctæ numerum habent imparem: ideoque dimidiatio, quæ in diametris ſemper accurate inſtituenda, pro ſemiſſe primi ſcrupuli, quinque ſecunda obtinet: vt diameter æquata ſit poll. 8.7′.5″. Hæc diameter cum in cyclico præciſe non exſtet, area diametri proxime maioris 59.4′, & proxime minoris 60.8′, conſideranda: ac differentiæ 1.4′, dimidium 7′, minori areæ 59.4′ adiiciendum, vt area proportionata 60.1′ eliciatur.

Exemplum aliud.

Eſto poculum curticonicum: cuius baſios maioris diameter, poll. 3.8′: minoris diameter, poll. 3.0′: altitudo, poll. 6.9′.

Diametri maioris 3.8′ area 11.3′.4″

minoris 3.0′ area 7.0′.7″

6.8′ 18.4′.1″ area baſios compoſitæ.

9.2′.2″ area baſios æquatæ.

æquatæ 3.4′ area 9.0′.8″ area diametri æquatæ.

1′.4″ differentia.

3″ triens.

9. 1′. 1″ area conocylindrica.
6. 9′. altitudo.

8 1 9 9
5 4 6 6

6 2. 8′. 5″. 9‴. ſoliditas.
h. c. Qdr. 1

Hæc curticoni geodæſia, per æquationē cylindraceam conice correctā inſtituta, accuratiſſima eſt. Sed, vbi magna diametrorum inæqualitas non fuerit, vel altitudo non omnino magna; correctio hæc citra errorem negligi poteſt: atque, breuiſſimo labore, diametri æquatæ area, per curticoni altitudinem multiplicata, ſoliditas prodit. Primum igitur exemplum ſola æquatione ita tractatur:

Diameter maior, poll. 30.3′.
minor, poll. 25.1′.

55.4′.
æquata, poll. 27.7′ cuius area 602.7′.

(1′
Cub. 1|56|7 c. 2′.
|55|
1. 11. 1. 1½.
O. Qrt. M. Qdr.
Defectus ergo eſt
1½ quadrant.

26.0′ altitud.
361620
12054
15670.2′.0″. ſoliditas.

Alterum exemplum, ſola æquatione tractatum.

Diameter maior, poll. 50.1′.
minor, poll. 42.7′

92.8′
æquata, poll. 46.4′. cuius area 1 6 9 1. 0′.

2 (2
Cub. 24|57|64.2′.
6|5|
2. 2. 11. 2. 0⅛
V. O. Qr. M. Qd.
Defectus ergo eſt
menſ. 2⅛.

86. 2′. altitudo.
33820
10146
13528
145764.2′.0″. ſoliditas.

Tertium exemplum, ſola æquatione tractatum.

Diameter maior, poll. 9.8′.
minor, poll. 7.7′.
17.5′.
æquata, poll. 8.7′.5″. cuius area 60.1′.
14.1′. altitudo.
601
2404
601
847.4′.1″. ſoliditas.

(3
Cub. 8 | 47.4′.1″.
5 |
1. 2. 3½.
Qr. M. Qdr.
Defectus ergo eſt Qdr. ¼

Caput XIII.

De Sphæræ ſtereometria.

ARea plana diametri ſphæræ, adſumta e cyclico canone, in tres partes diuiditur: quarum duæ multiplicantur per diametrum ad ſphæræ ſoliditatem producendum.

Exempla.

Quæritur ſoliditas & capacitas ſphæræ, cuius diameter poll. 100.0′. Diameter poll. 100.0′ in cyclico planitiem habet 7854.3′—— cuius duæ tertiæ ita quæruntur: 3 tertiæ ſunt 7854.3′——: ergo 2 tertiæ ſunt 5236.2′: quæ, multiplicatæ per diametrum 100.0′. faciunt ſoliditatem cub. 523620.0′. Conſtituunt autem hi cubi Vehes 8, Ohm. 4. Qrtal. 7, Menſ. 0, Quadr. 3¾.

3 ſunt 7854.3′——: ergo 2 ſunt 5236.2′.
2
11
15708.6′
33333
(5236.2′: duæ tertiæ plani diametri.
100.0′: diameter.
523620.0′.0″. ſoliditas.

Cubi

4 (1
Cubi 5 2|3 6'20.
6| 5|
8. 4. 7. 0. 3 $\frac{2}{3}$.
V. O. Qr. M. Qd.

Aliud exemplum, ſphæræ. cuius diameter poll. 21. 3'.

Diametri poll. 21. 3' planities in cyclico reperitur 356. 3'. 4". ⟶ cuius duo trientes ſunt 237. 5'. 6": qui cum diametro 21. 3', conſtituunt cubos 5060. 0'. 2". 8''': qui æquant Quartalia 10, Menſ. 0, & Quadrant. 2 ⟶ 3 ſunt 356. 3'. 4" ⟶ ergo 2 ſunt 237. 5'. 6".

2
1 2 1 1
7 1 2 6 8
3 3 3 3 3 (2 3 7. 5'. 6". duo trientes planitici diametri.
2 1. 3'. diameter.
7 1 2 6 8
2 3 7 5 6
4 7 5 1 2
Cub. 5. 0|6 0. 0'. 2". 8'''. ſoliditas.
5
1 0. 0. 2'.
Qrt. M. Qdr.

CAPVT XIV.

Fabrica regulæ Cylindrimetricæ: pro vſu Reipubl. Francofurtenſis: præeunte cubimetrica artificioſa regula.

Ylindrimetricæ fabricam opuſculo ſtereometrico duplicem docemus: alteram, e cubimetrica, cap. 21: alteram e vaſe cylindraceo, cap. 22. E cubimetrica quidem & tyro, gnaua atq; induſtria manu cylindrimetricam adornare poterit. Qualem ſupra capite tertio delineauimus.

Habet autem ea faciem geminam: Altimetram,

qua altitudinem exploramus, A litera notatam: Baſimetram, qua baſes metimur, litera B expreſſam.

Altimetræ faciei partes æquales, cum cubimetrica (e noſtra hypotheſi) plane coincidunt. Harum Maiores, circulum, ſiue integri ſignum adſcriptum habentes, menſuras altitudinis integras repræſentant: prima pars, vnam menſuram: altera, duas: tertia, tres: &c. Minores, ad ′, primorum ſcrupulorum ſignum, menſuræ cuiuſlibet decimæ ſunt, ſiue prima ſcrupula. Quæ vlterius in ſecunda, ob ſpatii anguſtiam, non diuiſimus: ſed oculis probe diiudicanda numerandaque commiſimus.

Baſimetræ faciei partes inæquales, cubimetricæ partibus ſeu pollicibus, in tyronum gratiam definiuimus. Maiores, ad ſignum integri, menſuras baſios integras exhibent. Minores, ad ′, primorum ſcrupulorum ſignū, menſuræ cuiuſlibet decimæ ſunt, ſeu prima ſcrupula. Sequentes, ad ″, ſecundorum ſcrupulorum ſignum, ſecunda ſunt ſcrupula: quæ amplius in tertia non diſtinximus, ob interualli exiguitatem.

Integræ menſuræ baſimetræ a tyrone ita regulę imprimi debent. Prima menſura, ad cubimetricæ noſtræ artificioſę poll. 12.6′.2″: altera, ad poll. 17, 8′.4″: tertia, ad poll. 21.8′.5″. &c. veluti ſequitur:

Menſura.	Baſis, in pollicibus quadratis.	Diameter, in pollicibus.				
		0	′	″	‴	⁗
0	0	0				
1	.125	12	6	1	5	3
2	250	17	8	4	0	8
3	375	21	8	5	0	4
4	500	25	2	3	0	7
5	625	28	2	0	8	9
6	750	30	9	0	0	1
7	875	33	3	7	7	2
8	1000	35	6	8	1	7
9	1125	37	8	4	6	1
10	1250	39	8	9	3	4

Menſura.	Baſis, in pollicibus quadratis.	Diameter, in pollicibus.				
		0	′	″	‴	⁗
0	0	0				
11	1375	41	8	4	0	5
12	1500	43	7	0	1	0
13	1625	45	4	8	5	5
14	1750	47	2	0	2	5
15	1875	48	8	5	9	2
16	2000	50	4	6	1	6
17	2125	52	0	1	4	6
18	2250	53	5	2	2	6
19	2375	54	9	8	9	2
20	2500	56	4	1	7	8
21	2625	57	8	1	1	0
22	2750	59	1	7	1	4
23	2875	60	5	0	1	3
24	3000	61	8	0	2	6
25	3125	63	0	7	7	1
26	3250	64	3	2	6	1
27	3375	65	5	5	1	5
28	3500	66	7	5	4	4
29	3625	67	9	3	6	0
30	3750	69	0	9	7	4
31	3875	70	2	3	9	5
32	4000	71	3	6	3	4
33	4125	72	4	6	9	9
34	4250	73	5	5	9	8
35	4375	74	6	3	3	7
36	4500	75	6	9	2	4

Primorum ſcrupulorum menſuræ cuiuslibet baſimetræ talis erit inſertio; ad vſq; menſuram decimam:

Menſura.		Diamet. in pollicibus.		
°	′	°	′	″
	1	3	9	9
	2	5	6	4
	3	6	9	1
	4	7	9	7
	5	8	9	2
	6	9	7	8
	7	10	5	6
	8	11	2	8
	9	11	9	7
1	0	12	6	2
	1	13	2	3
	2	13	8	1
	3	14	3	8
	4	14	9	2
	5	15	4	5
	6	15	9	6
	7	16	4	5
	8	16	9	3
	9	17	3	9
2	0	17	8	4
	1	18	2	8
	2	18	7	1
	3	19	1	3
	4	19	5	4

Menſura.		Diamet. in pollicibus.		
°	′	°	′	″
	5	19	9	4
	6	20	3	4
	7	20	7	3
	8	21	1	1
	9	21	4	8
3	0	21	8	5
	1	22	2	1
	2	22	5	6
	3	22	9	1
	4	23	2	6
	5	23	6	0
	6	23	9	3
	7	24	2	6
	8	24	5	9
	9	24	9	1
4	0	25	2	3
	1	25	5	5
	2	25	8	5
	3	26	1	5
	4	26	4	5
	5	26	7	5
	6	27	0	5
	7	27	3	4
	8	27	6	3

9 27

Menſura.		Diamet. in pollicibus.		
°	′	°	′	″
	9	27	9	2
5	0	28	2	1
	1	28	4	9
	2	28	7	6
	3	29	0	4
	4	29	3	2
	5	29	5	8
	6	29	8	5
	7	30	1	1
	8	30	3	8
	9	30	6	4
6	0	30	9	0
	1	31	1	5
	1	31	4	0
	3	31	6	5
	4	31	9	0
	5	32	1	6
	6	32	4	1
	7	32	6	5
	8	32	8	9
	9	33	1	2
7	0	33	3	8
	1	33	6	1
	2	33	8	5
	3	34	0	9
	4	34	3	1

Menſura.		Diamet. in pollicibus.		
	′	°	′	″
	5	34	5	4
	6	34	7	7
	7	34	9	9
	8	35	2	2
	9	35	4	5
8	0	35	6	8
	1	35	9	0
	2	36	1	3
	3	36	3	4
	4	36	5	6
	5	36	7	7
	6	36	9	9
	7	37	2	0
	8	37	4	2
	9	37	6	4
9	0	37	8	5
	1	38	0	6
	2	38	3	6
	3	38	4	7
	4	38	6	8
	5	38	8	8
	6	39	0	8
	7	39	2	9
	8	39	4	9
	9	39	6	9
10	0	39	8	9

In vnaquaque autem menſura decimam ſequente, prima ſcrupula ſibi inuicem fere æqualia deprehenduntur. Ideoq; cuiuſlibet menſurarum iſtarum ſpatio in decem æquas partes ſecto, primorum ſcrupulorum loca inuenta ſunt.

Secundorum ſcrupulorum ita habebit ſitus:

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
°	'	"	°	'	"
		1	1	2	6
		2	1	7	8
		3	2	1	9
		4	2	5	2
		5	2	8	2
		6	3	0	9
		7	3	3	4
		8	3	5	7
		9	3	7	8
	1	0	3	9	9
		1	4	1	8
		2	4	3	7
		3	4	5	5
		4	4	7	2
		5	4	8	9
		6	5	0	5
		7	5	2	0
		8	5	3	5
		9	5	5	0
	2	0	5	6	4
		1	5	7	8
		2	5	9	2

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
°	'	"	°	'	"
		3	6	0	5
		4	6	1	8
		5	6	3	1
		6	6	4	3
		7	6	5	6
		8	6	6	8
		9	6	7	9
	3	0	6	9	1
		1	7	0	2
		2	7	1	4
		3	7	2	5
		4	7	3	6
		5	7	4	6
		6	7	5	7
		7	7	6	7
		8	7	7	7
		9	7	8	7
	4	0	7	9	7
		1	8	0	8
		2	8	1	8
		3	8	2	8
		4	8	3	

5 8;

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
0	′	″	0	′	″
		5	8	4	6
		6	8	5	6
		7	8	6	5
		8	8	7	4
		9	8	8	3
	5	0	8	9	2
		1	9	0	1
		2	9	1	0
		3	9	1	8
		4	9	2	6
		5	9	3	5
		6	9	4	4
		7	9	5	3
		8	9	6	2
		9	9	7	0
	6	0	9	7	8
		1	9	8	6
		2	9	9	4

Menſura.			Diamet. in pollicibus.		
0	′	″	0	′	″
		2	10	0	2
		4	10	1	0
		5	10	1	8
		6	10	2	6
		7	10	3	4
		8	10	4	2
			10	4	9
	7	0	10	5	6
		1	10	6	4
		2	10	7	1
		3	10	7	8
		4	10	8	5
		5	10	9	2
		6	11	0	0
		7	11	0	7
		8	11	1	4
		9	11	2	1
	8	0	11	2	8

Hoc modo octo primis primæ menſuræ ſcrupulis in ſecunda diuiſis; ſequentium primorum ſpatia ſingula in decem partes æquales dirimenda, ad diametrum vſque duarum menſurarum. Proxima his, in quinque ſaltem partes, binas denotantes, ſecanda, ad octo menſurarum diametrum. Reliqua omnia, in duas, quinque ſcrupula ſecunda repræſentantes.

Tertiis quoque ſcrupulis nonnunquam eſt opus, ad dimenſiones baſium minutiorum accuratas. Infimum ergo ſecundorum ſegmentum ita in tertia ſcrupula ſubdiuidendum.

Menſura.				Diameter, in pollicibus.		
°	′	″	‴	°	′	″
—	—	—	1	—	.4	0
—	—	—	2	—	5	6
—	—	—	3	—	6	9
—	—	—	4	—	8	0
—	—	—	5	—	8	9
—	—	—	6	—	9	8
—	—	—	7	1	0	6
—	—	—	8	1	1	3
—	—	—	9	1	2	0
		1	0	1	2	6

Sequentia ſecundorum ſcrupulorum ſpatia ſingula in partes æquales duas, quinas ſignificantes, diſtinguenda; ad initium vſq; quarti vel quincti primorum ſcrupulorum. Reliqua vero ſecundorum interualla, cum ſatis exigua ſint, oculi potius acie, quam manu dirimenda.

CAPVT XV.

De vſu cylindrimetricæ regulæ: primum in dimetiendis cylindris.

Baſimetra regulæ parte, cylindri baſis; altimetra, eiuſdem altitudo, accurate examinantur. Hinc inuentæ menſuræ & ſcrupula, tum baſios, ſeu diametri, tum altitudinis inuicem multiplicātur. Vnde capacitas prodit cylindri dati, in menſuris, harumque ſcrupulis: quę tandem facilime ad vſitata menſurarum genera, vehes, ohmas, quartalia, menſuras, & quadrantes, ſecundum doctrinam capitis 10, & 23 ſtereometriæ, reducuntur.

Exempla.

Exempla.

Eſto cylindrus: cuius baſios diameter, Menſ. 8. 5′. 3″: altitudo, Menſ. 64. 2′. Hæc diametri quidem menſuræ octo, & quinque prima ſcrupula, vt etiam altitudinis menſuræ, atque prima ſcrupula, regulæ ipſi actu impreſſa deprehenduntur: tria vero ſecunda diametri, actu non extant, ſed perſpicacis oculi æſtimatione numerantur. Multiplicatis porro diametro & altitudine, prodit capacitas, Menſurarum 547. 6′—+—: quæ cōſtituunt Vehem 1, Ohm. 0, Quartal. 16, Menſ. 3, Quadrant. 2½.

8. 5′. 3″. Diameter baſios.
6 4. 2′. Altitudo.

1 7 0 6
3 4 1 2
5 1 1 8

5 4 7. 6′. 2. 6″. Capacitas.

x
6 | 3
Menſur. 5 4 | 7. 6′. 5″—(Ohm. 6 (Veh. 1, Ohm. 0, Quart. 16,
8 | 6 Menſ. 3, Qdr. 2½.
4 4

Aliud exemplum. Eſto cylindrus: cuius baſios diameter, Menſ. 0. 9′. 5″: altitudo, Menſ. 20. 1′. 5″. His inuicem multiplicatis, ſurgit capacitas Menſurarum 19. 1′—+—: quæ ſunt Quartalia 4, Menſ. 3, Quad. 0⅝—.

2 0. 1′. 5″. Altitudo.
9′. 5″. Diameter.

1 0 0 7 5′
1 8 1 3 5

1 9. 1′. 4″. 2‴. 5⁗. Capacitas.

Exemplum aliud. Quæritur capacitas cylindri, cuius baſios diameter, Menſ. 0. 0′. 9″. 8‴: altitudo, Menſ. 6. 5′. 2″. Inuenitur capacitas, Menſur. 0. 6′. 3″. 8‴. 9⁗. 6ᵛ: hoc eſt, Quadr. 2½.—+—

6. 5. 2″. Altitudo.
9″. 8‴. Diameter.

5 2 1 6
5 8 6 8

6′. 3″. 8‴. 9⁗. 6ᵛ. Capacitas.

CAPVT XVI.

De vſu cylindrimetricæ regulæ, in dimetiendis Curticonis, & Cupis.

PRiuſquam cuparum tyro adgrediatur geodæſiam, duo notet. Primum, cupæ geminatæ baſes minores duas eſſe: harumque diametros, ſi inæquales ſint, mediatrice regula æquandas. Deinde, cupam geminatam faſtigiatorum aſſerum ad baſes ligneas vtrinque prominentiam habere: ideoque de tota eiuſmodi cupæ altitudine, foris, non intus, dimenſa, binam illam prominentiam, nec non craſſitiem baſiam lignearum, quæ & ipſa vni prominentiæ communiter æqualis indicatur, ſubducendam eſſe.

Ceterum, geodæſia cuparum accuratiſſima quadrimembris eſt.

1. Capacitas diametri maioris minoriſq;, regulæ inſcripta, componitur, & biſecatur: vt prodeat diameter æquatę capacitatis.
2. Spatium, quo maior diametrus minorem excedit, mediatrice biſectũ, minori adiicitur: vt oriatur diameter æquatæ longitudinis.
3. Æquationis vtriuſque differentia in tres partes diuiditur: earumque vna longitudinis diametro adiicitur: vt correcta ſurgat diameter.
4. Diameter correcta, & altitudo cupę, inuicem multiplicantur: vt capacitas eliciatur.

Exempla.

Eſto cupa ſimplex: cuius baſios maioris diameter, Menſur. 11.2′.3″: minoris diameter, Menſ. 8.7′.4″: altitudo, Menſ. 37.7′. Quęritur capacitas: inuenit urque, Menſurarum 375.5′.6″: quę ſunt Ohmę 4, Quartalia 13, Menſurę 3, Quadrantes 2¼.

1. Compoſitæ diametri ſunt Menſ. 19.9′.7″: quarum dimidium, Menſ. 9.9′.8″.5‴, eſt diameter æquatæ capacitatis.
2. Diameter longitudinis ęquatę, mediatrice regula exceſſui maioris diametri applicata, incidere deprehenditur in Menſ. 9.9′.5″.—
3. Æquationis vtriuſq; differentia eſt 3″.5‴: cuius tertia pars, 1″.2‴—, longitudinis diametro 9.9′.5″, addita, conſtituit diametrum correctam 9.9′.6″.2‴.

4. Cor-

4. Correcta hęc diameter Menſ.9.9′.6″.2‴, per altitudinem, Menſ.37.7′, multiplicata, facit capacitatem, Menſ.375.5′.6″ ⊣

Praxis in abaco talis eſt:

Menſ.11. 2′. 3″. diameter maior.
8. 7′. 4″. diameter minor.

19. 9′. 7″.
9. 9′. 8″. 5‴. diameter æquatæ capacitatis.
9. 9′. 5″. 0‴. diameter æquatæ longitudinis.

3″. 5‴. differentia.
1″. 2‴. —triens.

9. 9′. 6″. 2‴. diameter correcta.
3 7. 7′. altitudo.

6 9 7 3 4
6 9 7 3 4
2 9 8 8 6

3 7 5. 5′. 6″. 7‴. 4⁗. capacitas.

2
5|3
Menſuræ 37|5. 5′. 6″.
8| (Ohm.4, Qr.13, M.3, Qd.2½.
44

Exemplum aliud. Cupa geminata eſto: cuius baſios maioris diameter, M.13.2′: minoris, M.9.9′.8″: altitudo M.78.1′.5″.

Menſur. 13. 2′. 0″. diameter maior.
9. 9′. 8″. diameter minor.

23. 1′. 8″.
11. 5′. 9″. diam. æquatæ capacitatis.
11. 5′. 4″. diam. æquatę longitudinis.

5″. differentia.
1″. 7‴ —triens.

11. 5′. 5″. 7‴. diameter correcta.
7 8. 1′. 5″. altitudo.

```
      5 7 7 8 5
    1 1 5 5 7
  9 2 4 5 6
8 0 8 9 9
9 0 3. 1'.7''.9'''.5''''.5v.capacitas.
```

```
         1(1|            5
Menſ.  9 9|3.1'.8''.—(Oh.1 1(Veh.1, Oh.5, Qr.5, M.3,
         8 8|            6                    Qd.0¼.
            4
```

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi curticonici, cuius maioris baſios diameter, Menſ.0.0'.7''.5''': minoris diameter, Menſ.0.0'.5'': altitudo Menſ.5.2'.

```
Menſ. 0. 0'. 7''. 5'''. diameter maior.
             5''. 0'''. diameter minor.
        1'. 2''. 5'''.
             6''. 2'''. 5''''.diameter æquatæ capacitatis.
             6''. 2'''. 0''''.diameter æquatæ longitudinis.
                        5''''.differentia.
                        1''''.7v—triens.
             6''. 2'''. 1''''.7v.diameter correcta.
                        5. 2'.altitudo.
        1   2   4   3   4
      3 1   0   8   5
      3'.2''. 3'''.2''''.8v. 4vi.capacitas: h.e. Quadr. 1.¼
```

Quod ſi cuparum ſtereometria non omnino exactiſſima deſideretur; vbi nimirum baſios maioris & minoris diametri parū inæquales ſunt: bimembris ſaltem geodeſiæ praxis eſt. Prætermiſſo enim primo membro, ſola longitudinis diametrorum per mediatricem regulam æquatio inſtituitur. Hinc, tertio neglecto membro, diameter æquata cum altitudine multiplicatur: vnde capacitas veræ propinqua prodit.

Primum igitur exemplum ſola æquatione ita abſoluitur:

Menſ.

Menſ. 9. 9′. 5″. diameter æquatæ longitudinis.
3 7. 7′. altitudo.

6 9 6 5
6 9 6 5
2 9 8 5

3 7 5. 1. 1′. 1″. 5‴. capacitas. Defectus ergo eſt Quad. 1 $\frac{2}{3}$.

Alterum exemplum, ſola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Menſ. 7 8. 1′. 5″. altitudo.
1 1. 5′. 4″. diameter æquatæ longitudinis.

3 1 2 6 0
3 9 0 7 5
7 8 1 5
7 8 1 5

9 0 1. 8′. 5″. 1‴. 0⁗. capacitas. Deficiunt igitur Menſura 1, Quadr. 1 $\frac{1}{4}$.

Tertium exemplum, ſola æquatione tractatum.

Menſ. 0. 0′. 6″. 2‴. diameter æquatæ longitudinis.
5″. 2′. altitudo.

1 2 4
3 1 0

3′. 2″. 2‴. 4⁗. capacitas. Deficiunt ergo menſ. 8⁗. 8ᵛ. &c.

CAPVT XVII.

Quomodo particula aliqua cylindrimetricæ regulæ, cuparum etiam maximarum capacitas indagari queat.

SI quis regulã optet cylindrimetricã exiguã, quę cõmode circũgeſtari poſſit: particulã aliquã ſupra delineatæ pro placito ſeligat: longitudinis, verbi gratia, decẽ pollicũ: in cuius anguſtiori vna parte altimetri pollices decẽ ſint deſcripti: in latiori gemina, priori quidem, primæ mẽſuræ ſcrupula, vltra ſextum primorum, & alterũ

ſecundorum; poſteriori, ſequentia ordine ſcrupula, vltra tertię menſurę quinctum primorum, & primum ſecũdorum: vt in cylindrimetricæ typo, capite 3 huius, videre eſt.

Hac regula quarumuis cuparum geodęſia modo ſequenti abſolui poteſt. Cupæ datæ tum altitudo, tum baſium diametri, vel filo aliquo denſo, vel quauis regula, ęqualibus partibus ſecta, pręciſe metienda. Altitudo inuenta, in parte altimętra regulę διαδακτύλων numeranda: ingeminando æqualia pollicum, ſeu altitudinis menſurarum interualla, quoad opus eſt. Diametri vero, maior pariter, atque minor, in tot partes, filo quoties neceſſe videtur complicato, ſecandæ, vt harum vnam regula propoſita capere queat. Hinc ſegmentorum correcta diameter, veluti proximo capite monſtratum eſt, inquirenda: & quadrato denominationis ſegmenti multiplicanda. Tandem factus hic, cupæ altitudine vniuerſa multiplicandus. Sicque vera cupæ propoſitæ inuenta eſt capacitas.

Exempla.

Eſto hac regula dimetienda cupa, cuius diameter maior ter contineat longitudinem Menſ. 0. 6′. 1″: & minor eiuſdem diameter itidem ter contineat longitudinem Menſur. 0. 4′. 7′: altitudo autem deprehenſa ſit Menſ. 3 1. 5′. Heic ſegmentorum, quæ tertiæ datarum diametrorum partes ſunt, correcta diameter inuenitur Menſ. 0. 5′. 3″. 8‴: quæ, denominationis tertiariæ quadrato, nimirum nouenario, multiplicata, producit diametrum correctam integram datæ cupæ baſium, Menſ. 4. 8′. 4″. 1‴. Hæc denuo per altitudinem multiplicata, exhibet capacitatem quæſitam Menſ. 149. 3′. 6″.

Menſ. 0. 6′. 1″. diametri maioris triens.
4′. 7″. diametri minoris triens.

1. 0′. 8″.
5′. 4″. diameter æquatæ capacitatis.
5′. 3″. 7‴. diameter æquatæ longitudinis.

3‴. differentia.
1‴. triens.

5′. 3″. 8‴. diametri correctæ triens.
9 quadratum denominationis tertiariæ.

4.8'. 4". 2'''.diameter correcta & integra.
5 1. 5'.altitudo totius cupæ.

2 4 2 1 0
4 8 4 2
2 4 2 1 0

2 4 9. 3'.6'.3".0'''.capacitas.

Tertium exemplum, ubi æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Cupæ modo propoſitæ diametri, maior & minor, filo dimenſæ, primum longitudine æquandæ. Deinde pars æquatarum aliquota, regulam non excedens, ſeligenda; & quadrato denominationis ſegmenti multiplicanda. Tandem factus quoque hic per altitudinem totius cupæ multiplicandus.

Menſ. 0. 5'. 3". 7'''.triens diametri æquatæ longitudinis.
9.quadratum denominationis tertiariæ.

4.8'. 3". 3'''.diameter integra æquatæ longitudinis.
5 1. 5'.altitudo totius cupæ.

2 4 1 6 5
4 8 3 3
2 4 1 6 5

2 4 8.8'.9". 9'''.5''''.capacitas. Deficiunt ergo Menſ.0.4'.6".4'''.

Aliud exemplum.

Menſ. 2.4'.5". diametri maioris $\frac{1}{5}$.
1.7'.6". diam. minoris $\frac{1}{5}$.

4.2.1".
2.1'.0". 5'''.diameter æquatæ capacitatis.
2.0'.9". 5'''.diameter æquatæ longitudinis.

1". 0'''.differentia.
3'''.triens.

2.0'.9". 8'''.diametri correctæ $\frac{1}{5}$
2 5.quadratum denominationis quinariæ.

1 0 4 9 0
4 1 9 6

5 2. 4'. 5''. 0'''. diameter correcta, & integra.
1 6 0. altitudo totius cupæ.

3 1 4 7 0 0 0
5 2 4 5

8 3 9 2. 0'. 0''. 0'''. capacitas.

Menſ. 8 3 9 | 2. (Oh. 1 0 4 (Veh. 17, Ohm. 2, Qrt. 18.
3 8 8 |
4 4

Finis Compendii ad Tyrones.

NOVA

NOVA STEREOMETRIA VASORVM REGVLARIVM, CAPIENDIS LIQVORIBVS DESTINATORVM: E FVNDAMENTIS GEOMETRICIS deducta.

CAPVT I.

De integri ſtereometrici in decem partes continua Diſſectione, diuerſis gradibus ἀναλόγως inſtituenda, & in abaco Notanda.

VASORVM, quam explicandam ſuſcipimus, ſtereometria, liquoris menſuram minimam, ſed integram, veluti στοιχειῶδές τι καὶ ἀσύνθετον, conſiderat; qua dimenſionibus propriæ ſoliditatis, longitudine, latitudine, atque altitudine conſtat. Hinc dati cuiuſlibet vaſis ſoliditatem, iiſdem dimenſionibus, ceu communi μέτρῳ diſtinctam, examinat: indeque capacitatem quæſitam rimatur.

Vt vero tum capacitas, quæ menſuræ numero exprimitur; tum ſoliditas, quæ pollicibus definitur, exactiſſime comprehendi queant: integra in partes ſindere minutiores neceſſum eſt. Integra hæc, in ſtereometricis noſtris præcipue occurrentia, ſunt, menſura liquoris famoſa, pollex tantum longus, pollex quadratus, pollex cubicus. Quæ, licet in varias minutias ſeu fractiones diuidi poſſint: nos tamen

(ad vitandum minutias magni nominis, calculum facile turbantes, aut tardantes) integrum quodvis, hexacontadum aſtronomicarum imitatione, in particulas diuerſorum ordinum, cōtinua ſerie proportionales, diducimus: & hanc diſſectarum partium ἀναλογίαν numero denario, multiplicationi & diuiſioni expeditæ aptiſſimo, exprimimus. Sic igitur menſuram, ſic pollicem longum, ſic quadratum, cubicumque pollicem, primo in decem partes, quæ λεπτὰ, ſeu ſcrupula prima vocemus, diſtinguimus: rurſus horum ſcrupulorum primorum ſingula in decem ſecunda: horum iterum ſingula in decem tertia: tertiorum quodlibet in decem quarta: & ſic continua partitione, quoad vſus poſtulat, progredimur.

Ceterum ſtereometricos hoſce numeros ſignis quibuſdam diſtinctos exhibemus. Integrum quippe, ſiniſtram verſus collocatum, nomine ſuo plerumque exprimimus; vel circulo ſuprapoſito notamus. Scrupula autem prima deſignamus, adfixa ad numeri verticem oblōga vna & inclinata virgula: ſecunda, duabus: tertia, tribus: &c.

Exempli cauſſa, menſuras vigintiquinque, ſcrupula tria prima, ſex ſecunda, duo tertia, quatuor quarta, ita notamus: menſ. $25.3'.6''.2'''.4''''$. Vbi $3'$ æquantur $\frac{3}{10}$: & $6''$ æquantur $\frac{6}{100}$: & $2'''$ æquantur $\frac{2}{1000}$: & $4''''$ æquantur $\frac{4}{10000}$: itemque coniunctim $3'.6''.2'''.4''''$ æquantur $\frac{3624}{10000}$. ſectionis enim denariæ prima ſcrupula, partes integri ſunt decimæ: ſecunda, centeſimæ: tertia, milleſimæ: quarta, decies milleſimæ: quincta, centies milleſimæ: ſexta, millies milleſimæ: ſeptima, decies millies milleſimæ: & ſic deinceps.

Aliud exemplum. Pollices centum & duodecim, ſcrupulum vnum primum, ſeptem ſecūda, nouem quarta, duo quincta, ita ſcribimus: poll. $112.1'.7''.0'''.9''''.2^{v}$.

Aliud. Pollices quadratos ſeptuagintaocto, ſcrupula nouem ſecunda, vnum quartum, hoc modo notamus: poll. quadr. $78.0'.9''.0'''.1''''$.

Aliud. Cubicos pollices mille & quatuor, ſcrupula duo prima, ſex quincta, ita notamus: poll. cub. $1004.2'.0''.0'''.0''''.6^{v}$.

Aliud Integra (nomine carentia) vigintiquatuor, tria prima, quinque ſecunda, ſic notamus: $24.3'.5''$. vel, ſigno circulari ſupraſcripto integris, $24^{\circ}.3'.5''$.

Aliud. Nouem ſecunda ſcrupula, & octo ſexta, ita ſcribimus: $9''.0'''.0''''.0^{v}.8^{vi}$.

Obſer-

Obſeruandum hoc loco eſt, ſtereometricum numerum quemlibet, continua διαλύσει, circulis adiectis, in infinitum propagari poſſe; notarum ſignificantium nihil immutato valore. Sic enim pollex vnus, fragmentis etiam quamplurimis veluti comminutus, pollex tamen non niſi vnus eſt: & ſcrupula duo, ad quinctum, vigeſimum, immo milleſimum extenſa gradum, duo ſaltem ſunt ſcrupula. Siue igitur poll. 1 ſcribatur, ſiue poll. 1.0′.0″.0‴.0⁗.0^v.0^{vi}.&c. perinde omnino eſt: quia notarum ſignificatio graduum vacuorum nec adiectione augetur, nec ablatione minuitur.

CAPVT II.

De Numeratione geodætica integrorum & ſcrupulorum.

INtegra, hiſque adhærentes decimæ, diſiuncti ſunt numeri: ſed tamen in ſtereometricis ſupputationibus veluti vnus numerus continuus conſiderãtur: calculumq; ſubeunt vulgarem additionis, ſubductionis, multiplicationis, & diuiſionis. Hanc πραγματείαν ſignatura excipit numeri e duobus oblatis inuenti; huius loci propria. Generatim vero ſignum conueniens imprimitur notæ inuenti numeri extremæ verſus dextram: vnde poſtmodum facilime notis vltimam præcedentibus ſigna ſua, naturali ſerie ad integrum accedẽtia, tribui, & notæ ipſæ ad integra vſque punctis interſtingui poſſunt.

Additio geodætica.

Numeri coniungendi eiuſdem denominationis, perpendiculariter inuicem ſubſcribuntur, & componuntur: ſignum autem ſummæ extrema verſus dextram nota datis ſimile manet: vt ſequitur.

9′	poll.	43.7′.9″.0‴.1⁗.
6		120.5.3.0.0.
1.5′.		164.3′.2″.0‴.1⁗.

Subtractio geodætica.

Heic quoque numeri ſimiles, ſeu eiuſdem ſpeciei, a ſimilibus auferuntur: & reſidui ſignum nota extrema datis itidem ſimile manet.

1.2′.	poll. 9.0′.6″.5‴.3⁗.8ᵛ.	poll. 70.0′.0″.0‴.
9	8. 5. 6. 2. 0. 9.	22.5. 0. 6.
3′.	5′.0″.3‴.2⁗.9ᵛ.	47.4′.9″.4‴.

Multiplicatio geodetica.

Multiplicatio vulgari ratione abſoluitur. Signaturam quod attinet, facti extrema verſus dextram nota, factorum ſuorum coniuncta gerit ſigna. Vbi notandum, vt etiam in ipſa diuiſione, integri ſignum eſſe circulum, ſ[eu] figuram nullum numerum ſignificantem. Hinc ergo integrum cum integro, facit integrum: integrum cum primis ſcrupulis, facit prima; cum ſecundis, ſecunda: prima ſcrupula cum primis, faciunt ſecunda; cum tertiis, quarta: &c.

```
poll. 3 4.        poll. 1 2 3 4.5′.6″.4‴.
      1 2.                 poll. 2 3.
      ----             -----------------
      6 8              3 7 0 3 6 9 2
    3 4              2 4 6 9 1 2 8
poll.4 0 8        poll. 2 8 3 9 4.9′.7″.2‴.

poll. 1 0 0 0   poll. 1 0 0                 1. 2′. 3″.
      4⁗              2′                       4. 5′.
-----------------------------               ----------
4′.0″.0‴.0⁗.    poll. 2 0.0′.               6 1 5
                                          4 9 2
                                          5′.5″.3‴.5⁗.
```

In his exemplis, pollices 34, per 12, faciunt poll. 408. nam 0, & 0, ſunt 0. Sic poll. 1234.5′.6″.4‴, per 23, faciunt 28394.9′.7″.2‴: quia ‴ & 0, ſunt ‴. Ita 1000, per 4⁗, faciunt 4′: hoc eſt, millies quatuor quarta ſcrupula, faciunt quatuor prima. Similiter poll. 100, per 2′, faciunt 20.0′: hoc eſt, centies duo prima ſcrupula faciunt viginti integra, &c.

Diuiſio geodetica.

In ſtereometrica diuiſione, numerus diuidendus, circulis verſus dextram adiectis, quantum opus eſt, extenditur: quæ tamen graduum amplificatio diuidendi valorem nihil auget, vt e primo capite huius iam patuit; ſed quoti ſaltem præciſioni inſeruit. Hoc peracto, ipſum partitionis opus haud aliter, quam vulgo ab arithmeticis præcipi ſolet, inſtituitur.

Signa-

Signatura vero extremæ quoti notæ, meditationem aliquam peculiarem requirit: quam breuiter ita comprehendimus. Abſoluta diuiſione, vltima diuidendi ac diuiſoris verſus dextram ſigna ab inuicem deducuntur: &, ſi diuidendi ſignum diuiſoris ſigno æquale, vel maius fuerit; ſignum a ſubductione reliquum extremæ quoti notæ verſus dextram imprimitur: ſin minus diuidendi ſignum extiterit; diuidendus numerus tot circulis augetur, quot vnitatibus ſignum conſtat a ſubtractione reliquum, vnde continuata diuiſione productæ quoti notæ omnes integra ſunt.

Exempla.

Pollices 100, diuiſi per 25, quotum habent 4: nam circulus, ſiue ſignum integri, de 0, relinquit 0. Sed pollices 10, per 25 diuiſi, quotum habent 4′: nam, peracta diuiſione, 0 de ′, relinquit ′. Pollex 1, diuiſus per 25, quotum habet 4″: nam 0 de ″, relinquit ″.

100 (4′. 1 0.0′. (4 1.0.0″. (4″.
25 25 25

Aliud exemplum. Si diuidantur 84.0′.5″.2‴, per 5.1′: quotus habet 16.4′.8″: nam ſignum vltimæ diuiſoris notæ ′, ſubtractum de ſigno vltimæ notæ diuidendi ‴, relinquit ſignum ″: proinde quoti extremæ notæ hoc ipſum ſignum ſupraſcribitur: vnde neceſſario proxime antecedens nota primorum ſcrupulorum ſignum habet: & hanc antecedentes, integrorum ſignum.

Dd. 84.0′.5″.2‴. (16.4′.8″. poll. 1.0′.0″.0‴.0⁗.0v.0vi.0vii.0viii.0ix.
Dr. 5.1′. 12.6′.1″.5‴.3⁗. (7″.9‴.2⁗.8v.

Exempla in quibus ſignum diuidendi minus eſt diuiſoris ſigno.

Si diuidatur 1″ per 1‴, quotus habet 100 integra: nam ″ de ‴, relinquunt ′: quo ſigno innuitur, ad notam quoti 1, vel ad notam diuidendi 1″, duos circulos eſſe adponendos, hoc modo, 100, vel 1″.0″.0‴: eo quod ſignum diuidendi minus eſt diuiſoris ſigno.

Ita 5, diuiſa per 1″, quotum habent 50: hoc eſt, vnum ſecundum ſcrupulum, in quinque primis quinquagies continetur.

Pariter, 1065 integra, diuiſa per 2″.1‴.3⁗, quotum habent 50000: nam 0, de ⁗, relinquit ⁗: ideoq; ad quoti notam 5, vel ad notas diuidendi, quatuor circuli adiungendi.

5 7 7 8 5
1 1 5 5 7
9 2 4 5 6.
8 0 8. 9 9

9 0 3. 1'. 7''. 9'''. 5''''. 5^{v}.capacitas.

1(2| 5
Menſ. 9 0|3.1'.8''.—(Oh. 2 2(Veh.1, Oh. 5, Qr. 5, M. 3,. .
8 8| 6   Qd.o¼.
4

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi curticonici, cuius maioris baſios diameter, Menſ.0.0'.7''.5''':minoris diameter, Menſ.0.0'.5'': altitudo Menſ.5.2'.

Menſ. 0. 0'. 7''. 5'''. diameter maior.
5''. 0'''. diameter minor.

1'. 2''. 5'''.
6''. 2'''. 5''''.diameter æquatæ capacitatis.
6''. 2'''. 0''''.diameter æquatæ longitudinis.

5''''.differentia.
1''''. 7^{v}—triens.

6''. 2'''. 1''''. 7^{v}.diameter correcta.
5. 2'.altitudo.

1 2 4 3 4
3 1 0 8 5

3'. 2''. 3'''. 2''''. 8^{v}. 4^{vi}.capacitas:h.e.Quadr. 1.¼—

Quod ſi cuparum ſtereometria non omnino exactiſſima deſideretur; vbi nimirum baſios maioris & minoris diametri parũ inæquales ſunt: bimembris ſaltem geodeſiæ praxis eſt. Prætermiſſo enim primo membro, ſola longitudinis diametrorum per mediatricem regulam æquatio inſtituitur. Hinc, tertio neglecto membro, diameter æquata cum altitudine multiplicatur: vnde capacitas veræ propinqua prodit.

Primum igitur exemplum ſola æquatione ita abſoluitur:

Menſ.

Menſ. 9. 9′. 5″. diameter æquatæ longitudinis.
3 7. 7′. altitudo.

6 9 6 5
6 9 6 5
2 9 8 5

3 7 5. 1. 1′. 1″. 5‴. capacitas. Defectus ergo eſt Quad. 1$\frac{1}{2}$.

Alterum exemplum, ſola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Menſ. 7 8. 1′. 5″. altitudo.
1 1. 5′. 4″. diameter æquatæ longitudinis.

3 1 2 6 0
3 9 0 7 5
7 8 1 5
7 8 1 5

9 0 1. 8′. 5″. 1‴. 0⁗. capacitas. Deficiunt igitur Menſura 1, Quadr. 1$\frac{1}{4}$.

Tertium exemplum, ſola æquatione tractatum.

Menſ. 0. 0′. 6″. 2‴. diameter æquatæ longitudinis.
5″. 2′. altitudo.

1 2 4
3 1 0

3′. 2″. 2‴. 4⁗. capacitas. Deficiunt ergo menſ. 8⁗. 8^v. &c.

CAPVT XVII.

Quomodo particula aliqua cylindrimetricæ regulæ, cuparum etiam maximarum capacitas indagari queat.

SI quis regulā optet cylindrimetricā exiguā, quę cōmode circūgeſtari poſſit: particulā aliquā ſupra delineatæ pro placito ſeligat: longitudinis, verbi gratia, decē pollicū: in cuius anguſtiori vna parte altimetri pollices decē ſint deſcripti: in latiori gemina, priori quidem, primæ mēſuræ ſcrupula, vltra ſextum primorum, & alterū

ſecundorum; poſteriori, ſequentia ordine ſcrupula, vltra tertię menſurę quinctum primorum, & primum ſecũdorum: vt in cylindrimetricæ typo, capite 3 huius, videre eſt.

Hac regula quarumuis cuparum geodęſia modo ſequenti abſolui poterit. Cupę datę tum altitudo, tum baſium diametri, vel filo aliquo denſo, vel quauis regula, ęqualibus partibus ſecta, pręciſe metienda. Altitudo inuenta, in parte altimetra regulę [illegible] numeranda: ingeminando æqualia pollicum, ſeu altitudinis menſurarum interualla, quoad opus eſt. Diametri vero, maior pariter, atque minor, in tot partes, filo quoties neceſſe videtur complicato, ſecandæ, vt harum vnam regula propoſita capere queat. Hinc ſegmentorum correcta diameter, veluti proximo capite monſtratum eſt, inquirenda: & quadrato denominationis ſegmenti multiplicanda. Tandem factus hic, cupæ altitudine vniuerſa multiplicandus. Sicque vera cupæ propoſitæ inuenta eſt capacitas.

Exempla.

Eſto hac regula dimetienda cupa, cuius diameter maior ter contineat longitudinem Menſ. 0. 6′. 1″: & minor eiuſdem diameter itidem ter contineat longitudinem Menſur. 0. 4′. 7′: altitudo autem deprehenſa ſit Menſ. 51. 5′. Heic ſegmentorum, quæ tertiæ datarum diametrorum partes ſunt, correcta diameter inuenitur Menſ. 0. 5′. 3″. 8‴: quæ, denominationis tertiariæ quadrato, nimirum nouenario, multiplicata, producit diametrum correctam integram datæ cupæ baſium, Menſ. 4. 8′. 4″. 2‴. Hæc denuo per altitudinem multiplicata, exhibet capacitatem quæſitam Menſ. 249. 3′. 6″. —

Menſ. 0. 6′. 1″. diametri maioris triens.
4′. 7″. diametri minoris triens.
1. 0′. 8″.
5′. 4″. diameter æquatæ capacitatis.
5′. 3″. 7‴. diameter æquatæ longitudinis.
3‴. differentia.
1‴. triens.
5′. 3″. 8‴. diametri correctæ triens.
9 quadratum denominationis tertiariæ.

4.8′.4″.2‴.diameter correcta & integra.
5 1. 5′.altitudo totius cupæ.

2 4 2 1 0
4 8 4 2
2 4 2 1 0

2 4 9.3′.6″.3‴.0⁗.capacitas.

Tertium exemplum, ſola æquatione longitudinis diametrorum tractatum.

Cupæ modo propoſitæ diametri, maior & minor, filo dimenſæ, primum longitudine æquandæ. Deinde pars æquatarum aliquota, regulam non excedens, ſeligenda; & quadrato denominationis ſegmenti multiplicanda. Tandem factus quoque hic per altitudinem totius cupæ multiplicandus.

Menſ. 0.5′.3″.7‴.triens diametri æquatæ longitudinis.
9.quadratum denominationis tertiariæ.

4.8′.3″.3‴.diameter integra æquatæ longitudinis.
5 1. 5′.altitudo totius cupæ.

2 4 1 6 5
4 8 3 3
2 4 1 6 5

2 4 8.8′.9″.9‴.5⁗.capacitas. Deficiunt ergo Menſ.0.4′.6″.4‴.

Aliud exemplum.

Menſ. 2.4′.5″. diametri maioris $\frac{1}{5}$.
1.7′.6″. diam. minoris $\frac{1}{5}$.

4.2.1′.
2.1′.0″.5‴.diameter æquatæ capacitatis.
2.0′.9″.5‴.diameter æquatæ longitudinis.

1″.0‴.differentia.
3‴—triens.

2.0′.9″.8‴.diametri correctæ $\frac{1}{5}$
2 5.quadratum denominationis quinariæ.

```
   1 0 4 9 0
   4 1 9 6
  ______________
   5 2. 4'. 5''. 0'''. diameter correcta, & integra.
       1 6 0. altitudo totius cupæ.
  ______________________
  3 1 4 7 0 0 0
  5 2 4 5
  ______________________
  8 3 9 2. 0'. 0''. 0'''. capacitas.

        3
       (7|            42
  Menſ.8 3 9| z.(Oh. 1 0 4 (Veh. 17, Ohm. 2, Qrt. 18.
       388|            66
        44
```

Finis Compendii ad Tyrones.

NOVA

NOVA STEREOMETRIA VASORVM REGVLARIVM, CAPIENDIS LIQVORIBVS DESTINATORVM: E FVNDAMENTIS GEOMETRICIS deducta.

CAPVT I.

De integri ſtereometrici in decem partes continua Diſſectione, diuerſis gradibus ἀναλόγως *inſtituenda, & in abaco Notanda.*

VASORVM, quam explicandam ſuſcipimus, ſtereometria, liquoris menſuram minimam, ſed integram, veluti στοιχειῶδές τι καὶ ἀσύνθετον, conſiderat; qua dimenſionibus propriæ ſoliditatis, longitudine, latitudine, atque altitudine conſtat. Hinc dati cuiuſlibet vaſis ſoliditatem, iiſdem dimenſionibus, ceu communi μέτρῳ diſtinctam, examinat: indeque capacitatem quæſitam rimatur.

Vt vero tum capacitas, quæ menſuræ numero exprimitur; tum ſoliditas, quæ pollicibus definitur, exactiſſime comprehendi queant: integra in partes findere minutiores neceſſum eſt. Integra hæc, in ſtereometricis noſtris præcipue occurrentia, ſunt, menſura liquoris famoſa, pollex tantum longus, pollex quadratus, pollex cubicus. Quæ, licet in varias minutias ſeu fractiones diuidi poſſint: nos tamen

(ad vitandum minutias magni nominis, calculum facile turbantes, aut tardantes) integrum quoduis, hexacontadum aſtronomicarum imitatione, in particulas diuerſorum ordinum, continua ſerie proportionales, diducimus: & hanc diſſectarum partium ἀναλογίαν numero denario, multiplicationi & diuiſioni expeditæ aptiſſimo, exprimimus. Sic igitur menſuram, ſic pollicem longum, ſic quadratum, cubicumque pollicem, primo in decem partes, quas λεπτὰ, ſeu ſcrupula prima vocamus, diſtinguimus: rurſus horum ſcrupulorum primorum ſingula in decem ſecunda: horum iterum ſingula in decem tertia: tertiorum quodlibet in decem quarta: & ſic continua partitione, quoad vſus poſtulat, progredimur.

Ceterum ſtereometricos hoſce numeros ſignis quibuſdam diſtinctos exhibemus. Integrum quippe, ſiniſtram verſus collocatum, nomine ſuo plerumque exprimimus; vel circulo ſuprapoſito notamus. Scrupula autem prima deſignamus, adfixa ad numeri verticem obloga vna & inclinata virgula: ſecunda, duabus: tertia, tribus: &c.

Exempli cauſſa, menſuras vigintiquinque, ſcrupula tria prima, ſex ſecunda, duo tertia, quatuor quarta, ita notamus: menſ. $25.3'.6''.2'''.4''''$. Vbi $3'$ æquantur $\frac{3}{10}$: & $6''$ æquantur $\frac{6}{100}$: & $2'''$ æquantur $\frac{2}{1000}$: & $4''''$ æquantur $\frac{4}{10000}$: itemque coniunctim $3'.6''.2'''.4''''$ æquantur $\frac{3624}{10000}$. ſectionis enim denariæ prima ſcrupula, partes integri ſunt decimæ: ſecunda, centeſimæ: tertia, milleſimæ: quarta, decies milleſimæ: quincta, centies milleſimæ: ſexta, millies milleſimæ: ſeptima, decies millies milleſimæ: & ſic deinceps.

Aliud exemplum. Pollices centum & duodecim, ſcrupulum vnum primum, ſeptem ſecũda, nouem quarta, duo quincta, ita ſcribimus: poll. $112.1'.7''.0'''.9''''.2^{v}$.

Aliud. Pollices quadratos ſeptuagintaocto, ſcrupula nouem ſecunda, vnum quartum, hoc modo notamus: poll. quadr. $78.0'.9''.0'''.1''''$.

Aliud. Cubicos pollices mille & quatuor, ſcrupula duo prima, ſex quincta, ita notamus: poll. cub. $1004.2'.0''.0'''.0''''.6^{v}$.

Aliud Integra (nomine carentia) vigintiquatuor, tria prima, quinque ſecunda, ſic notamus: $24.3'.5''$. vel, ſigno circulari ſupraſcripto integris, $24^{\circ}.3'.5''$.

Aliud. Nouem ſecunda ſcrupula, & octo ſexta, ita ſcribimus: $9''.0'''.0''''.0^{v}.8^{vi}$.

Obſer-

Obſeruandum hoc loco eſt, ſtereometricum numerum quemlibet, continua διαλύσει, circulis adiectis, in infinitum propagari poſſe; notarum ſignificantium nihil immutato valore. Sic enim pollex vnus, fragmentis etiam quamplurimis veluti comminutus, pollex tamen non niſi vnus eſt: & ſcrupula duo, ad quinctum, vigeſimum, immo milleſimum extenſa gradum, duo ſaltem ſunt ſcrupula. Siue igitur poll. 1. ſcribatur, ſiue poll. 1. 0'. 0''. 0'''. 0''''. 0v. 0vi. 0vii. &c. perinde omnino eſt: quia notarum ſignificatio graduum vacuorum nec adiectione augetur, nec ablatione minuitur.

CAPVT II.

De Numeratione geodætica integrorum & ſcrupulorum.

Integra, hiſque adhærentes decimæ, diſiuncti ſunt numeri: ſed tamen in ſtereometricis ſupputationibus veluti vnus numerus continuus conſiderãtur: calculumq; ſubeunt vulgarem additionis, ſubductionis, multiplicationis, & diuiſionis. Hanc πραγματείαν ſignatura excipit numeri e duobus oblatis inuenti; huius loci propria. Generatim vero ſignum conueniens imprimitur notæ inuenti numeri extremæ verſus dextram: vnde poſtmodum facilime notis vltimam præcedentibus ſigna ſua, naturali ſerie ad integrum accedẽtia, tribui, & notæ ipſæ ad integra vſque punctis interſtingui poſſunt.

Additio geodætica.

Numeri coniungendi eiuſdem denominationis, perpendiculariter inuicem ſubſcribuntur, & componuntur: ſignum autem ſummæ extrema verſus dextram nota datis ſimile manet: vt ſequitur.

9'	poll.	43. 7'. 9''. 0'''. 1''''.
6		120. 5. 3. 0. 0.
1. 5'.		164. 3'. 2''. 0'''. 1''''.

Subtractio geodætica.

Heic quoque numeri ſimiles, ſeu eiuſdem ſpeciei, a ſimilibus auferuntur: & reſidui ſignum nota extrema datis itidem ſimile manet.

Signatura vero extremæ quoti notæ, meditationem aliquam peculiarem requirit: quam breuiter ita comprehendimus. Abſoluta diuiſione, vltima diuidendi ac diuiſoris verſus dextram ſigna ab inuicem deducuntur: &, ſi diuidendi ſignum diuiſoris ſigno æquale, vel maius fuerit; ſignum a ſubductione reliquum extremæ quoti notæ verſus dextram imprimitur: ſin minus diuidendi ſignum extiterit; diuidendus numerus tot circulis augetur, quot vnitatibus ſignum conſtat a ſubtractione reliquum, vnde continuata diuiſione productæ quoti notæ omnes integra ſunt.

Exempla.

Pollices 100, diuiſi per 25, quotum habent 4: nam circulus, ſiue ſignum integri, de 0, relinquit 0. Sed pollices 1 0, per 25 diuiſi, quotum habent 4′: nam, peracta diuiſione, 0 de ′, relinquit ′. Pollex 1, diuiſus per 25, quotum habet 4″: nam 0 de ″, relinquit ″.

1 0̸ 0̸ (4. 1 0̸.0̸′. (4 1.0̸′.0̸″. (4″.
2 5 2 5 2 5

Aliud exemplum. Si diuidantur 84.0′.5″.2‴, per 5.1′: quotus habet 16.4′.8″: nam ſignum vltimæ diuiſoris notæ ′, ſubtractum de ſigno vltimæ notæ diuidendi ‴, relinquit ſignum ″: proinde quoti extremæ notæ hoc ipſum ſignum ſupraſcribitur: vnde neceſſario proxime antecedens nota primorum ſcrupulorum ſignum habet: & hanc antecedentes, integrorum ſignum.

Dd. 8 4.0′.5″.2‴. (16.4′.8″. poll. 1.0′.0″.0‴.0⁗.0ᵛ.0ᵛ′.0ᵛ″.0ᵛ‴.0ⁱˣ.
Dr. 5.1′. 1 2. 6′.1″.5‴.3⁗. (7″.9‴.2⁗.8ᵛ.

Exempla in quibus ſignum diuidendi minus eſt diuiſoris ſigno.

Si diuidatur 1″ per 1‴, quotus habet 100 integra: nam ″ de ‴, relinquunt ″: quo ſigno innuitur, ad notam quoti 1, vel ad notam diuidendi 1″, duos circulos eſſe adponendos, hoc modo, 100, vel 1″.0′.0‴: eo quod ſignum diuidendi minus eſt diuiſoris ſigno.

Ita 5′, diuiſa per 1″, quotum habent 50: hoc eſt, vnum ſecundum ſcrupulum, in quinque primis quinquagies continetur.

Pariter, 1065 integra, diuiſa per 2″.1‴.3⁗, quotum habent 50000: nã 0, de ⁗, relinquit ⁗: ideoq; ad quoti notam 5, vel ad notas diuidendi, quatuor circuli adiungendi.

Sic $1''$, diuiſum per $1''''.1^{v}$; quotum habet 90 –+–, hoc eſt, $1''''$, 1^{v}, in $1''$ nonagies continentur; non tamen exacte, ſed cum auctario aliquo, ſeu reſiduo a diuiſione: vnde nonaginta integris, addendorum ſeu abundantiæ ſignum –+– adiicitur. Verum in his exemplis, vbi diuiſor diuidẽdum exacte non metitur; reliquum a partitione ſcrupulorum gradibus quouſque libet augeri, & eiuſdem pars quota, continuato diuiſionis opere, indagari poteſt. Vt $1''$ diuiſum per $1''''.1^{v}$; quotum habet $90.9'.0''$. –+–

```
1″. 0. 0.            5′. 0.          1  0  6   5°. 0. 0. 0. 0. 0.
1‴      (100.        1″.   (50.      2″. 1‴. 5⁗.                   (50000.

1″. 0‴. 0⁗. 0.                1″. 0‴. 0⁗. 0ᵛ. 0ᵛⁱ. 0ᵛⁱⁱ.
   1⁗. 1ᵛ.  (90 –+–              1⁗. 1ᵛ.                 (90.9′.0″. –+–
```

Reductio cuiuſcunq; nominis minutiarum ad decimas:

Numerus minutiæ reducendæ, (quem numeratorem vulgo appellant) diuidendus eſt: cui tot circuli iunguntur, quot ſcrupulorum decimorum ordines in quoto expetuntur. Nomen minutiæ, diuiſor eſt: qui ſemper integrum repræſentat. Quoti autem notarum ſignatura, e ſuperioribus partitionis præceptis inſtituitur.

Exempli cauſſa: $\frac{3}{4}$ integri, ſeu $\frac{3^{0}}{4^{0}}$, ſunt $7'.5''$. Heic ternario, qui integri ſignum habet, circuli aliquot adiiciuntur, cum ſuis ſignaturis; hoc modo: $3^{0}.0'.0''.0'''$. &c. Diuiſione per 4^{0} inſtituta, quotus inuenitur $7'.5''$. exacte.

```
  2
  3.0.0″ (7′.5″.
   4 4
```

Aliud exemplum. $\frac{11}{14}$ integri, ſeu $\frac{11^{0}}{14^{0}}$, ſunt $7''.8'''.5''''.7^{v}$ –+–
Quotus autem hic, quia reſiduum quid habet, cõtinuata diuiſione, ſi opus ſit, accuratius & ſcrupuloſe magis inueſtigari poteſt.

```
        1
     2. 8      2
 1 1. 0′. 0″. 0‴. 0⁗. | 0ᵛ. 0ᵛⁱ.
  1  4  4  4  4       |________ (7‴. 8⁗. 5ᵛ. 7ᵛⁱ. –+–
     1  1  1          | 0  0
 ___________________
   9  8  2  0  8.
   1  1  7  8
```

Aliud

Aliud exemplum. Tres quartæ vnius decimæ, ſeu ¾′, quot ſunt decimæ minutiorum ordinum? Diuiſis 3′.0″.0‴, per 4°; quotus habet 7″.5‴.

Exempla regulæ aureæ, ſeu numerationis proportionum, in terminis ſtereometricis.

Si menſuræ 24. conſtant cubis pollicaribus 32124.1′.9″.7‴: ergo menſura 1 conſtat cubis 133.8′.5″.

Hic cubi 32124°.1′.9″.7‴, multiplicati per 1°, faciunt 32124°.1′.9″.7‴. Qui factus diuiſus per 24°, quotum habet 133°.8′.5″.0‴.—+—

2 1
8 9 0 2
3 2 1 2 4.1′.9″.7‴. (cub.133.8′.5″.0‴.—+—
2 4 4 4 4 4 4 0
2 2 2 2 2
2 4 2 2 2 0
7 7 9 2
1 1

Aliud exemplum. Si cubi pollicares 133.8′.5″, conſtituunt menſuram 1: ergo cubi 234568, cōſtituunt menſuras 1752.4′: ſeu Vch.3. Ohm. 3. Quartal. 18.

3
1 (7
Di. 2 3 4 5 6 8.0′.0″.0‴. (menſ.1 7 5 | 2.4′. (Ohm.21.Quart.18.
dr. 1 3 3.8′.5″. 8 8 |
4 4

Aliud. Si cubi pollicares 10.5′, conſtituunt vnum poculum: ergo cubi 125, menſuram æquantes, conſtituunt pocula 11.9′.0″.—+—

Cubi menſuræ 1 2 5.0′.0″.0‴. (poc.11.9′.0″.—+—
poculi 1 0.5′.

Aliud. Differentia baſium circularium pollicum quadratorum 2.8′.0″.4‴, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia baſium 1.1′.4″.4‴.4⁗, habet differentiam diametrorum 4″.0‴.8⁗.—+—

Hoc loco poll. 1.1′.4″.4‴.4⁗, multiplicantur per 1′: & factus 1′.1″.4‴.4⁗.4ᵛ. diuiditur per 2.8′.0″.4‴: vnde quotus emergit 4″.0‴.8⁗.

1′.1″.4‴.4⁗.4ᵛ.0ᵛⁱ.0ᵛⁱⁱ. (4″.0‴.8⁗.
2.8′.0″.4‴.

CAPVT III.

De inuentione lateris numerorum quadratorum: ad ſtereometriam neceſſaria.

QVadrati lateris inueſtigatio ad geodæſiam multanguli ordinati, & cylindrimetricæ regulæ fabricam; cubici ad cubimetricæ artificioſæ ſtructuram, neceſſaria eſt. Vtramque igitur breuiter atq; perſpicue in rudiorum gratiam hoc loco proponemus.

Quadratus numerus eſt, qui oritur e numero in ſeipſum multiplicato: vt 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100: &c. Latus ſeu radix quadrati, eſt numerus vnde quadratus oritur: vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10: & quiuis alius.

Analyſis quadrati lateris tres potiſſimum praxeos ſuæ partes habet: diſtinctionem periodorum quadrati, numero propoſiti: praxin circa primam periodum: & praxin circa ſequentes omnes periodos.

I. *Diſtinctio periodorum.*

Periodi diſtinguuntur a dextris ſiniſtrorſum, ſingulæ binis gradibus ſeu figuris. Latus autem inuentum tot figuris conſtabit, quot fuerint periodi.

Vt: ſi quærendum ſit latus numeri quadrati 677612961: periodi erunt quinque, & lateris quinque figuræ; hoc modo:

6|77|61|29|61.

II. *Praxis circa primam periodum.*

In prima periodo, quadrati maximi latus pro quoto adſcribitur: & huius quoti quadratum ſubducitur a prima periodo.

Vt, in propoſito exemplo, prima periodus habet 6: in quo duo quadrata continentur, 1, & 4: quorum maximi, nimirum 4, latus, videlicet 2 in quoto adnotatur: & huius quoti quadratum, 4, a primæ periodi numero ſubtrahitur; reſtantque 2: hoc modo:

2
6|77|61|29|61 (2
4

III. *Praxis*

III. *Praxis circa ſingulas periodos primam ſequentes.*

1. Quotus vniuerſus duplicatur:factuſque,ſeu prima nota facti collocatur ſub vltima figura datæ periodi, verſus ſiniſtram,pro diuiſore.

2. Diuiſore hoc diuiditur numerus ſupraſcriptus : ita tamen , vt factus a quoto,& diuiſore cum quoto adiuncto,non excedat ſupraſcriptum : & hic diuiſionis quotus, ad quoti notas prius inuentas adponitur.

3. Idem etiã quotus ſubiicitur primę figuræ huius periodi,verſus dextrã.

4. Hoc poſtremum inuento quoto multiplicatur diuiſor, cum adiecta quoti nota,veluti vnus numerus:& factus ſubducitur a ſupraſcripto.

Sic omnes ordine periodi expediuntur.

Vt,in exemplo noſtro,altera periodus habet 2|7 7.

Quotus ergo 2 duplicatus, nim. 4, ipſi 7 ſeu vltimæ figuræ huius periodi ,ppriæ ſubiicitur:eodem 4 numerus ſupraſcriptus 27 diuiditur: quotus hic 6 in locum ſuum ad 2 prius inuenta transfertur : itidemque primæ figuræ periodi huius nim. 7. ſubiicitur: tandem ,'quoto 6 multiplicatur diuiſor 4,cum adiuncta quoti nota 6,veluti vnus numerus 46:& factus 276, a ſupraſcripto 277 ſubtrahitur : relinquitur 1 : hoc modo :

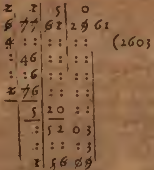
```
2   1
6 7 7 | 6 1 | 2 9 | 6 1
4 : :                      (26
: 4 6
: : 6
2 7 6
```

Tertia porro exẽpli noſtri periodus habet 1|6 1. Quotus 26,duplicatus, 52, vltimæ figuræ 6 ſubiicitur : & quia diuiſor 52 maior eſt diuidendo 16, circulus ad quoti locum reponitur,tranſituſq; fit ad proximam periodum.

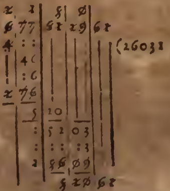
```
2   2
6 7 7 | 6 1 | 2 9 | 6 1
4 : : | : :                (260
: 4 6 | : :
: : 6 | : :
2 7 6 | : :
    5 | 2 0
```

Quarta periodus habet 1 6 1|29. Quotus 260,duplicatus, 520, vltimæ figuræ 2 ſubſcribitur : eodem 520, numerus ſupraſcriptus 1612 diuiditur:

quotus 3, prius inuentis quoti notis 260 adponitur; ſimulque primæ figuræ huius periodi, nim. ipſi 9. ſubiicitur: tandem quoto 3 multiplicatur diuiſor 520, cum addita quoti nota 3, veluti vnus numerus 5203: & factus 15609, a ſupraſcripto 16129 ſubducitur: relinquuntur 520: hoc modo:



Supereſt vltima periodus, quæ habet 520|61. Quotus 2603, duplicatus, 5206, vltimæ figuræ 6 ſubiicitur: eodem 5206 numerus ſupraſcriptus 5206 diuiditur: quotus 1 notis reliquis quoti adiungitur; ſimulque primæ figuræ huius periodi, nim. ipſi 1 ſubiicitur: tandem quoto 1 multiplicatur diuiſor 5206, cum addita quoti nota 1, veluti vnus numerus 52061: & factus 52061, a ſupraſcripto 52061 ſubtractus, nihil facit reliquum: hoc modo:



Quare numerus propoſitus 677612961, vere quadratus eſt: eiuſque latus 26031 quinque notis conſtat, quemadmodum ipſe numerus quinque periodis

periodis. Quadrato igitur hoc latere, ſeu 26031 in ſeipſum ducto, prodit numerus propoſitus 677612961: quæ ἀναλύσεως rite peractæ δοκιμασία eſt.

26031 latus.

26031

26031

78093

156186

52062

677612961 Quadratus.

Aliud exemplum.

Quærendum eſto latus quadratum numeri 86044176. Hic numerus quatuor conſtat periodis: ideoque radix eius quatuor notis conſtabit. Prima periodus eſt 86: in quo nouem quadrata continentur, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81: quorum maximi, ſcilicet 81, latus, nimirum 9, ad quotum aſcribitur: & huius quoti quadratum 81. a primæ periodi numero ſubtrahitur: reſtant 5.

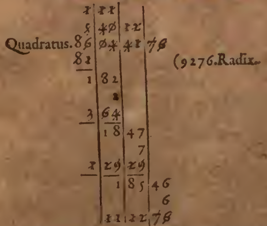
Altera periodus habet 5|04. Quotus 9 duplicatus, nim. 18, vltimæ propriæ huius periodi figuræ, ſcil. 0, ſubiicitur: eodem 18, numerus ſupraſcriptus 50 diuiditur: quotus 2 in locum quoti notatur; itidemque primæ figuræ huius periodi, ſcil. 0, ſubiicitur: tandem quoto 2 multiplicatur diuiſor, & quotus, 182: factuſq; 364 a ſupraſcripto 504 ſubducitur: relinquuntur 140.

Tertia periodus habet 140|41. Quotus 92. duplicatus, nim. 184, vltimæ figuræ 4 ſubiicitur; eodem 184, numerus ſupraſcriptus 1404 diuiditur: quotus maior eſſe non poteſt, quam 7: (alias enim facti a quoto, & diuiſore cum quoto adiuncto, nim. 14784, item 16641, excederent ſupraſcriptum 14041:) hic ergo ad notas quoti prius inuentas ſcribitur; itidemque primæ figuræ huius periodi, ſcil. 4, ſubiicitur: tandem quoto 7, multiplicatur diuiſor & quotus, 1847: factuſque 12929, a ſupraſcripto 14041 ſubtractus, relinquit 1112.

Vltima periodus habet 1112|76. Quotus 927 duplicatus, nim. 1854, vltimæ figuræ 7 ſubiicitur: eodem 1854, numerus ſupraſcriptus 11127 diuiditur: quotus maior eſſe non poteſt, quam 6 (alias enim facti a quoto, & diuiſore cum quoto adiuncto, nim. 129829, 148384, item 166941,

excederent ſupraſcriptum 111276.) hic ergo in quoti locum adnotatur; itidemque ſub primam huius periodi figuram 6 collocatur: tandem quoto 6. multiplicatur diuiſor & quotus 18546: factuſq; 111276, a ſupraſcripto 111276 ſubductus, nihil relinquit.

Exemplum hoc in abaco tale eſt:



Inuentio lateris numeri non exacte quadrati.

Si datus numerus vere quadratus non eſt, latus numero explicabile verum inueniri nequit: ſed ſaltem vero propinquum, cum aliquo reſiduo: quod reſiduum maius eſſe non poteſt, quam duplum lateris inuenti: Satis tamen præciſe radix veræ propinqua numeri non quadrati, ſequenti modo inueſtigatur.

1. Numero propoſito non quadrato, verſus dextram tot circulorū paria adduntur, quot ſcrupulorum ordines ad radicis accurationem deſiderātur.
2. Inde latus quadratum extrahitur, neglecto prorſus reſiduo.
3. Hinc inuenti lateris notæ ſignaturam ortus ſui ſequuntur: ideoq; ſingulæ integrorū periodi, numeri propoſiti, ſingula radicis integra exhibent: ſequentes autem ſcrupulorum periodi, ſcrupula radicis ordine ſuppeditant; prima integris ſuccedens periodus prima ſcrupula; altera, ſecunda: & ſic deinceps; periodi cuiuſlibet pari ſigno dimidiato.

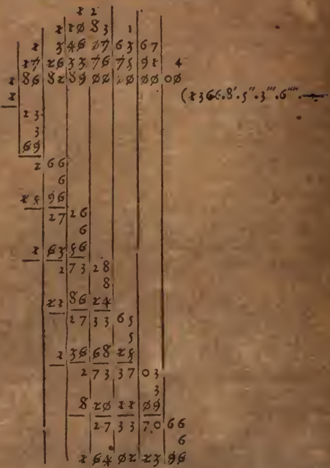
Exemplum.

Quæritur latus vero proximum, numeri non quadrati 186829.

Hic

Hic numerus, cum ſui ſimilibus, ſurdus vocatur vulgo, & irrationalis: quia latus eius tam vero propinquum nunquam reperiri poteſt, quin vero propius poſſit inueniri: qua de cauſſa numero explicari nequit, ſed ſolum per lineam: vt e geometricis liquet. Dato igitur numero aliquot circuli, ſcrupulorum locum explentes, numero pari, dextrorſum adponuntur; exempli gratia, quatuor paria; hoc modo: $1|86|82|89|0'\,0''|0'''\,0''''|0^{v}\,0^{vi}|0^{vii}\,0^{viii}$. Secatur numerus in quatuor periodos integrorum, totidemq; ſcrupulorũ: & latus ratione ſupra tradita quæritur: inuenituturque 1 3 6 6 8 5 3 6. Reſiduum vero 2 3 6 1 6 7 0 4. licet magnus numerus videatur, plane tamen negligitur; cum ne quidem vnum ſcrupulum quartum, ſeu decies milleſimam integri partem, radici inuentæ poſſit addere. Porro quia integrorum periodi fuere quatuor: ob id radicis priores verſus ſiniſtram notæ quatuor integra ſunt: reliquæ notæ ſcrupula, integris naturali ſerie ſuccedenita, prima, ſecunda, tertia, quarta: hoc modo ſignãda: $366.8'.5''.3'''.6''''$. —+— quæ denotant, mille trecenta ſexaginta ſex integra: & præterea vnius integræ partis ipſius inuenti lateris, octo ſcrupula decima prima, quinque ſecunda, tria tertia, ſex quarta.

Exemplum hoc ita tractatur.



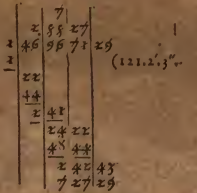
Dati igitur numeri ſurdi 1 8 6 8 2 8 9 radix veræ propinqua præciſe ſatis inuenta eſt $1366.8'.5''.3'''.6''''$ —+—. Quæ tamen præciſionis ratio in infinitum continuari poſſet, ſi opus videretur.

De radicibus ſcrupulorum quadratorum.

In radicum analyſi, integra, vt modo docuimus, binarum notarum periodis diſtinguuntur, a dextris ſiniſtrorſum pergendo. Similiter & ſcrupula

pulâ decima, ſiue integris adhæreant, ſiue ſola ſint, binarii ſigno, ſimplici, vel multiplici periodice clauduntur; a ſiniſtris dextram verſus. Quod ſi alicui ſcrupulorum periodo vna ſaltem nota, impari ſigno, obueniat; periodus illa imperfecta eſt, circuloque addito completur: ſin autem notæ illius vnicæ par ſit ſignum, (quod primæ nonnunquam periodo accidere ſolet) perfecta tum nihilominus cenſetur periodus. Tandem e numero ita notato atque diſtincto latus extrahitur; & extractum ſignatur, vti ſupra.

Exempli gratia: ſi radix quęrenda ſit numeri 14696.7′.1″.2‴.9⁗. periodorum diſtinctio ita inſtituitur: 1|4 6|9 6|7′ .1″ .|2‴.9⁗. Latus autem inuenitur 121.2′.3″. hoc modo:



Aliud. Quæritur latus numeri 20.3′. Heic vna eſt integrorum periodus, 20: itemq; vna ſcrupulorum, 3′. ſed imperfecta; ideoque circuli adiectione integranda, hoc modo: 20|3′.0″. Radix hinc ſurgit 4.5″.—— quam tamen magis præciſe licet eruere, quotuis circulorum paribus additis: vt ſequitur.

```
       |   | 4|69|
  4    5|49|75|75
  20  30|00|00|00 (4.5'0''5'''5''''——
  16|
    |85
  4  25
    |  9|0
       |90 |25
      4|50 |25
       |  9|01 05
       |45 |05 25
```

Aliud. Inueſtiganda eſto ſcrupp. 5''''.7^v.6^{vi}.radix. Heic periodi ſcrupp. duæ ſunt: prior, licet vnica conſtet nota, perfecta tñ eſt, quia ſigno clauditur binarii duplicis, ' ''. Inuenta vero radix ſigna gerit parium ſcrupp. dimidiata: hoc modo:

```
  2|
  5 76
  4|      (2''.4'''
   |44
  1 76
```

Aliud. Radix ſcrupuli vnius primi, ſi eliciẽda ſit; period' circulo adiecto perficiũda; hoc modo, 1'.0''. & tũ radix extrahẽda: quæ ꝓdit 3'——: vel, magis ſcrupuloſe, 3'.1''.6'''.——

```
          1
    1|3 9 |4 4
   1 0|0 0|0 0
     9|          (3'.1''.6'''——
     |61
          6 26
         37 56
```

Analyſis hæc p geneſin ꝓbatur, h.e. p multiplicationẽ radicis in ſeipſam, & additionẽ reſidui: vt heic apparet. 3'. 1''. 6'''. radix.

```
          3'. 1''. 6'''.
        ________________
          1   8   9   6
          3   1   6
      9   4   8
   ___________________
   9''.9'''.8''''.5^v. 6^vi.  quadratus verus.
           1.  4.  4.  reſiduum.
 ______________________
 1'.0''.0'''.0''''.0^v. 0^vi. ſurdus.
```

Ca-

Capvt IV.

De analyſi lateris numerorum Cubicorum ad cubimetricæ noſtræ regulæ artificioſæ fabricam neceſſaria.

Cubicus numerus eſt, qui oritur multiplicatione lateris in ſuum quadratũ: vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000, &c. Latus ſeu radix cubi, eſt numerus vnde cubicus primo oritur: vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10. & quiuis alius. Analyſis cubici lateris (veluti & ſupra quadrati) tres habet præcipuos ſuæ partes: diſtinctionem periodorum dati numeri: praxin circa primam periodũ: & praxin circa ſequentes omnes periodos.

I. *Diſtinctio periodorum.*

Periodi diſtinguuntur a dextris ſiniſtrorſum, ſingulæ tribus gradibus, ſeu figuris. Latus autem inuentũ tot figuris conſtabit, quot fuerint periodi.

Vt: ſi quærendum ſit latus numeri cubici 74193890408. periodi erũt quatuor, & ideo lateris quatuor notæ; hoc modo: 74|193|890|408

II. *Praxis circa primam periodum.*

In prima periodo cubi maximi latus pro quoto adſcribitur: & huius quoti cubus ſubducitur a prima periodo.

Vt, in propoſito exemplo, prima periodus habet 74: in quo quatuor cubi continentur, 1, 8, 27, & 64: quorum maximi, videlicet 64 latus, nimirum 4, ad quotum notatur: & huius quoti cubus 64, a primæ periodi numero ſubtrahitur: reſtantque 10: hoc modo:

```
10|
74|193|890|408
64|          (4
```

III. *Praxis circa ſingulas periodos, primam ſequentes.*

1. Quotus vniuerſus triplicatur: & facti prima nota ſubiicitur mediæ figuræ huius periodi propriæ; reliquæ deinceps ſiniſtrorſum.

2. Hoc triplum quoto vniuerſo multiplicatur: factique prima nota ſubiicitur vltimæ figuræ huius periodi, verſus ſiniſtram, loco inferiore quam triplum. Et hic numerus eſt diuiſor.

3. Diuiſore hoc diuiditur numerus ſupraſcriptus: ita tamen, vt omnes lege ſubſequente facti a quoto ſupraſcripto, non excedant. Et hic diuiſionis quotus ad quoti notas prius inuentas adiungitur.

4. Hoc poſtremum inuento quoto multiplicatur diuiſor: factuſq; ſubiicitur diuiſori.

5. Idem quotus poſtremo inuentus quadratur:(hoc eſt, in ſeipſum ducitur)& quadrato multiplicatur triplum quoti ſupra inuentum : facti huius prima nota ſubiicitur eidem triplo,ſeu mediæ notæ huius periodi.

6. Idē quotus poſtremo inuentus cubice multiplicatur:facti prima nota, ſubiicitur primæ notæ huius periodi,verſus dextram.

7. Hi tres facti compoſiti,a numero ſupraſcripto detrahuntur.

Sic omnes ordine periodi expediuntur.

Vt in exemplo dato,altera periodus habet 10|193. Quotus ergo 4, triplicatus,nim. 12,mediæ figuræ huius periodi propriæ,nim.9,ſubiicitur. Idem triplum 12 quoto 4 multiplicatur: & factus 48, vltimæ figuræ huius periodi,nim. 1,ſubiicitur,verſus ſiniſtram,infra triplum: qui factus diuiſor eſt.Hoc diuiſore 48 diuiditur numerus ſupraſcriptus 101: quotus autē diuiſionis, ſcil. 2,in quoti locum transfertur.Hoc quoto 2,multiplicatur diuiſor 48: factuſque 96 diuiſori ſubſcribitur.Idem quotus 2.in ſeipſum ducitur:& facto 4 multiplicatur triplum quoti ſupra inuentum,ſcil. 12:factus hinc eidem triplo ſubiicitur. Sed idem etiam quotus 2 cubice multiplicatur:& cubus 8 primæ huius periodi notæ ſubiicitur,verſus dextram. Tandem, hi tres facti 96, 48, & 8, adduntur: totumque 10088 a ſupraſcripto 10193 ſubducitur:reliqua fiunt 105:hoc modo:

```
             1ø  05 |
             74 |193 |890|408
             ø4 |                 (42
   Triplum.      12
   Diu.         48
                96
                 |48(8
             1ø ø88 |
```

Tertia periodus habet 105|890. Quotus vniuerſus 42 triplicatus, 126,mediæ figuræ 9 huius periodi propriæ ſubiicitur. Triplum 126,quoto vniuerſo 42 multiplicatur:& factus 5292 vltimæ figuræ 8 ſubnotatur,pro diuiſore. Hinc,diuiſore 5292 diuiditur ſupraſcriptus numerus 1058: verum,quia diuiſor maior eſt diuidendo, circulus ad quoti locum reponitur: tranſituſque fit ad proximam periodum.

1 ø

```
            10  05       |
            74  193  890 408 (420
            64       |   |
       Trip.    12   |   |
       Diu.  4  8    |   |
             9  6    |   |
               48(8      |
            10  0   6    |
Triplum.   |       1  26 |
Diuiſor.   |  52   9  2  |
```

Poſtrema periodus habet 105890408. Heic quotus vniuerſus 420. triplicatus, 1260, mediæ figuræ huius periodi propriæ, nim. 0, ſubſcribitur, & notis ſiniſtrorſum ſequentibus. Triplum 1260, quoto vniuerſo 420 multiplicatur: & factus 529200, vltimæ figuræ 4 ſubiicitur, pro diuiſore. Hoc diuiſore 529200, diuiditur ſupraſcriptus 1058904: quotuſque 2 in quoti locum reponitur. Hoc quoto 2, multiplicatur diuiſor 529200: factuſque 1058400 diuiſori ſubiicitur. Idem quotus 2 quadratur: & quadrato 4 multiplicatur triplum 1260: factuſq; 5040 triplo ſubiicitur. Quotus idemmet 2 cubice multiplicatur: & cubus 8 primæ huius periodi notæ 8 ſubſcribitur. Poſtremo tres facti 1058400, 5040, & 8, adduntur: totum 105890408 a ſupraſcripto 105890408 ſubtrahitur: nihilque relinquitur: hoc modo:

```
          1ø| øʃ |     |
          74|193|89ø |4ø8(4202.
          64|
   Tripl.  |12
   Diuiſ. 48
          96
           |488
        1ø|ø88|
   Tripl.|    1|26
   Diuiſ.|529|2
   Tripl.|        1260
   Diuiſ.|  529|200
         |1058|400
         |      |5040(8
         |1øʃ|89ø|4ø8
```

Numerus igitur datus 74193890408 vere cubicus eſt: eiuſq; latus: 4202, in ſeipſum ductum, facit 17656804. quadratũ lateris: qui quadratus, latere rurſus multiplicatus, facit numerum cubicum 74193890408.

```
        4202 Radix.
        4202
        ----
        8404
      8404
    16808
    --------
    17656804 Quadratus.
        4202
    --------
    35313608
  35313608
  70627216
  -----------
  74193890408 Cubicus numerus.
```

Exemplum aliud.

Quærendum eſto latus cubicum numeri 4607442944. Numerus hic quatuor conſtat periodis: ideoque & radix eius quatuor notis conſtabit. Prima periodus eſt 4: in quo numero vnus ſaltem cubus continetur, nim.

1.Huius

1. Huius cubi latus, ſcil. 1, ad quotum notatur: & cubus 1. à primæ huius periodi numero 4 ſubtrahitur: reſtantque 3.

Altera periodus habet 3|607. Quotus 1 triplicatus, nim. 3, ſubiicitur mediæ figuræ 0, huius periodi. Idē triplum 3, quoto 1 multiplicatur: & factus 3 vltimæ figuræ huius periodi, 6, ſubſcribitur, loco inferiore quam triplum: qui factus diuiſor eſt. Hoc diuiſore 3 diuiditur numerus ſupraſcriptus 361: ita tamen, ne poſtmodum facti a quoto, trium generum, ſupraſcriptos ſuos excedant. Quotus autem hoc loco maior eſſe non poteſt, quam 6. Si enim 9 quoti loco ſumatur; triplex inde factus erit 5859: ſi 8, factus erit 4832: ſi 7, factus erit 3913: qui omnes facti maiores ſunt, dato numero diuidendo. Ideo quotus 6, in locum quoti notatur. Hoc quoto 6 multiplicatur diuiſor 3: factuſque 18 diuiſori ſubiicitur. Idem quotus 6 quadratur: & quadrato 36 triplum 3 multiplicatur: factuſque 108 triplo ſubiicitur. Quotus etiam 6 cubicè multiplicatur: & cubus 216, primæ notæ huius periodi propriæ, nim. 8, ſubſcribitur. Tandem facti tres, nim. a quoto & diuiſore; a quadrato quoti, & triplo; cubus quoti, adduntur: totum 3096, a ſupra ſcripto 3607 ſubtrahitur: reſtantque 511.

Tertia periodus habet 511|442. Quotus 16, triplicatus, nim. 48, ſubiicitur mediæ figuræ huius periodi propriæ, 4. Idem triplum 48, quoto vniuerſo 16 multiplicatur: & factus 768, vltimæ figuræ huius periodi 4 ſubſcribitur, pro diuiſore. Diuiſore hoc 768, diuiditur numerus ſupraſcriptus 5114. Licet vero 7 in 51, ſepties contineantur: quotus tamen hoc loco 7 eſſe nōn poteſt: nam facti abto 561463, ſupraſcriptos ſuos 511442 excedunt. Pro quoto igitur 6 ſumitur, & ad prius inuentas quoti figuras notatur. Hoc quoto 6, multiplicatur diuiſor 768: factuſque 4608 diuiſori ſubiicitur. Idem quotus 6 quadratur: & quadrato 36, triplum 48 multiplicatur: factuſque 1728 triplo ſubiicitur. Amplius quotus 6 cubice multiplicatur: & cubus 216, primæ huius periodi notæ, 2, ſubiicitur. Hi tres facti componuntur: & ſumma 478296, a ſupraſcripto numero 511442 ſubducitur: reſtantque 33146.

Vltima piodus habet 33146|944. Quotus vniuerſus 166 triplicatus, 498 ſubiicitur mediæ figuræ 4, huius piodi. Idē triplū 498, quoto vniuerſo 166 multiplicatur: & factus 82668 vltimę huius periodi figurę 9 ſubiicitur, pro diuiſore. Hoc diuiſore 82668, diuiditur ſupraſcriptus 331469: quotuſque 4, in quoti locum reponitur. Hoc quoto 4 multiplicatur diuiſor 82668:

factuſque 33 0⁎2 diuiſori ſubiicitur. Idem quotus 4 quadratur: & quadrato 16, multiplicatur triplum 498: factuſque 7968 triplo ſubiicitur. Quotus idem 4 cubice multiplicatur: & cubus 64 primæ notæ huius periodi 4 ſubſcribitur. Tandem hi tres facti adduntur: totumque, nim. 33 146 944. a ſupraſcripto detrahitur: & nihil relinquitur.

	33			
2	511	1 6		
4	607	442	944	(1664.
1				
Tripl.	3			
Diuiſ	3			
1	8			
1	08			
	216			
2	096			
Tripl.		48		
Diuiſ.	76	8		
	460	8		
	17	28		
		216		
	478	296		
Tripl.		4.98		
Diuiſ.	8	266. 8		
	33	0672		
		7968		
			64	
	33	146	944	

Inuentio lateris, numeri non exacte cubici.

Si datus numerus vere cubicus non eſt, latus verum inueniri nequit: ſed tamen propinquum vero, cum aliquo reſiduo. Modus autem talem radicem ſatis præciſe inueniendi, eiuſmodi eſt.

1. Numero dato non cubico, verſus dextram, tot circulorum ternarii adduntur, quot ſcrupulorum ordines ad radicis præciſionem expetuntur.
2. Inde latus cubicum extrahitur, neglecto prorſus reſiduo.

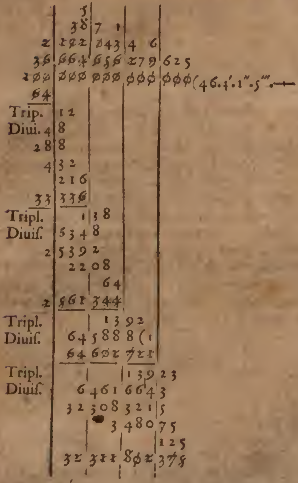
3. Hinc

3. Hinc inuenti lateris notæ ſigna ortus ſui ſequuntur: ideoque ſingulæ integrorum periodi, numeri propoſiti, ſingula radicis integra exhibent: ſequentes autẽ ſcrupulorum periodi, ſcrupula radicis ordine ſuppeditant: prima integris ſuccedens periodus, prima ſcrupula; altera, ſecunda: & ſic deinceps; tertia parte ſigni poſtremi in qualibet periodo, pro ſigno inde deducti ſcrupuli adſumta.

Exemplum.

Quæritur latus vero proximũ numeri non cubici 100000. Huic numero aliquot circulorum ternarii, ſcrupulorum locũ explentes, dextrorſum adiunguntur; exempli cauſſa, tres ternarii, ſeu nouem circuli: hoc modo: 100|. 00.|$0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$.|$0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$. Secatur numerus in quinque periodos: & latus, modo iã ſupra explicato, quæritur: inuenitur que 46415. Reſiduum vero 574147662 5, licet magnus numerus eſſe videatur, negligitur tamen; quia ne milleſimam integri partem lateri inuento addere poteſt: latus enim eſt $46.4'.1''.5'''$. cum reſiduo illo 5741476625: quod reſiduum non conſtituit $1'''$ partis integræ; alias radix foret $46.4'.1''.6'''$. Cæterorũ, quia integrum periodi fuerunt duæ: ob id radicis priores verſus ſiniſtrã notæ duæ, integra ſunt: reliquæ notæ ſcrupula, integris naturali ſerie ſuccedentia, prima, ſecunda, tertia: hoc modo ſignanda: $46.4'.1''.5'''$.

Tractatio exempli in abaco talis eſt.



Sic igitur dati numeri non cubici 100,000 radix cubica veræ propinqua, ſatis præciſe, & ὡς ἔγγιστα inuenta eſt, 46.4′.1″.5‴.—+ Quæ tamẽ adhuc propinquior veræ inueniri poteſt; ſi plures circulorum ternarii dato numero adiiciantur, & analyſis continuetur.

Aliud

Aliud exemplum, non cubici 13385082. 0′.

			15					
		2	66	946				
		4	29	682	859			
	2	73	401	565	773	476		
	5	2 28	829	376	512	248	813	$(237.4'.2''.8'''.3''''$.
	13	385	082	000	000	000	000	Latus cubi, decies mille menſurarum capacis: definitum vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis.
	2							
Tr. Diu.	1	216						
	3	6						
		54						
		27						
	4	167						
Trip.			69					
Diui.		158	7					
	1	110	9					
		33	81					
			343					
	2	245	053					
Trip.			7	11				
Diuiſ.		16	850	7				
		67	402	8				
			824	76				
				64				
		68	227	624				
Trip.				71	22			
Diui.		1	690	762	8			
		3	381	525	6			
				284	888			
		3	381	820	488			

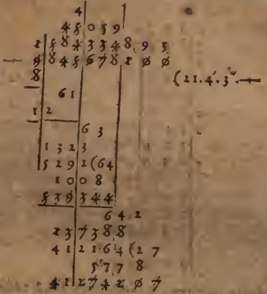
* Trip.				712	26
Diuiſ.		169	104	769	2
	1	352	838	153	6
			45	584	64
					512
	1	352	883	438	452
Trip.				7	12284
Diuiſ.		16	911	616	5552
		50	734	849	6656
				64	10556
					27
		50	734	913	76 187

De radicibus ſcrupulorum cubicorum.

In cubicorum laterum analyſi, integra trium notarum periodis diſtinguuntur, a dextris ſiniſtrorſum. Ita & ſcrupula decima, ſiue integris adhæreant, ſiue ſola ſint, ternarii ſigno, ſimplici, vel multiplici, periodice clauduntur. Quod ſi poſtremæ ſcrupulorum periodo, vna vel altera nota deſit; imperfecta eſt periodus, cuius gradus circulis additis complentur. Sin vero primæ ſcrupulorum periodo, vna vel altera deſit nota; perfecta tamẽ periodus iudicatur, quia ſigno clauditur ternario diuiſibili. Tandem e numero ſic notato, & diſtincto, latus extrahitur, & extractũ ſignatur, quemadmodum iam ante præcepimus.

Exempli loco: ſi latus inueſtigandum ſit numeri 9845.6′.7″.8‴.1⁗. periodi hoc modo diſtinguuntur: 9 845 6′7″8‴|1⁗0′0″. Duæ videlicet integrorum ſunt periodi: totidemque ſcrupulorum: ſed poſtrema harum imperfecta, gemini additione circuli completur. Latus autem reperitur 21.4′.3″ ⊣—

Aliud



Aliud exemplum. Quæritur cubica radix ſcrupulorum decimorum $7^{iii}.8^{iiii}.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}$. Heic tres ſunt periodi ſcrupulorum: prima, 7^{iii}. quæ, licet vnica conſtet nota, perfecta tamen eſt, quia ternarii ſigno clauditur. Altera periodus eſt $8^{iiii}.5^{v}.4^{vi}$. Tertia, notam vnam habens, imperfecta eſt; quoniam ſignum eius ternario exacte diuidi nequit: vnde duorum circulorum additione, compleri hæc periodus opus habet; hoc modo: $3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$. Notatio igitur numeri, & periodorum diſtinctio talis eſt: $7^{iii}.|8^{iiii}.5^{v}.4^{vi}.|$ $3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$. Hinc latus elicitur $1'.9''.8'''$.

			1				
6	9	9	5	9		8	
7	8	5	4	3	0	9	(1′. 9″. 8‴.
1							
—		3					
	3						
2	7						
2	4	3					
	7	2	9				
5	3	5	9				
				5	7		
	1	0	8	3			
	8	6	6	4			
		3	6	4	8		
				5	1	2	
	9	0	3	3	9	2	

Δοκιμασία huius ἀναλύσεως per γένεσιν cubicam, & additionem reſidui.

1′. 9″. 8‴.	Radix cubica.
1′. 9″. 8‴.	
1 5 8 4	
1 7 8 2	
1 9 8	
3″. 9‴. 2⁗. 0ᵛ. 4ᵛⁱ.	Quadratus numerus.
1′. 9″. 8‴.	
3 1 3 6 3 2	
3 5 2 8 3 6	
3 9 2 0 4	
7‴. 7⁗. 6ᵛ. 2ᵛⁱ. 3ᵛⁱⁱ. 9ᵛⁱⁱⁱ. 2ⁱˣ.	Cubicus numerus.
9. 1. 9. 0. 8.	Reſiduum.
7‴. 8⁗. 5ᵛ. 4ᵛⁱ. 3ᵛⁱⁱ. 0ᵛⁱⁱⁱ. 0ⁱˣ.	Surdus.

CAPVT

CAPVT V.

Quid regula Stereometrica in genere. Quid Cubimetrica regula: deq; huius Rudiore fabrica, e quauis obuia ſectione.

1. *Regula ſtereometrica eſt inſtrumentum directum, trina dimenſione ſpatii monometri, regulariter figurati continuo ſectum; denuq; ſcrupulis ſigillatim & ἀναλόγως ſubdiuiſum: exquirendæ vaſorum regula congruentium capacitati deſtinatum.*

STereometria metricę artis pars eſt, de corpore metiendo. Licet autem vaſorum non vniuerſam corporaturam, ſed interuallum vacuum dimetiri hoc nobis loco ſit propoſitum: attamen, quia inane, ſuis conſtans dimenſionibus, tanquam plenum conſideratur; regulam appellare ſtereometricam libuit.

Definitur inſtrumentum directum: quia ſola longitudine ſua, non latitudine, nec altitudine, vaſorũ dimenſiones examinat.

Forma additur: longitudinis ſectio in eiuſmodi partes, quæ triplicẽ dimenſionem repræſentant ſpatii regulariter formati, quod a liquoris menſura, tum ſimplici ſeu ſolitaria, tum cõpoſita, occupatur. Dimẽſiones nimirum ſolitarię menſurę, totius negotii ſtereometrici veluti radices ac fundamenta, pro figuræ cuiuſq; modulo, initio regulæ cubationis interuentu imprimuntur. Hæ poſtmodum artificioſe cõtinuantur: interuallis paribus, in cubimetrica; vel imparibus, in aliis omnibus. Quod luculẽter deinceps in ſpeciali ſingularũ fabrica patebit. Cubimetrica enim cubi monometri dimenſiones habet, longitudinis, latitudinis, & altitudinis: quæ oẽs æquales ſunt: quia cubus rectangulũ eſt iſoedrum, & ob id æquilaterum: e defin. 25, li. 11. Eucl. Hinc vno eodemq; latere in regula æquabiliter continuato, cubimetrica datorum vaſorũ lõgitudinem, latitudinẽ, & altitudinem ſeorſim metitur: primo quidẽ ac per ſe: vaſorum ſaltẽ rectangulorũ; ſecũdario aũt aliorũ quoq; regularium omniũ, ad rectanguli figurã reductorũ. Cylindrimetrica dimẽſiones gerit cylindri monometri; conimetrica coni monometri: lõgitudinis ac latitudinis, cõiunctim, parte baſimetra; altitudinis, altimetra. Cylindrimetrica illa, quæ in ſpecie triãgularis nuncupatur, cylindri monometri, ęqualis cum baſios diametro altitudinis; ſphęrometrica item, ſphęrę monometrę, dimenſionẽ triplicẽ, vniuerſim & ſimul cõplectuntur: ideoq;

tres illæ ſoliditatis dimenſiones eiuſmodi cylindrorum & quarumlibet ſphærarum vnica applicatione patefaciunt. Continuatio autem ſegmenti monometri in cylindrimetrica & conimetrica, altimetri quidem, æquabilis [illegible] vero, quadratis ſingularum menſurarum, altera ſequitur. In [illegible] cylindrimetrica, & ſphærometrica, ſegmenti monometri continuatio cubicis menſurarum ſingularum radicibus inſtituitur. Quæ cuncta, hoc loco nonnihil obſcura, deinceps ſuis quæque capitibus rectius intelligentur.

Finis ſequitur in definitione regulæ ſtereometricæ: qui duplex eſt: Internus, & Externus. Internus, eſt ſoliditatis ſpatii vacui vaſorum regularium inquiſitio: quam primo & per ſe regula præſtat. Externus eſt capacitatis vaſorum eorundem, ſoliditatis comparatione atque interuentu, exploratio: quæ per ſe a regula non ſperanda, niſi ſecundario, reductione ſoliditatis ad menſuras. Hanc, ceu vltimum finem, quem per ſe hoc loco reſpicit Geodætes, & in quo tandem acquieſcit, definitioni inſeruimus. Diſtinguenda igitur vaſis ſoliditas, & capacitas. Proprie namque ſoliditas ad contentum ſeu liquorem refertur, qui trina corporis perfectione conſtat: nam σῶμα ἐπὶ τρία διαιρετόν: ex Ariſtotele, tex. 2, lib. 1. de cœlo. Quin & abſente liquore ſeu locato, ſpatium vel interuallum vacuum, τὸ διάστημα τῶν ἐσχάτων, ſoliditatis nomine donatur. Capacitas autem ad vas continens pertinet: eſtque æqualis contento, ſiue ſoliditati: quia locus & locatum, vt ab Ariſtotele tex. [illegible] c, lib. 4. phyſic. acroaſ. conſiderantur, contigua ſunt, ideoq; æqualia. Soliditas inuenitur multiplicatione laterum ſoliditatem comprehendentium, in vaſe regulari. Capacitas innoteſcit, tum repletionis dimenſione, in vaſe vtlibet figurato; tum ſoliditatis collatione, in vaſe regulari.

2. *Stereometrica regula pro figura ſpatii dimetiendi varia eſſe poteſt: cubimetrica nimirum cylindrimetrica, conimetrica ſphærometrica: &c.*

Cubimetrica, per ſe rectangula vaſa metitur: ſecundario quæuis etiam alia regularia; ſed metamorphoſi præcedente, hoc eſt, figuris non rectangulis in rectangulas conuerſis. Cylindrimetrica, per ſe cylindros metitur; conos, conimetrica; ſphæras, ſphærometrica: quæ ſingulæ aliis quoque figuris, tranſmutationem regulæ conuenientem admittentibus, ſecundario adhiberi poſſunt: verum difficulter & ineptiſſime pro vaſe ordinatiore minus ordinatum ſubſtitui, nemo non videt.

3. *Omnium tamen comodiſſima eſt cubimetrica: ob vſum latiſſime patentē.*

Huius

Huius etenim adminiculo corporum quorumuis regularium (quibus ſcilicet parallelepipedum rectangulum æquale conſtitui poteſt) tum rectorum, tum obliquorum, & mixtorum capacitas accurate facileq; dimetitur. Licet enim cubimenſuram famoſam æquantis, non alterius vllius figuræ ſolidæ partibus conſtet [illegible], & hac ratione non niſi rectangula [illegible] primo ac directe metiatur: nihilominus, cum ſingula regulariter figurata corpora ad rectanguli formam nullo negotio reduci, & ſic regulæ huius partibus accommodari queant; non immerito primariam & vniuerſalem geodæſiæ palmam eidem deferimus.

4. *Ideoque hanc, vulgo ignotam, præſente opuſculo potiſſimum docere; ſimul tamen & reliquarum naturam ac proprietates geometrice enucleare, conſtituimus.*

5. *Eſt autem cubimetrica regula instrumentum ſtereometricum, cubi monometri dimenſione continuo & æquabiliter ſectum; denique ſcrupulis ſigillatim & άνα[illegible] ſubdiuiſum: explorandæ vaſorum regularium capacitati accommodatum.*

Genus huius definitionis e ſuperioribus iam patet: vt & finis, ſeu vſus. Forma vero diligenter conſideranda eſt: quæ, cubimetricæ propria, hanc ab omnibus aliis regulis diſcernit. Ea eſt longitudinis ſectio in partes cubum monometrum metientes. Quoniam vero magnitudo qualibet terminis ſuis creatur, continetur, & ſecatur; per conſectar. elemen. [illegible], lib. 1. Geom P.Rami: ideo & cubum (cuius ſoliditatem non vniuerſam ſimul & ſemel, ſed particulatim per hedras quadratas ſingulas regula dimetiri propoſitum eſt) lateribus hedrarum ſuarum quadratis hoc loco & contineri, & regulæ cubimetricæ ſectionem ſubminiſtrare, ſpectum eſt. Latus ergo cubicum ſpatii, ſub forma cubi mensuram liquoris famoſam continentis, ſegmentum eſt cubimetricæ monometrum: quo vno & eodem non ſaltem longitudo, ſed etiam latitudo atque altitudo exhibetur: quia latera hedrarum cubi omnia ſunt æqualia. Et huius continuatio in regula paribus fit interuallis: quoniam ſegmentum cubimetricæ, linea recta exſiſtens, dimēſiones vaſorum, & ipſas directas, ſeorſim ac per ſe ſingulas repræſentat: ita vt non modo ſegmentum regulæ, verum & ſegmenti potentia ſeu ſignificatio, eadem recta linea concludatur: ac proinde longitudinis regulæ portio quælibet, tum quantitate, tum potentia ſegmento monometro ad amuſſim reſpondeat: verbi gratia, dupla monometri quantitas, duarum eſt

menſurarum; tripla, trium; &c. Secus res habet in baſimetra parte cylindrimetricæ regulæ. Segmentum enim baſimetrum linea quidem recta & vnica exſiſtit: interim tamen non vnam, ſed geminam dimēſionem ſuperficiei circularis, longitudinem nimirum & latitudinem repræſentat: vnde portio longitudinis baſimetræ æqualis, alii priori portioni adiecta, potentiam neceſſario inæqualem, videlic. maiorem, habet: exempli cauſſa, dupla ſegmēti monometri in baſimetra regula quātitas, non duarum, ſed quatuor eſt mēſurarum; tripla, non trium, ſed nouem; &c. Pariter triangularis regulæ ſegmenta, lineæ ſunt actu, poteſtate ſeu ſignificatione corpora, triplici ſoliditatis dimenſione prædita, ideoq; interuallis paribus continuata, potētia inæqualia: videlicet, dupla ſegmenti monometri in trigona regula quantitas, nō duarum, ſed octo eſt menſurarum; tripla, non trium, ſed vigintiſeptem, &c.

6. *In cubimetrica ſpectatur Fabrica, & Vſus.*

7. *Fabrica eſt æquabilis ſectio longitudinis, inſtituta e latere vel totius cubi monometri, vel particularis alicuius cubi monometrum metientis.*

Diſtributio huius opuſculi in Fabricam inſtrumēti, & fabricati Vſum, e definitione dependet. Forma enim fabricā monſtrat: vſum finis inſinuat. Forma, eſt diuiſio longitudinis regulæ in partes æquales, ſeu latera cubica monometra, quę ſingula, cubice multiplicata, cubos gignunt ſingulos mēſuram famoſam æquātes. Hanc partitionem primariam ſubdiuiſio excipit ſegmenti cuiuſlibet in decem prima ſcrupula; & primi rurſus in decē ſecunda: ſicq; deinceps, quouſq; licet. Nos tamen, cōmoditatem ſpectātes reductionis ſoliditatis ad menſuras Francofurti vſitatas, de qua infra, c. 10. huius; regulam cubimetricam latere non totius cubi monometri, ſed minutioris illum optato metientis, ſecuimus. Quod ſi prior modus cuipiam magis arrideat: haud difficulter cū noſtra imitatione adſequetur. Sed tū quoq; cyclicum canonem, cap. 15. propoſitum, ad ſecūdi ordinis ſcrupula decima porro extēdere, vt præciſa diametrorum circulariū quantitas haberi queat, neceſſarium erit. Miſſo aūt hoc, ad noſtrum pergimus: & regulā latere cubi particularis, vniuerſum monometrum cubum qualitercunque metientis, partimur. Qualitercunq;, addimus. Quandoquidem apud Geometras proprie magnitudo & numerus minor maiorē metiri dicitur, ſi minor aliquoties compoſita, vel compoſitus, maiorem conſtituit, citra vllum defectum, vel exceſſum: & ſic minor, pars eſt maioris aliquota; quia aliquoties continetur in maiore: e definit. 1, lib. 5, & definit. 3, lib. 7 Eucl. Heic vero gene-

ratum

ratim & abuſiue cubus minor quilibet, imo etiã æqualis, ceu vnitas quædã, mẽſuræ vnius ſpatium, per ſuas vnitates, vel etiam vnitatis minutiores partes, metiri dicitur. Minor etenim cubus, quoties continetur in ſpatio vnius menſuræ, toties id ſpatium metitur: verbi gratia, ſemel & aliquota ſui parte; aut bis, ter, vicies, cẽties, millies, ſiue citra minutias adhærentes, ſiue cũ minutiis. Cubus æqualis ſpatio mẽſuræ, ſemel metiri illud ipſum ſtatuitur. Cubus ergo dimetiens in cubimetricæ noſtræ fabrica generatim accipiendus, pro minima communi menſura ſpatii vaſorum quorumlibet regularium: qui (vt mox patebit) in rudiore cubimetrica menſuræ ſpatium centies tricies ter cum $\frac{1}{11}$ partibus metitur: in artificioſa communi, centies: in artificioſa Reipubl. Francofurtenſis, centies vicies & quinquies.

8. *Fabrica duplex eſt: Rudior, & Artificioſa.*

9. *Rudior eſt longitudinis in partes æquales, fere pollicares, harumq́ ſingularum in alias denas ſectio.*

Ἄτεχνος regulæ fabrica illa eſt, quæ longitudinis regulæ ſegmenta æqualia conſtituit, quantitate, exempli gratia, pollicari, vel minora maioraue paullulum, pro libito. Et ſic vlna Francofurtenſis, ſecta in partes æquales 20. 23. 24. 50, &c. ſi hæ denuo ſingulæ in alias decem dirimantur, cubimetrica regula eſſe poteſt, ad rectangulæ ſoliditatis latera accurate dimetiendum idonea. Obſeruandum tamen, licet pro Geodętæ arbitrio rudioris regulæ ſegmenta minora maioraue ſtatui poſſint: ea tamen, quæ pollicis latitudinem non multum excedunt, negotio huic mechanico eſſe aptiſſima: cum dena horum fragmenta nec ampla nimis, nec anguſta, in praxi deprehendantur.

10. *In fabrica hac rudiori attendendum tum Δεδόμενον, certa liquoris Quãtitas, dato aliquo ſpatio ſeu vaſe vniuerſim & accurate exhibita: tũ Ζητούμενον, eiuſdem quantitatis ad rudioris regulæ preſcriptum Cubatio.*

11. *Quantitas liquoris data, in hoc menſurabili genere minima, famoſa mẽſura appellari ſolet. Germanice* ein gewiſſe/geeichte Statt oder Landmaß.

12. *Hæc cuilibet prouinciæ, vel ciuitati, ſua fere eſt peculiaris: certi alicuius vaſis repletione indicanda, & metienda.*

Τὸ δεδόμενον hoc loco eſt ipſa moles, ſeu quantitas continua liquoris vnius menſuræ, δόσει & arbitrio magiſtratus cõſtituta: exhibita in vaſe aliquo vtlibet figurato, vnã exacte menſuram capiente. Quod ſane δεδόμενον, vt etiã ζητούμενον, ad rudioris regulæ fabricã nihil facit; verũ vſum potius ſpectat;

numerum ſcilicet inquirens particularium cuborum, ſpatium datæ famoſæ menſuræ metientium. Nihilominus, quia regulæ artificioſæ fabrica hanc veluti præparatoriam vſus rudioris regulæ cognitionem requirit: adiicienda ea hoc loco fuit.

13. *Cubatio liquoris dati eſt ſoliditatis cubicæ eiuſdem liquoris inuētio. Eſtq; Figuratio, ac Numeratio.*

Nomina rebus explicandis commoda fingere nonnunquam cogimur: vt famoſus, cubatio, figuratio, &c. quæ minus latina retineantur, donec puriora occurrerint. Dicitur autem cubatio, ſpatii, quod a liquoris menſura occupatur, in cubicas & æquales partes diſtinctio: quæ fundamentum eſt inſequentis artificioſæ regulę fabricæ. Partium enim illarum ſolidarum, ſiue cuborum latera, regulæ partes ſunt, quibus vaſorum dimenſiones longitudinis, latitudinis, & altitudinis, examinantur: vnde poſtmodum ſoliditas quæritur. Numerus vero cuborum, vnam menſuram conſtituentium vaſorum ſoliditatem illam diuidit: vnde capacitas, ſeu menſuræ contentæ numerantur. Cubatio igitur, dato in rudiore regula quantocunq; cubi dimetientis latere; numerum cuborum, ſpatium ſeu locum vnius menſuræ complentium, exquirit. Hæ autem partes ſolidæ, quibus rectangulum ſolidum æquabiliter diſtinguendum, & commode metiendum, non niſi cubicæ eſſe poſſunt: nam æquabilis trium rectanguli ſolidi laterum ſectio, cubos procreat: e defin. 19, lib. 7, Eucl.

14. *Figuratio liquorem, ſub figura indifferenti datum, in vaſe aliquo rectangulo, ſatis capaci, exhibet. Rectangulo quidem vaſe: quia trina ſoliditatis dimenſio ita requirit. Capaci vero: quia rectius dimēſio inſtituitur copioſi liquoris, quam exigui: nam a mechanicis regula continua multo accuratius in certas partes ſecari, quā ex iiſdem partibus contiguis componi poteſt.*

Humidum non niſi alieno termino continetur: teſte Ariſtotele, tex. 9, lib. 2, de gen. & inter. Proinde liquor, ceu res locata, loci quem occupat figuram mutuatur. Hinc, cum plerumq; data liquoris menſura in cantharo offeratur, aut alio vaſe inordinato, miſtorumque laterum, & ob id dimenſionibus inſtituendis inepto: manifeſtum eſt, quod liquoris dimenſio, & in partes æquales ſectio, figurationem commodam præſupponat, & requirat. Non poteſt autem liquoris ſpatium partibus æqualibus commode ſecari, niſi vaſis alicuius rectanguli adminiculo. Nam ſolidi dimenſio primo & per ſe rectis tum lineis, tum angulis peragitur. Et obliquāgulum, niſi ad

niſi ad rectanguli figuram reducatur, dimenſiones ſoliditatis diſtinctas, quæ ad areæ ſolidæ inuentionem requiruntur, non habet. Id quod conſtat ex analogia numeri ſolidi rectanguli: qui procreatur a tribus numeris, ſeu lateribus, mutuo ſe multiplicantibus: e definit. 17, lib, 7 Eucl. Non ſufficit autem, vt vas liquorem figurans ſit rectangulum: ſed præterea amplum exſiſtat, & multarum ſimul menſurarum capax, neceſſe eſt. Nunquam enim mechanica continui e partibus contiguis compoſitio, adeo exquiſita eſſe poteſt, ac continui eſt in eaſdem partes diuiſio.

15. Numeratio, latera figurati liquoris, ſeu potius vaſis rectanguli figurantis, rudiore regula metitur: tripliciſque dimenſionis mutua multiplicatione ſoliditatem cubicam numerat.

16. Cognita ſoliditate liquoris, vas rectangulum amplum occupantis: vnius menſuræ ſoliditas aurea regula elicitur: ſoliditatem inuentam vaſis amplioris, per eiuſdem vaſis notam capacitatem diuidendo.

17. Hoc tandem cuborum, vnam menſuram metientium, numero, cuiuſuis regularis ſpatii ſoliditas diuiſa, ad menſuras reduci poteſt.

Liquor figuratus in cubos horumque particulas ſecandus: hoc eſt, ſoliditas eius cubica numeranda; latera rudiore regula dimetiendo, & inuicem multiplicando. Factus enim cubica eſt dati liquoris, vel ſpatii ſoliditas.

Exemplum fabricæ regulæ rudioris: e vigeſimis tertiis partibus vlnæ, Francofurtenſis.

Sed traditum hactenus rudioris regulæ fabricam, nec non eius vſum, qua artificioſæ inſeruit, exemplis illuſtremus: vt, quæ obſcura videri queunt, explanentur. Quare in fori Francofurtenſis vſum ſi paranda ſit regula cubimetrica rudior; materies adſumitur lignea, dura, polita; longitudinis quinq; vel ſex pedũ circiter; latitudinis & craſſitiei dimidii fere pollicis.

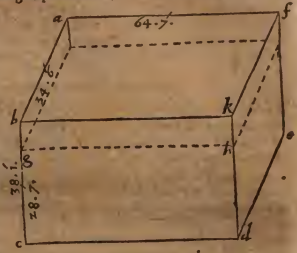
Hæc pro arbitrio in partes, pollicis fere latitudinem æquantes, & inter ſe æquales, diuiditur. Harum rurſus ſingulæ in denas; (ob calculi facilitatem) & hæ porro, ſi ita lubeat, in alias ſecundarias minutias ſecantur.

Exempli cauſſa, placeat rudiorem fabricare cubi metricam regulam, imitatione ſectionis pedis geometrici, mechanicis Francofurtenſibus vſitati. Conſtat vero, pedis illius partes vulgo ſtatui duodecim, quæ pollices (Zoll, vernacula noſtra) nominantur: eaſque oriri ex vlnæ Francofurtenſis in 23 æquales partes ſectione: ita vt pes geometricus (ein Baw- oder Werckſchuch) duodecim vigeſimis tertiis vlnæ partibus definiatur. Hæc

pedis duodenaria diſtinctio, in regulam ligneam, quinque vel ſex pedes longam, accuratiſſime transfertur, & quinquies vel ſexies continuatur: vt ſexaginta vel ſeptuaginta duobus pollicibus regula integretur. Amplius ſinguli pollices in decem æquales partes, quæ ſcrupula prima vocantur, diuiduntur. Singula porro prima ſcrupula, ſi non queant reipſa, ob ſpatii anguſtiam, ſaltem attenta oculi æſtimatione in decem ſecunda ſcrupula dirimuntur: nec non quodlibet ſecundorum in decem tertia: & deinceps ſimiliter, quouſque lubet. Fere autem prima hoc loco ſufficiunt: vel, ſcrupuloſo etiam mechanico, ſecunda. Sic regula partibus ſuis, quæ cuborum latera repræſentant, omnino abſoluta eſt, ad regularium corporum ſoliditatem cubicam inueniendum idonea. Vt videre eſt ad finem 7 capitis. His peractis, data liquoris menſura maior reipubl. Francofurtenſis, vetus vulgo appellata, partibus fabricatæ regulæ diſtinguenda, & cubis quibuſdam, veluti numeris concretis, explicanda: cum geometrica vix aliter quam per numeros cognoſci & doceri queant. Finis huius ſectionis eſt, ſoliditatis ſpatii monometri inuentio; & ad ſoliditatem quotuis menſurarum collatio: vt e ſoliditate liquoris cuiuslibet dati, capacitas vaſis eundem continentis, nota reddatur. Quoniam vero in liquoris menſuræ ſolitariæ cubica ſectione commiſſus error vix perceptibilis, iteratione grauis redditur: rectius liquoris multarum ſimul menſurarum ſectio inſtituenda. Paratur igitur huius gratia capſa rectangula, cubica, vel oblonga, ohmas ſeptem, octo, vel nouem circiter continens. Huic, in æquilibrio vndiquaque collocatæ, liquoris certa quantitas infunditur, ohmæ nimirum ſex, vel ſeptem: cautione adhibita, ne quidpiam temere vel exundet, vel decedat. Infuſio autem liquoris commodiſſime peragitur vaſe aliquo menſurante, octo ſimul, decemue menſuras accuratiſſime capiente: tum vt citius res expediatur; tum ne minoris vaſis errore etiam leui ſæpius iterato lapſus tandem ingens ſuccreſcat. Ceterum infuſi liquoris altitudo, vndæ fluctuatione ceſſante ad capſæ latus notatur. Hinc interiora capſæ latera, longitudinis, latitudinis & altitudinis, liquori contigua, rudiore regula examinantur: factuſq; a trium dimenſionũ numeris, pro ſoliditate contenti liquoris adnotatur: quæ numero menſurarum capſæ infuſarum diuiſa, vnius menſuræ ſoliditatem aperit: vnde poſtmodum cuiuslibet vaſis capacitas innoteſcere poteſt; ſoliditate ad menſuras reducta; hoc eſt, diuiſa ſoliditate inuenta per numerum cuborum vnam menſuram metientium.

Exempli

Exempli gratia: capſa cubationi liquoris deſtinata eſto oblonga a b c d e f, cuius longitudo a f, vel g h, pollicum 64. 7′: latitudo a b, vel h i, pollicum 34. 6′: altitudo impletionis ſex ohmarum c g, pollic. 28. 7′. (totius enim capſæ altitudo c b, quæ eſt 38. 1′. heic non attenditur.) Multiplicatis longitudine ac latitudine, fit area plana a b k f, pollicum quadratorum 2238. 6′. 2″. Hæc per altitudinem ſex ohmarum, nim. per 28. 7′. multiplicata, oritur ſoliditas g h i e d c, cuborum pollicarium 64248.3′.9″.4‴, ſpatium ſex ohmarum æquantium. Hæc ſoliditas, ope regulæ proportionum aureæ, numero menſurarum 480 (ſex enim ohmæ tot menſuris conſtant) diuiditur: quotuſque cubos exhibet pollicares 133.8′.5″. ſpatium vnius menſuræ complentes. Scrupula vero $\frac{194}{480}$ a diuiſione reliqua, hoc loco citra errorem penitus negligi poſſunt: cum ne vnum quidem ſcrupulum tertium, hoc eſt, ne milleſimam partem cubici pollicis conſtituant. Quod ſi eadem ſubtilius extricare ſit animus, cubi dimetientes vnius menſuræ erunt 133.8′.5″.0‴.8⁗.2ᵛ.0ᵛᶦ.



Capſæ longitudo 64.7′.
latitudo 34.6.

3882
2588
1941

2238.6′.2″. planities.
altit. 6 ohmarum 28.7′

15670 3 4
179089 6
447724

64248.3′.9″.4‴. ſoliditas.

Hinc aurea regula ita colligit:

Si 480 menſurarum ſoliditas cubica eſt 64248.3′.9″.4‴. ergo vnius menſuræ ſoliditas cubica erit 133.8′.5″.0‴ $\frac{394}{480}$.

142.
16804.
64248.3′.9″. | 4‴. (cubi vnius menſuræ 133.8′.5″.0‴ $\frac{394}{480}$.
4088868 | 0
44444.
484440
24484.
132.

Hac obſeruata ſoliditatis & capacitatis analogia, facilè cuiuſuis ſpatii ſoliditas, ope rudioris regulæ inuenta, ad menſuras reduci poteſt; diuidendo ſoliditatem totius ſpatii, per ſoliditatem vnius menſuræ. Vt; capſæ cuius longitudo pollic. 123.0′. latitudo 74.5′. altitudo 80.8. ſoliditas eſt 740410.8′. quæ diuiſa per 133.8′.5″. oſtendit capacitatem menſurarum 5531.

Longi. 123.0′.
Latit. 74.5′.

6150
492.
861.

9163.5′.0″
altit. 80.8′.

7330800
733080

740410.8′.0″.0‴.

Soli-

```
                    8
                    2 6
                4 2 3 0 4
              7 1 1 6 5 3 5
Soliditas.  7 4 0 4 1 0. 8'. 0''
            1 3 3. 8'. 5''. 5 5 5 (capacitas menſur. 5531 8649/13185
              1 3 3 8 8 8.
                1 3 3 3
                  1 3
          ---------------------
            6 6 9. 2 5 5 5 8
              6 6 9 2. 5 8.
                4 0 1 3
                  1 3.
```

Alia rudioris regulæ ſectio: e vigeſimiſquartis partibus vlnæ Francofurtenſis.

Eſto vlna Francofurtenſis in 24 æquales diſpeſcenda partes: atq; ita ſecta in vſum adhibẽda ſtereometricum. Sectionis huius interualla minora neceſſario futura ſunt, quam prioris ſectionis: ideoq; etiam cubi plures ad menſuram integrandum deſiderabuntur. Inuentio autem numeri cuborum, quorum latera vlnæ Francofurtenſis partes ſint vigeſimæ quartæ, duplex eſſe poteſt. Vna, iam ſupra tradita, e capſæ ſoliditate, regulæ propoſitæ cubicis lateribus numerata, & per notam capacitatem diuiſa. Altera expeditiſſima, e nota aliqua cubatione ſpatii monometri, quoad numerum & latera illorum cuborum, menſuram æquantium. Priorem quod attinet: ſciendum, dimenſionem mechanicam ſpatii eiuſdem, diuerſis regulis etiam diligentiſſime inſtitutam, vix tamen eandem omnino capacitatem exhibere; ob pollicum minutias, quæ parem præciſionem in diuerſis regulis rariſſime admittunt. Verum error hic leuis multarum ſimul menſurarum, praxin geodæticam ſenſibiliter minime turbat. Cubatio igitur menſuræ e capſæ ſoliditate ita inueſtigatur. Capſæ longitudo eſto pollic. 45. 6', regulæ, cuius ſegmenta 24. partes vlnæ: latitudo pollic. 30. 2: altitudo ſex ohmarum liquoris infuſi deprehenditur pollic. 53. 0'. Hic lateribus inuicem multiplicatis oritur ſoliditas 72387. 3'. 6''. 0'''. Quod ſi 480 menſurarum

ſoliditas cubica eſt 72987. 3′. 6″. vnius menſuræ ſoliditas cubica erit 152. 0′. 5″. 7‴. Et tot cubi recens fabricatæ regulæ, cum adiectis cubicis vnius cubi particulis, menſuram conſtituunt.

Capſæ longitudo 45. 6′.
latitudo 30. 2′.

912
1368

1377. 1′. 2″. planities.
altitudo 6 ohmarum 53. 0′.

4131360
688560

72987. 3′. 6″. 0‴. ſolid.

24 23
72987360 | 0 (cubi vnius menſu. 152. 0′. 5″. 7‴.
4888888 | 0
44444
48064206
249233

Poſterior cubationis menſuræ inuentio, eſt e cubicorum laterum & ſolidorũ magnitudine conuenientium, denominatione diſcrepantiũ proportione, eſtq; priore accuratior; quia proportionũ calculus mechanica dimẽſione certior. Artificiũ ſic habet. Æqualium laterũ ęqualia ſunt quadrata, & æquales cubi. At latera 23 & 24 ex hypotheſi æqualia ſunt: ergo, corũdem tum quadrata, 529, & 576; tum cubi, 12167, & 13824, æquantur: & proinde cubis 133. 8′. 5″. prioris generis $\frac{1}{23}$ vlnæ, æquantur cubi 152. 0′. 7″. 8‴. poſterioris generis $\frac{1}{24}$ vlnæ. Quamobrem recens fabricatæ regulæ cubi 152. 0′. 7″. 8‴. menſuræ ſpatium complent. Eſtq; differentia huius cubationis a priore exigua, nimirum ſcrupulorum 2″. 1‴. quę errorem ſtereometricum notabilem non parit.

Cubi 12167 primi generis æquantur cubis 13824, ſecundi generis ergo cubi 133. 8′. 5″. primi generis, æquabuntur cubis 152. 0′. 7″. 8‴. 7⁗. ſecundi generis.

Latera primi generis	23	Latera ſecundi generis	24
	23		24
	69		96
	46		48
quadrata,	529	quadrata,	576
	23		24
	1587		2304
	1058		1152
cubi,	12167	cubi,	13824

```
    13824
    133.8'.5''.0'''.
    ------------
    691200
  110592
  41472
 41472
13824
-------------------
1850342400
```

```
        1
       909
     2525637
   633698714
  2850342400   (cubi vnius menſ.
  2216777777    152.0'.7''.8'''.
   22166666
    222222
     2222
      22
  -----------
  225.6754696
   608 3.3.1.3 3.
    24357
      89.
```

Alia rudioris regulæ ſectione decimis ſextis vlnæ Francofurtenſis partibus.

Si lubeat vlna Francofurtenſi partibus ſedecim diſtincta, vaſa dimetiri: cubis paucioribus menſuræ locus complebitur: quia laterum interualla maiora. Numerus aũt horum cuborum artificioſe, vt proxime, inuenietur, præeunte vlna 23 ſegmẽtis diuiſa. Latera 23 & 16, ex hypotheſi ſibi inuicẽ æquantur: ergo etiam cubi eorundem 12167, & 4096, ęquantur: ac proinde cubis 133.8'.5'' primi generis, æquabuntur cubi 45.0'.6''.0'''.3'''' ſecundi generis. Recens igitur fabricatæ regulæ cubi 45.0'.6''.0'''.3''''. ſpatium menſuræ adæquant. Quod erat inquirendum.

```
   133.8'.5''
     4096
   --------
   80310
 120465
53540
-----------
548249600
```

```
      73 92.
    612564589 9.
   5482496000
   2216777777   (cubi vnius menſ.
   2221666666    45.0'.6''.0'''.3''''.
    222222
     2222
      22
  -----------
   4866850202.
   6083065
    233.
```

Alia ſectio rudioris regulæ: e trigeſimis ſecundis partibus vlnæ Francofurtenſis.

Præcedens regula decimasſextas habet vlnæ partes: quæ dimidiatæ, ſunt trigeſimæ ſecundæ. Cubi autem menſuram regulæ huius miniſterio metientes, compendio quæri poſſunt, e cubis regulæ præcedentis, iam notis. Latus enim pollicare præcedentis regulæ, gemino huius æquatur. Ideoque cubus vnus primi generis, æquatur cubis octo ſecundi generis: &, eadem proportione, cubi $45.0'.6''.0'''.3''''.7^{v}.6^{vi}$. primi generis, menſuram conſtituentes, æquantur cubis $360.4'.8''.3'''$. ſecundi generis.

$$1 \text{ æquatur } 8\text{: ergo } 45.0'.6''.0'''.3''''.7^{v}.6^{vi}. \text{ æquantur } 360.4'.8''.3'''.$$
$$8$$
$$\overline{360.4'.8''.3'''.0''''.0^{v}.8^{vi}.}$$

Delineationem harum regularum, paullo poſt ad finem 7. capit. habebis.

CAPVT VI.

De Artificioſa regulæ cubimetricæ fabrica, e quauis optata ſectione.

SIc rudior cubimetrica regula fabricam habet. Artificioſa, eſt longitudinis in partes æquales optatas, harumque in denas ſecundarias ſectio.

2. Partes optatæ ſunt latera cuborum, optato aliquo & ſupputationi expedito per idoneo numero, menſuram metientium.

3. In fabrica hac artificioſa τὸ Διδόμενον eſt optatus numerus cuborum ſpatii vnius menſuræ: τὸ Ζητούμενον eſt continua quantitas laterum optatorum cuborum, partibus regulæ alicuius rudioris accurate definita.

4. Numerus optatus, integer, facilemq; præſtans diuiſionis ſeu reductionis calculum, Geodætæ arbitrio eligitur.

5. Quantitas laterum cuborum optatorum, e collatione ſoliditatis rudioris & optatæ, in cubo aliquo magno, mente concepto, nota, & ad cubos optatos proportionatæ capacitatis, per geminam eiuſdem geneſin & analyſin inueſtigatur.

6. Geneſis

6. *Geneſis datum cubum e partibus ſuis conſtituit: ſoliditatem omnium menſurarum eodem contentarum, cubis dimetientibus tam rudioris, quam optata regulæ numeratam, componendo.*

7. *Analyſis ſoliditatem illam vtramq; cubice diſſoluit: latusq; cubi dati, cubis dimetientibus vtriusq; generis numeratum exhibet.*

8. *Latus ſoliditatis rudioris, in regula rudiore præciſe notatur: eſtq; ſpatium optatæ partitioni ſubiectum.*

9. *Latus optatæ ſoliditatis, partitionis ſpatii inuenti modum, ſiue ſegmentorum optatorum numerum ſuppeditat.*

10. *Optata porro latera in regula quouſq; libet ſeriatim & æquabiliter continuantur: ſingulaq; in dena, & hæc rurſus in alia dena ſecantur.*

11. *Regula tandem ita ſecta vaſorum regularium ſoliditati, hincq; capacitati metiendæ eſt idonea. Quæ erat fabricanda.*

Demonſtratum a nobis hactenus eſt, liquoris cubationem, ſeu in partes cubicas diſtinctionem, quauis oblata regula, ęqualibus particulis ſecta, præſtari poſſe. Vbi ſimul patuit, notitiam numeri partium illarum cubicarum menſuram æquantium, ſtereometrici negotii ſummam complere: eo enim cuiuſlibet dati liquoris ſoliditatem diuiſam, ad mēſuras reduci. Quoniam autem regulæ rudioris fortuito oblatæ cubi vix vnquam numero integro menſuram metiuntur; ſed fere particulas ſeu minutias adiunctas habēt, diuiſioni promtæ incommodantes: iccirco tales cubi artificioſe inueſtigandi, qui numero integro, & facile quemuis alium diuidente, menſuram exacte adæquent: hoc eſt, cubi dimetientes rudioris regulæ, in alios optatos commutandi, & optatorum latera regulæ optatæ inſcribenda. Sciendum vero, in cubis dimetientibus, tum obuiis, tum optatis, quantitatem duplicem conſiderari: continuam & diſcretam. Continua ſunt cuborum æqualia latera, in regula notanda. Diſcreta, eſt certus numerus cuborum menſuræ ſpatium metientium. Cubos obuios quod attinet, horum latera ſuperius dabantur; & numerus quærebatur. Sed optatorum cuborum viceuerſa heic datur numerus; latera quæruntur. Numerus etenim datur, ſeu a mechanico pro arbitratu deligitur. Latera autē vt inueniat eiuſmodi cuborum, qui numero iam poſito atque optato menſuram exacte metiantur: cubum aliquem magnum, ſoliditatis optatæ vere cubicæ, animo concipit: cuius ceu medii interuentu regulæ rudioris partes in optatas commutātur. Huius cubi ſoliditatē primo cubis regulę rudioris numerat: multiplicando

conſtituant, & æqualem locum occupent cum cubis $133.8'.5''.0'''.8''''.2^{v}$. regulæ primæ rudioris. Datur heic menſuræ ſoliditas optata; nimirum cubi 10. Quæritur continua quantitas lateris, cubo ſuo decies menſuram metientis. Huius inuentio eſt ex analyſi geminæ cubationis (rudioris, & optatæ) eiuſdem ſpatii: ſi latus ſoliditatis rudioris vero proximum, in regula quam exquiſitiſſime notetur, & in partes lateris optatæ ſoliditatis diuidatur. Cubus vnius ac ſolitariæ menſuræ ad hanc inuentionem parum aptus eſt: quia latus ſoliditatis rudioris, ob minutias integris adiunctas, præciſe in regula adſignari nequit: vnde error in vnius menſuræ latere commiſſus, progreſſu valde augetur: in latere vero plurium ſimul menſurarum tolerabilior eſt. Fingitur ergo cubus e monometro multoties compoſitus: verbi gratia, octingenties, millies, decies millies, &c. ſed ita tamen, vt ipſius cubatio ſiue ſoliditas optata ſe multiplicatione numeri capacitatis cubi imaginarii, & cuborum optatorum vnius menſuræ: vere cubica oriatur.

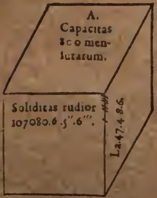
In propoſito noſtro exemplo cubus octingentarum menſurarum capax, ad laterum optatorum inuentionem idoneus eſt: nam 800 cum denario, faciunt 8,000, numerum vere cubicum. Porro cubi huius ſoliditas rudior eſt 10[illegible] $80.6'.5''.6'''$. quia vnius menſuræ ſoliditas rudior ſupra a nobis inuenta eſt $133.8'.5''.0'''.8''''.2^{v}$. Optata eiuſdem cubi ſoliditas eſt $8000.0'$. nam vnius menſuræ ſoliditas optata adſumta eſt cuborum 10. Latera cubica vtrinque extracta ſunt, rudius $47.4'.8''.6'''$. optatum $20.0'$. Illud ergo in regula rudiore præciſe, quantum fieri poteſt, notatur: & tota illa lõgitudo continua, pollicum rudiorum $47.4'.8''.6'''$. in 20 æquales partes ſecatur: quæ latera ſunt cuborum numero denario menſuram æquantium. Et ſic regula ſtereometrica artificioſe ſecta eſt in partes, cubis decem menſuræ ſpatium complentes. Quod erat faciendum.

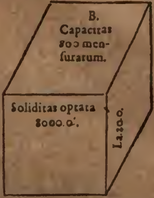
```
      4 3 5 1 5
      5 8 4 0 9 9        2
43    2 5 7 2 3 2 5 7 6 7 4 4
207   0 3 0 6 5 6 0 0 0 0 0 0
 64
Tr.   1 2
Dr.4  8
 33   6
  5   8 8
      3 4 3
 39   8 2 3
Tr.       1 4 1
Dr.   6 6 2 7
    2 6 5 0 8
        2 2 5 6
            6 4
 2    6 7 3 4 2 4
Tr.         1 4 2 2
Dr.     6 7 4 0 2 8
      5 3 9 2 2 2 4
            9 1 0 0 8
                5 1 2
      5 4 0 2 3 2 9 9 2
Tr.                 1 4 2 4 4
Dr.           6 7 6 3 0 5 1 2
            4 0 5 7 8 3 0 7 2
                    5 1 2 7 8 4
                            2 1 6
          4 0 5 8 3 4 3 5 2 5 6
```

(47.4′.8″.6‴. Latus cubi, octingentarum menſurarum capacis: definitum vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis.

Eandem inuentionem ſuppeditat cubus centies mille menſurarum capax. Eius enim ſoliditas rudior eſt 13,385,082. optata 1000,000. Latus illius eſt 237.4′.2″.8‴.3⁗. iſtius 100.0′. vel imminutis terminis, ratione ſubquinctupla, latus rudioris 47.4′.8″.5‴.6⁗. — optatæ 20.0′.

A capa-





Spatia hæc cō-ueniunt quantitate cōtinua: diſcrepant partium numero, ſeu denominatione.

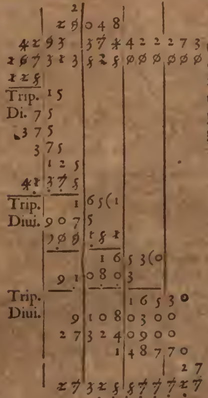
Heic, vt vides, Lector, æque capax ſeu æquale ſpatium dupſiciter cubatum ſiue ſectum eſt: partibus ſcilicet rudioris regulæ, ad A; & optatæ, ad B. Cubiſectionis poſterioris 8000.0′, æquales ſunt cubis 107080. 6′. 5″. 6‴, ſectionis prioris: quia æqualem locum occupant. Segmenta item 20.0′, lateris cubici ad B, æqualia ſunt ſegmentis 47.4′.8″.6‴, lateris ad A. Proinde latus pollicum 47.4′.8″.6‴. in regula propria (iam ante præparata e vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis partibus) notatum, inque partes 20 æquales diuiſum, regulam optatam conſtituit: cuius ſegmenta ſingula rurſus in ſcrupula dena prima, & hæc in ſecunda, &c. dirimenda.

Cubatio A.	Cubatio B.
Menſuræ vnius cubi 133.8′.5″.0‴.8⁗.2ᵛ.	Menſuræ vnius cubi 10.0′
800.	800.
107080.6.5.6″.0‴.0ᵛ.	8000.0′.

Artificioſæ regulæ partes, centum cubis menſuram metientes.

Cubus inuentioni horum ſegmentorum accommodatus, poteſt eſſe mille ducentarum & quinquaginta menſurarum capax: nam 1250, cum centenario faciunt 125000, numerum vere cubicum. Huius cubi ſoliditas rudior eſt 167313.5′.2″.5‴. cuius latus 55.1′.0″.3‴. Optata ſolidita-

125 000.0′. cuius latus 50.0′. Quare longitudo rudioris regulæ, conſtans pollicibus 55. 1′. in 50 æquales partes diuiſa, ſectionem exhibet optatam: cuius partes cubis centum menſuram metiuntur.



(55.1′.0″.3‴. Latus cubi, mille ducetarum & quinquaginta menſurarum capacis: definitum vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis.

Artificioſæ regulæ partes, mille cubis menſuram metientes.

Cubus inuentioni laterum eiuſmodi, quæ cubis ſuis millies menſuram metiantur, idoneus, poteſt eſſe mille menſurarum capax: nam 1000. cum millena-

millenario, faciunt, 1, 000, 000. numerum vere cubicũ. Huius cubi ſoliditas rudior eſt 133850.8′.2″. cuius latus 51. 1′.5″.3‴.3⁗. Optata ſoliditas eſt 1, 000, 0 0. 0. 0′. cuius latus 100.0′. Quare longitudo rudioris regulæ cõſtans pollicibus 51. 1′. 5″ —+— in 100 æquales partes diuiſa, regulam exhibet optatam: cuius ſegmenta cubis mille menſuram metiuntur. Quæ erat fabricanda.

1 2 0
1 5 7 5 6
1 4 1 7 3 1 4 8 4 1 1 4
3 1 9 9 8 9 1 1 5 4 2 3 5 6 3 (51. 1′.5″.3‴.3⁗. —+—
1 3 3 8 5 0 0 2 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 Latus cubi, mille menſurarum capacis: definitum vigeſimis tertiis vlnæ Francofurtenſis.
1 2 5
1 5 (1
7 5
7 6 5 1
1 5 3 (1
7 8 0 3
7 8 1 8 3 1
Trip. 1 5 3 3
Diui. 7 8 3 3 6 3
5 9 1 6 8 1 5
3 8 3 2 5
1 2 5
3 9 2 0 6 4 8 7 5
Trip. 1 5 3 4 5
Diui. 7 8 4 8 9 6 7 5
2 3 5 4 6 9 0 2 5 (2 7
1 3 8 1 0 5
2 3 5 4 8 2 8 3 5 7 7
Trip. 1 5 3 4 5 9
Diui. 7 8 4 9 8 8 8 2 2 7
2 3 5 4 9 6 6 4 6 8 1 (2 7
1 3 8 1 1 3 1
2 3 5 4 9 8 0 2 7 9 4 3 7

Hinc etiam patet latus cubi monometri: 5. 1′. 1″. 5‴. 3⁗. 3ᵛ.

			Latus.	5 1. 1'.	$5''.3'''.3''''.$
				5 1. 1'.	$5''.3'''.3''''.$
			1	5 3 4	5 9 9
			1 5	3 4 5	9 9
		•	2 5 5	7 6 6	5
			5 1 1	5 3 3	
		5	1 1 5	3 3 .	
		2 5 5	7 6 6	5	
	Quadratū	2 6 1	6. 6'.6'.	$0'''.1''''.0^{v}.$	$0^{vi}.8^{vii}.9^{viii}.$
				5 1. 1'.	$5''.3'''.3''''.$
	'	7 8 4	9 9 8	0 3 0	2 6.7
	7	8 4 9	9 8 0	5 0 2	6 7
	1 3 0	8 3 3	0 0 5	0 4 4	5
	2 6 1	6 6 6	0 1 0	0 8 9	
2	6 1 6	6 6 0	1 0 0	8 9 .	
1 3 9	8 3 3	0 0 5	0 4 4	5	
Cubus, 1 3 3	8 5 0.	$7'.9''.9'''.$	$1''''.5^{v}.8^{vi}.$	$8^{vii}.5^{viii}.6^{ix}.$	$4^{x}.3^{xi}.7^{xii}.$
Reſiduum		2 0	8 6 1	1 4 3	5 6 3
1 3 3	8 5 0.	$8'.2''.0'''.$	$0''''.0^{v}.0^{vi}.$	$0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}.$	$0^{x}.0^{xi}.0^{xii}.$

Delineationes harum regularum, ad finem capitis proxime ſequentis inuenies.

CAPVT VII.

De ſpeciali quadam & artificioſa regulæ cubimetricæ fabrica: in vſum hygrometricum Reipublicæ Francofurtenſis. Quæ ad praxin ſtereometricam toto hoc opuſculo deinceps ſola adhibetur.

FAbrica regulæ cubimetricæ artificioſa ea omni ditioni atque reipublicæ vniuerſim eſt commodior, quæ ſegmenta obtinet, cubis 10, 100, vel 1000, menſuram æquantia: facilem namque ſoliditatis liquoris ad menſuras reductionem præbet. Verum prætereà ſpeciatim Reſpublica Francofurtenſis in numero 125 compendium

dium habet egregium, diuiſionis, ſeu reductionis cuborum dimetientium, ad menſurarum compoſitarum genera, eidem Reipublicæ conſueta: quartalia videlicet, ohmas, atque vehes; vt infra, capite 10 huius, plenius docebitur. Quærantur igitur cubica regulæ latera, quorum cubi 125 æquales ſint cubis rudioribus 133.8′.5″.0‴.8⁗.2^{v}. Horum laterum inuentioni aptus eſſe poteſt cubus mille menſurarum capax: nam 125 cum millenario, faciunt 125000. numerum vere cubicum. Cubi huius ſoliditas rudior eſt 133850.8′.2″. cuius latus 51.1′.5″.3‴.3⁗. (vt ad finē ſexti capitis huius patuit.) Optata eiuſdem cubi ſoliditas eſt 125000.0′. cuius latus 5 .0′. Longitudo itaque rudioris regulæ, conſtans pollicibus 51.1′.5″.— in 50 æquales partes ſecta, regulam exhibet optatam: cuius partes cubis 125 menſuram metiuntur.

Hac regula ſola deinceps in opuſculo noſtro vtemur: quia eius commoditas valde illuſtris eſt. Quod ſemel hoc loco monuiſſe ſufficiat.

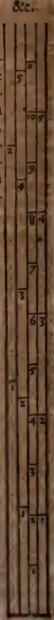
Regula cubimetrica rudior, ſegmentis vigintitribus vlnã Francofurtenſem æquans: quę ſegmẽta pollices ſunt pedis geometrici Francofurtenſis reipublicæ.



Tres aliæ rudiores regulæ, ſegmentis vigintiquatuor, ſedecim, & trigintaduobus, vlnam Francofurtẽſem æquantes.



Artificioſæ cubimetricæ regulæ quatuor, ſegmentorum ſuorum ea bis decem, centũ, mille, itemq; cẽtum vigintiquinque, menſuram liquoris metientes.



CAPVT VIII.

Quomodo regula cubimetrica vaſorum Soliditas inquirenda.

HActenus cubimetricæ Fabrica: ſequitur Uſus.

2. *Uſus eius eſt in vaſorum, qualibet regulari ſoliditatis ſpecie figuratorum, geodæſia.*

Geodætes regula, vt docuimus, præparata inſtructus, ſine negotio quælibet vaſa regularia dimetiri poteſt. Vocamus autem heic, fuſo nomine, regulares figuras, quibus rectangulæ æquales, vel geometrice & demonſtratiue, vel ſaltem mechanice, citra notabilem & ſenſu perceptibilẽ errorem, conſtitui queunt. Eiuſmodi in Planis ſunt, rectilinea quæuis, circulus, & ſphæricum: in Solidis, pyramis æqualiter faſtigiata, priſma rectum, cylindrus, conus, & ſphæra.

3 *Geodæſiæ ſtereometricæ partes duæ ſunt. Vna vaſorum, actu vel potentia rectangulorum, Soliditatem inquirit. Altera ſoliditatem inuentam ad Menſuras reducit.*

4. *Soliditas vaſorum inquiritur, lateribus rectanguli regula dimenſis, & inuicem multiplicatis.*

5. *Latera ſolidum rectangulum comprehendentia tria ſunt: Longitudo & Latitudo, quibus Planities, ſeu area plana; tum Altitudo, qua cum plano Soliditas, ſeu area ſolida conſtituitur.*

Vas dimetiendum omne, vel ſit, vel fiat rectangulum, neceſſe eſt. Quia enim regula ſtereometrica directa eſt: non niſi directis, ſeu rectilineis vaſis applicari poteſt. Et quoniam ad ſoliditatem inueniendum, dimenſa vaſis latera in ſe inuicem multiplicanda ſunt: latera non niſi rectangula, & ex oppoſito parallela eſſe poſſunt: ex defin. 17. lib. 7. Eucleid.

Exempli gratia. Eſto vas rectangulũ, cuius longitudo pollicum 60. 5′. 5″. hoc eſt, ſexaginta integrorũ, quinq; ſcrupulorum primorum, & quinq; ſecundorum: (quæ ſcrupula æquantur quinquaginta quinq; centeſimis; ſeu quinq; decimis & quinq; cẽteſimis vnius integri.) Latitudo eiuſdẽ, poll. 42. 3′. Altitudo poll. 30. 1′. Quæritur ſoliditas. Longitudine, ac latitudine inuicẽ multiplicatis, fit planities 2561. 2′. 6″. 5‴. quæ habet pollices quadratos 2561. ſcrupulaq; pollicũ quadratorũ 2′. 6″. 5‴. nã facti prima dextrorſum nota, videlicet 5, factorũ primorum, nimirũ 5″. & 3′, coniuncta gerit ſigna, tertiorũ ſcrupulorũ: hinc nota proxima, 6, ſignũ habet ſecundorũ ſcrupulorũ: ſequens nota, 2, primorum: omnes ſequentes notæ, 2561, integri ſunt pollices. Ceterum planitie hac cum altitudine multiplicata; ſoliditas pro-

creatur; pollicum cubicorum 77094.0′.7″.6‴.5⁗. Vbi notandum, quod factores, nimirum multiplicandus, & multiplicans, præciſionem ſcrupulorum requirant: factus vero plerumque ſcrupula cuborum negligere poſſit. Vt, in longitudine propoſiti vaſis, quinque ſecunda ſcrupula citra errorem, in ſoliditate notabilem, præteriri nequeunt; multoque minus prima ſcrupula: at ſoliditati adiuncta ſcrupula omnia, nullius ad ſoliditatem tantam ſunt momenti. Quod ſi exigua ſit ſoliditas, v.g. cuborũ 3, 5, 10, 20, &c. tunc ſcrupula adhærentia negligi non debent.

Longit. 6 0. 5′. 5″.
latitudo 4 2. 3′.
18165
12110
24220
2561. 2′.6″.5‴.
altitudo 3 0. 1′.
2561265
7683795
77094.0′.7″.6‴.5⁗.

Obſeruandum hoc loco eſt obiter diſcrimen multiplicationis arithmeticæ & geometricæ. Nam multiplicatio arithmetica vnitatum eſt; & ex vnitatibus vnitates producit. Geometrica vero multiplicatio, interuallo vno ſuperiorem magnitudinem creat: ſic enim linearum multiplicatione, ſuperficies ſeu planities oritur: & planitiei multiplicatione, ſoliditas. Hinc area plana non pollicum longitudine, ſed quadratis pollicibus; & ſolida, pollicibus cubicis numeratur.

Aliud exemplum. Eſto vas rectangulum, cuius longitudo 123.0′.8″. latitudo 84.2′. altitudo 90.0′. Soliditas emergit 932700.2′.4″. hoc modo:

Longitudo 123.0′.8″.
latitudo 84.2′.
24616
49232
98464
10363.3′.3″.6‴. planities.
altitudo 9 0. 0′.
93270 0.2′.4″.0‴.0⁗. ſoliditas

vel

vel planities, per altitudinem ita multiplicatur:

1 0 3 6 5 . 3′. 5″. 6‴. planities.

9 0. altitudo.

9 3 2 7 0 c. 2′. 4″. 0‴.

CAPVT IX.

Inuentæ ſoliditatis vaſorum ad menſuras Reductio.

ITa ſoliditatis inuentio eſt. Reductio ad menſuras, ſeu capacitatis exploratio ſequitur.

2. Menſura liquorum eſt Simplex, & Compoſita.

3. Simplex eſt ſolitaria menſura.

4. Eaque Maior, & Minor.

5. Maior, œnopolis conſueta, huius eſt loci: qua ſola vaſorum capacitas æſtimatur.

6. Minor cauponibus, quæſtum e ſingulis menſuris captantibus, ſeruit. His enim, tum quia minuta & multiplici liquoris (vt ſic dicam) tranſfuſatione multum toti decedit; tum alias ob cauſſas, magiſtratus minorem famoſa indulget menſuram. Eſt autem Francofurti minoris ad maiorem ratio ſubſeſquioctaua: minor enim octo nonis, maior nouem nonis conſtat: hoc eſt, nouem minores octo maioribus æquantur.

7. Simplicis, ſiue ſolitariæ mēſuræ partes vſitatiores & vulgo notiores ſunt Quadrantes, Francofurtenſibus Ach: maß: Nobis vero Decimæ in calculo adlubeſcunt.

8. Compoſita menſura e ſolitariis conſtat: hæcq; pro ciuitatum ac ditionum varietate variat.

9. Speciatim, Francofurti 4 menſuræ Quartale conſtituunt, ein Viertel: 20 quartalia Ohmam, ein Ohm: 6 ohmæ Vehem, ſeu plauſtrum, ein Fuhr/ oder Fuder.

Argentinæ, 24 menſuræ Ohmam: 24 ohmæ Vehem.

Tubingæ, 10 menſuræ Ohmam: 16 ohmæ Vrnam, ſeu amphoram: 6 vrnæ Vehem.

Lipſiæ, 54 menſuræ Vrnam.

Eysfeldiæ in Franconia 64 menſuræ Vrnam.

Wittembergæ, 2 ſemiſſes, Nößel/ faciunt Menſuram, ein Kandel: 4 menſuræ Stupam, ein Stübich: 16 ſtupæ Vrnam, ein Eymer: 12 vrnæ Vehem ein Fuder.

Halæ Saxonum, 72 menſuræ Vrnam.

10. Reductio cuborum ad mẽſuras ſolitarias fit, cubica vaſis ſoliditate numero cuborum menſuram metientium diuiſa.

Reductio duplex eſt: vna, ſoliditatis ad menſuras ſimplices: altera, ſimplicium menſurarum ad compoſitas. In reductione ſoliditatis, ſoliditas dati vaſis, exempli gratia, 932700. 2'. 4'', eſt numerus diuidendus: ſoliditas vnius menſuræ, vt 133.8'.5'', vel 100.0', vel 125.0', &c. eſt diuiſor.

Exempla.

Soliditas 932700.2'.4''. quot habet menſuras? quot item menſuræ ſcrupula prima & ſecunda? ſi vna menſura æquari ſtatuatur cubis dimetientibus 133.8'.5''?

```
              2
              6
           3  3  3
     1  1  0  4  6  1
  1  2  9  6  3  5  4  7  6
  9  3  2  7  0  0  2'.4''.0'''.0''''      (menſuræ 6968.2'.4''.
  1  3  3.8'.5''. 5  5  5  5  5
     1  3  3  8  8  8  8  8
        1  3  3  3  3  3
           1  3  3  3
              1  1
  ------------------------------
  8  0. 3  1  0  5  0  0  0  0
  1  2  0  4. 6. 1  8  7  4
        8  0  3  0. 7. 5.
        1  0. 7  6. 3
           2. 5
```

Solidi-

Soliditas 932700. 2'. 4''. quot habet menſuras? quot item menſuræ ſcrupula prima, ſecunda, & tertia? ſi vna menſura æquari ſtatuatur cubis dimetientibus 100?

Diuiſione abſoluta quotus habet menſuras 9327. & duo tertia ſcrupula vnius menſuræ. Hoc modo:

```
9 3 2 7 0 0 . 2'| 4''. 0'''.
1 1 1 1 1 1 1   | 0   0          (menſuræ 9327.0'.0''.2'''.
```

Soliditas 932700. 2'. quot habet menſuras? quotque prima menſuræ ſcrupula? ſi vna menſura ęquari ponatur cubis dimetientibus 125? Quotus ſuppeditat menſuras 7461.6'. hoc modo:

```
      5 7 2 7 5
    9 3 2 7 0 0 . 2'        (menſuræ 7461.6'.
    1 2 5 5 5 5 5
      1 2 2 2 2
        1 1 1
   ________________
    8 7 5 0 0 5 0
      5 0 5 2 5
        7 1 7
```

Si quis autem loco decimorum menſuræ ſcrupulorum, quadrantes, eorumque octonas partes deſideret: tabellam huius reductionis infra cap. 23 huius opuſculi habebit.

Reductio ſoliditatis exiguæ, infra menſuram ſubſiſtentis.

Si vaſculi alicuius parui inuenta ſoliditate, capacitas quæratur: ea menſuræ aliquota parte eſt definienda: hoc eſt, inueſtigandum, quot eiuſmodi vaſcula menſuram conſtituant, ſeu menſuræ ſpatium adæquent: diuidendo cubos vnius menſuræ, ſoliditate vaſculi propoſiti; non neglectis ſcrupulis, ſi quæ adiacent. Vt: ſi quæratur capacitas poculi, cuius ſoliditas ſit deprehenſa cuborum 14.7'. Heic cubi vnius menſuræ, 125, (vaſculum enim regulà cubimetrica noſtra Francofurtenſi dimenſum ſupponimus) diuiduntur per 14.7'.

Quotus docet, poculum datum octies, & præterea quinque decimas, ſeu dimidiam partem, paulloque amplius quid, vnius poculi in menſura contineri.

745
2 2 5.0.0. (pocula 8.5′.—mensuram æquantia.
2477
24
2 2.7.6 5
7 3.

14. Reductio menſurarum ſimplicium ad mẽſuras compoſitas proximas, & harum ad alias maiores, fit, diuiſione ſimplicium & compoſitarum minorum, per numerum compoſitarum proximarum.

Exempli gratia, Francofurti menſuræ ſimplices per 4 diuiſæ, exhibent Quartalia: hæc per 20 diuiſa, Ohmas: ohmæ per 6 diuiſæ, Veches. Vt, menſuræ 7461.6′. ſunt Veches 15. Ohmæ 3. Quartalia 5. Menſura 1.6′.

3 2 2
7 4 6(1.6′ 3
4 4 4 4 (Quartal. 186(5. (Ohm. 9(3(Veh. 15.
2 2 0 6 6

Item, menſuræ 2143.0′. ſunt Veh. 4. Ohmæ 2. Quartalia 15. Menſuræ 3.0′.

2 21 (2
214(3.0′.(Quartal. 53|5 (Ohm. 26(Veh. 4.
4 4 4 22|0 6

Vel, notæ vltimam integrorum antecedentes octonario diuiduntur, vnde Ohmæ prodeunt: quæ, ſenario diuiſæ, veches monſtrant: menſuræ tandem ohmis adhærentes, quadripartito ſectæ, quartalia exhibent: hoc modo:

22
Menſ. 746|1. 6′ 3
88| (93(Veh. 15. Ohm. 3.
4 66 Quart. 5. Menſ. 1.6′.
2

56 2
Menſ. 214|3 (26 (Veh. 4. Ohm. 2.
88| 6 Qrtl. 15. Menſ. 3.
44

Argen-

Argentorati, menſuræ ſimplices per 24 diuiſæ, Ohmas exhibent: ohmæ rurſus per 24 diuiſæ, Veches.

Similiter, mutatis mutandis, Tubingenſes, Lipſenſes, Halenſes, &c. menſuras ſuas ad Vrnas; vel ad Ohmas, Amphoras, & Veches, reducent.

CAPVT X.

De ſpeciali & compendiaria ſoliditatis reductione, ad menſuras ſimplices & compoſitas, Francofurti vſitatas: e numero 125 cuborum, menſuram metientium. Vbi canon reducendi ſoliditatem quartali minorem, ad menſuras, & menſuræ quadrantes.

NVmerus optatus 125 cuborum menſuram æquantium, reductionis compendium ſubminiſtrat Francofurtenſibus eximium. Qua de cauſſa numerum hunc ad ſectionem optatam regulæ noſtræ cubimetricæ ſupra capite 7. huius delegimus. Reductionis modus talis eſt. Inuenta ſoliditas virgulis in tres periodos diſtinguitur. Quarum prima duab. ad dextram figuris, cum adhærentibus ſcrupulis conſtat: altera, itidem duabus: tertia, reliquis figuris omnibus. Hæc tertia periodus, ohmas continens, (nam 10,000. cubi ohmam conſtituunt, ideoque ohmarum numerus in quinctam & ſequentes figuras incidit) ſenario diuiditur: quotus veches, reſiduum ohmas exhibet. Media periodus, quartalia habens, quinario diuiditur: (nam 500 cubi quartale faciunt: ideoque numerus quartalium in figuram tertiam & quartam incidit) quotus dat quartalia. Reſiduum mediæ periodi, & prima periodus ſimul, menſuras harumque quadrantes habent: quæ ex reductionis canone, in hunc finem confecto, petuntur. Si aggregatum illud præciſe in canone non exſtat: numerus cuborum vicinior, proxime minor aut maior, cum adſcripta capacitate, ſumitur. Canonis partes duæ ſunt: vna ſoliditatem habet trigeſimarum ſecundarum menſuræ partium, in pollicibus cubicis, horumque decimis: altera capacitatem, ſoliditati cuilibet congruam, in menſuræ quadrantibus, & quadrantum octonis partibus. Vulgo enim quadrantes menſuræ notiores ſunt decimis.

Exempli gratia: ſoliditas 932700.2′.4″, in tres periodos hoc modo diſtinguitur: 93|27|00.2′.4″. Vltima periodus habet 93 ohmas, quæ per 6 diuiſæ, exhibent vehes 15, & ohmas 3. Media periodus, 27, per 5 diuiſa, quotum habet quartalium 5. Prima periodus, cum reſiduo mediæ, nim. 200. 2′.4″, in tabella reductionis præciſe non reperitur: ſoliditas autem proxime minor, nim. cubi 199. 2′.1″, adſcriptam habet capacitatem menſuræ vnius, quadrantum duorum, cum tribus octauis. Capacitas ergo dati vaſis eſt Vehium 15, Ohmarum 3, Quartalium 5, Menſ. 1, quadrant. $2\frac{3}{8}$.

Soliditas

3 | (2|
9(3 | 2 7| 0 0. 2′. 4″.
6 6 | 5|

15. 3. 5. 1. $2\frac{3}{8}$.
V. Oh. Qr. M. quadrant.

Aliud exemplum. Soliditas 20024.0′. capacitatem habet ohmarum 2. & trium quartarum quadrantis menſuræ: hoc modo:

2| 00|24. 0′.

2. 0. 0. $0\frac{3}{4}$.
Ohm. Qrt. Menſ. quadr.

Tabellas

Tabella reductionis cuborum pollicarium, quartale non excedentium, ad menſuras, & menſuræ quadrantes.

Soliditas.		Capacitas.		Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.	Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.
3.	9.0.	0	0 [illegible]	101	5.6.	0	3 [illegible]/4
7.	8.1.	0	0 [illegible]	105	[illegible].6.	0	3 1/[illegible]
11.	[illegible].1.	0	0 [illegible]	109	3.[illegible].	0	3 1/2
15.	6.2.	0	[illegible]	113	2.8.	0	3 5/8
19.	5.3.	0	[illegible]	11[illegible]	1.8.	0	3 3/4
23.	4.3.	0	0 [illegible]	121	0.9.	0	3 7/8
27.	3.4.	0	[illegible]	125	0.0.	1	0.
31.	2.5.	0	1.	128	9.0.	1	0 1/8
35.	1.5.	0	1 [illegible]	132	8.1.	1	[illegible]
39.	0.6.	0	1 [illegible]/4	136	7.1.	1	0 [illegible]
42.	9.6.	0	1 [illegible]	14[illegible]	6.2.	1	[illegible]
46.	8.[illegible].	0	1 1/2	144	5.[illegible].	1	[illegible]
5[illegible].	7.8.	0	1 [illegible]	148	[illegible].[illegible].	1	0 [illegible]/4
54.	6.8.	0	1 [illegible]/4	152	[illegible].4.	1	0 [illegible]
5[illegible].	5.9.	0	1 7/8	156	2.[illegible].	1	1.
6[illegible].	5.5.	0	2.	160	1.5.	1	1 1/8
66	4.[illegible].	0	2 [illegible]/4	164	0.6.	1	1 1/4
7[illegible]	[illegible].1.	0	2 1/4	167	9.6.	1	1 3/8
74	2.1.	0	2 [illegible]/8	171	8.7.	1	1 1/2
78	1.2.	0	2 1/2	175	[illegible].8.	1	1 5/8
82	0.[illegible].	0	2 5/8	1[illegible]9	6.8.	1	1 3/4
85	9.3.	0	2 [illegible]/4	183	5.9.	1	1 7/8
89	8.4.	0	2 [illegible]/8	187	5.5.	1	2.
93	7.5.	0	3.	191	4.0.	1	2 1/8
97	6.5.	0	3 [illegible]	195	3.1.	1	2 1/4

Tabella reductionis cuborum pollicarium, quartale non excedentium.

Soliditas.		Capacitas.		Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.	Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.
199	2.1.	1	$2\frac{3}{8}$	304	6.8.	2	$1\frac{3}{4}$
203	1.2.	1	$2\frac{1}{2}$	308	5.9.	2	$1\frac{7}{8}$
207	0.3.	1	$2\frac{5}{8}$	312	5.5.	2	2.
210	9.3.	1	$2\frac{3}{4}$	316	4′.0″.	2	$2\frac{1}{8}$
214	8.4.	1	$2\frac{7}{8}$	320	3.1.	2	$2\frac{1}{4}$
218	7.5.	1	3.	324	2.1.	2	$2\frac{3}{8}$
222	6.5.	1	$3\frac{1}{8}$	328	1.2.	2	$2\frac{1}{2}$
226	5.6.	1	$3\frac{1}{4}$	332	0.3.	2	$2\frac{5}{8}$
230	4.6.	1	$3\frac{3}{8}$	335	9.3.	2	$2\frac{3}{4}$
234	3.7.	1	$3\frac{1}{2}$	339	8.4.	2	$2\frac{7}{8}$
238	2.8.	1	$3\frac{5}{8}$	343	7.5.	2	3.
242	1.8.	1	$3\frac{3}{4}$	347	6.5.	2	$3\frac{1}{8}$
246	0.9.	1	$3\frac{7}{8}$	351	5.6.	2	$3\frac{1}{4}$
250	0.0.	2	0.	355	4.6.	2	$3\frac{3}{8}$
253	9′.0″.	2	$0\frac{1}{8}$	359	3.7.	2	$3\frac{1}{2}$
257	8.1.	2	$0\frac{1}{4}$	363	2.8.	2	$3\frac{5}{8}$
261	7.1.	2	$0\frac{3}{8}$	367	1.8.	2	$3\frac{3}{4}$
265	6.2.	2	$0\frac{1}{2}$	371	0.9.	2	$3\frac{7}{8}$
269	5.3.	2	$0\frac{5}{8}$	375	0.0.	3	0.
273	4.3.	2	$0\frac{3}{4}$	378	9′.0″.	3	$0\frac{1}{8}$
277	3.4.	2	$0\frac{7}{8}$	382	8.1.	3	$0\frac{1}{4}$
281	2.5.	2	1.	386	7.1.	3	$0\frac{3}{8}$
285	1.5.	2	$1\frac{1}{8}$	390	6.2.	3	$0\frac{1}{2}$
289	0.6.	2	$1\frac{1}{4}$	394	5.3.	3	$0\frac{5}{8}$
292	9.6.	2	$1\frac{3}{8}$	398	4.3.	3	$0\frac{3}{4}$
296	8.7.	2	$1\frac{1}{2}$	402	3.4.	3	$0\frac{7}{8}$
300	7.8.	2.	$1\frac{5}{8}$	406	2.5.	3	1.

ad menſuras, & menſuræ quadrantes.

Soliditas.		Capacitas.		Soliditas.		Capacitas.	
Cubi.	Scrup.	Menſ.	quad.	Cubi.	Scrup.	Méſ.	quad.
410	[illegible]. 5.	3	1 1/8	457	0. 3.	3	2 5/8
414	0. 6.	3	1 1/4	46[illegible]	9. 3.	3	2 3/4
417	9. 6.	3	1 3/8	464	8. 4.	3	2 7/8
421	8. 7.	3	1 1/2	468	7. 5.	3	3.
425	7. 8.	3	1 5/8	472	6. 5.	3	3 1/8
429	6. 8.	3	1 3/4	476	5. 6.	3	3 1/4
433	5. 9.	3	1 7/8	480	4. 6.	3	3 3/8
437	5. 5.	3	2.	484	3. 7.	3	3 1/2
441	4. 0.	3	2 1/8	488	2. 8.	3	3 5/8
445	3. 1.	3	2 1/4	492	1. 8.	3	3 3/4
449	2. 1.	3	2 3/8	496	0. 9.	3	3 7/8
453	1. 2.	3	2 1/2	500	0. 0.	4	0.

CAPVT XI.

De Trianguli directione geodætica.

SIc vaſorum actu rectangulorum ſoliditas & quæritur, & inuenta ad menſuras reducitur. Vaſa autem actu non rectangula prius dirigenda: directa enim geodæſiam, quæ tradita iam eſt, ſubeunt.

Vaſa quædam vndiquaq; rectangula ſunt, vt cubica, vel oblonga; quæ hedris oppoſitis conſtant æqualibus, ſimilibus, & parallelis: quædam rectangula ſaltem vnica baſi; vt pyramis baſi quadrangula rectangula; aut altitudine ſola, vt priſma rectum, baſi obliquangula.

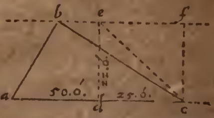
Si ergo vaſis alicuius non vndiquaque rectanguli ſoliditas & capacitas quæratur: dirigendum id eſt, ſeu conſtituendum aliud vas rectangulum, cubicum, vel oblongum, dato non rectangulo æquale: vt deinceps particulatim docebitur. Deinde vaſis huius rectanguli latera, ſtereometrica regula examinanda: ſoliditas laterum multiplicatione inquirenda: & cubi inuenti ad menſuras reducendi: eo plane, qui iam ante expoſitus eſt, modo.

2. *Directio illa εὔθωσις, eſt dati vaſis conformatio rectangula: ſolidi latera, nimirum longitudinem, latitudinem, & altitudinem, ſub forma parallelepipedi rectanguli, diſtinctim exhibens.*
3. *Directio eſt Baſios, & Altitudinis.*
4. *Baſios directio ad dati ſolidi baſin, vel ſuperficiem baſin repræſentantem, latera parallelogrammi rectanguli æqualis conſtituit: ſicque longitudinem & latitudinem ſolidi rectanguli quæſiti exhibet.*
5. *Longitudo, latus maius eſt: latitudo, minus, vel æquale.*

Pyramidi & cono, baſis vna eſt: priſmati & cylindro duæ ex oppoſito parallelæ & æquales: ſphæræ, pro baſi eſt ſphæricum.

6. *Baſis Plana eſt, vel Globoſa.*
7. *Plana, Rectilinea, vel Obliquilinea.*
8. *Rectilinea, Triangula, vel Triangulata.*
9. *Trianguli directio eſt altitudo, baſiſque dimidium: quorum maius longitudo eſt ſolidi rectanguli æqualis: minus, vel æquale, latitudo.*

Baſis trianguli quoduis latus eſſe poteſt. Altitudo vero eſt perpendicularis a vertice, ſeu angulo baſi oppoſito, ad baſin. Quoniam igitur (vt propoſitione 41 lib. 1 demonſtrat Eucleides) parallelogrammum cum triangulo eandem baſin habens, inque iiſdem parallelis exiſtens, duplum eſt trianguli: ſequitur quoque, parallelogrammum in iiſdem exſiſtens parallelis cum triangulo, baſi ſubdupla; ipſi triangulo æquale eſſe. Ex hoc theoremate conſtructio perfacilis deducitur laterum parallelogrammi, quod dato triangulo ſit æquale. Datum enim triangulum parallelis includatur: baſis bifariam ſecetur: tandem perpendicularis a baſis ſectione erigatur, ad parallelam per trianguli verticem ductam: eritque parallelogrammum rectangulum, lateribus illis comprehēſum, dato triangulo æquale. Vt, in diagrammate adiecto: datur triangulum a b c: quæritur huic æquale quadrangulum rectangulum. Propoſitum igitur triangulum parallelis b f, & a c, includo; baſin a c infinite continuando; & per trianguli verticem b, rectam infinitam b f, ad baſin a c parallelam, ducendo. Deinde baſin a c, pollicum 50. 0′, in duas æquales partes ſeco, in d. Tandem e ſ[illegible] ne d,



ne d, erigo perpendicularem d e, occurrentem rectæ b f, per verticem ductæ, in e: quæ perpendicularis altitudini trianguli dati eſt æqualis; cum ambæ intra eaſdem parallelas ad angulos rectos ſint conſtitutæ. Dico itaque, parallelogrammum, lateribus d e & d c comprehenſum, triangulo a b c eſſe æquale. Eſt autem altitudo dati trianguli pollicum 22.0, repræſentans rectanguli latitudinem: & baſis dimidium poll. 25.0', eiuſdem longitudinē exhibens: quibus, per element. 5, cap. 8. huius opuſculi, inuicem multiplicatis, emergit area plana, & parallelogrammi rectanguli inuenti, & dati trianguli, pollicum quadratorum 550.

Longitudo	2 5.
Latitudo	2 2.
	5 0
	5 0
Area	5 5 0.

Eandem hanc conſtructionem problematice Eucleides docet, propoſitione 42 libri 1. Sit enim dato triangulo a b c conſtruendum æquale parallelogrammum, in dato angulo recto. Diuidatur baſis trianguli a c bifariam in d: & in ſectionem d cadat perpendicularis e d, altitudini dati trianguli æqualis, angulum datum rectum e d c conſtituens. Ducatur item per b & e parallela baſi, infinita, b f. Rurſus per a vel c ducatur ipſi e d parallela c f, occurrens rectæ b f in f. Eritque in angulo recto c d e conſtitutum parallelogrammum c d e f: quod dico eſſe æquale triangulo a b c. Ducta enim recta e c: quoniam parallelogrammum c d e f duplum eſt trianguli e c d, (nam eandem baſin habent, & in iiſdem ſunt parallelis: prop. 41 lib. 1. Eucleidis) & triangulum b a c duplum eiuſdem trianguli e c d; (nam a que alta triangula ſunt vt baſes: prop. 1. lib. 6. Eucl.) erunt parallelogrammum c d e f, & triangulum a b c, æqualia inter ſe: (quæ enim eiuſdem duplicia ſunt, inter ſe ſunt æqualia: e 6 axiomate lib. 1. Eucl.) Quare dato triangulo æquale parallelogrammum conſtituimus in dato angulo recto. Quod erat faciendum.

Aliud exemplum.

Quæritur planities trianguli, cuius altitudo 32.4'. & baſis 47.3'. Dimidium baſis, ſeu latitudo 23.6'½, ſiue 23.6'.5'', per altitudinem dati trianguli, ſeu longitudinem rectanguli quæſiti 32, 4', ſuppeditat aream planam 766.2'.6''.

Baſis dimidia 23.6'.5".
altitudo 32.4'.

9460
4730
7095

766.2'.6".0"'.

Vel ſic:

Altitudo 32.4'.
baſis dim. 23.6' ½

162
1944
972
648

766.2'.6".

Vel dimidium altitudinis (huius enim biſectio magis expedita in exemplo propoſito, quia altitudinis quantitas pari numero, baſios impari, definitur) per integram baſin multiplicatur: vnde eadē ſurgit planities: vt heic:

Baſis vniuerſa 47.3'.
altit. dimid. 16.2'.

946
2838
473

Area 766.2'.6".

Exemplum aliud. Triangulum eſto, cuius altitudo 63.7': baſis 42.1'. Quæritur area. Heic baſios dimidium 21.0' ½ ſeu 21.0'.5", per altitudinem 63.7', facit planitiem poll. 1340.8'.8".5"'. Eadem quoque planities prodit, ſi tota baſis per totam altitudinem multiplicetur, factuſque biſecetur: vti heic videre eſt.

Baſis dimidia 21.0'.5".
altitudo 63.7'.

14735
6315
12630

Area 1340.8'.8".5"'.

Baſis integra 42.1'.
altit. integra 63.7'.

2947
1263
2526

21
268177
222222 (1340.8'.8" ½

CAPVT

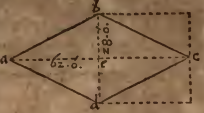
CAPVT XII.

De geodæſia Triangulati cuiuſuis: rhombi, rhomboeidis, trapezii, multanguli.

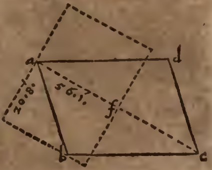
Triangulati directio, eſt directio componentium triangulorum.

Triangulatum per partes dirigendum eſt. Diuidendum enim in triangula. Hæc ſingula dirigenda. Plani tandem ſigillatim inuenti, & compoſiti, area erunt plana dati triangulati.

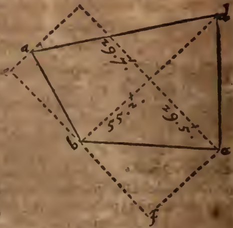
Rhombi exemplum. Eſto rhombi a b c d inquirenda planities. Diuiditur rhombus in duo triangula, a b c, & a d c: quorũ baſis communis a c pollicum 62.0': altitudo e b, item e d, pollicum 14.0'. Dimidia ergo baſis, nim. 31.0', per altitudinem 14.0', exhibet planitiem 434.0': quæ duplicata (cum triangula data ſint æqualia) eſt rhombi dati planities, nim. 868.0'. Vel diuiditur rhombus a b c d in duo triãgula, b d a, & b d c: quorum communis baſis b d, pollic. 28.0': altitudo e a, item e c, pollic. 31.0'. Dimidia ergo baſis 14.0', per altitudinem 31.0', exhibet planitiẽ 434.0': quæ duplicata, facit rhombi planitiem 868.0'. Aut altitudo 14.0', multiplicatur per totam baſin 62.0': (quia triangula ſunt æqualia.) proditque vtriuſq; trianguli, ſeu totius rhombi dati planities 868.0'.



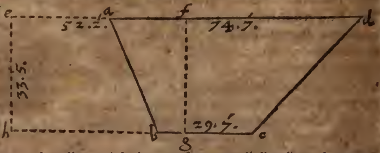
Rhomboeidis exemplum. Quæritur area rhomboeidis a b c d. Diuiditur hoc in duo triãgula a c b, & a c d: quorum baſis communis a c, pollicũ 56.1': altitudo a e, pollic. 20.8'. Dimidia baſis, nim. 28.0'.5", per altitudinem 20.8', exhibet planitiem 583.4'.4": quæ duplicata, (quia triangula ſunt æqualia) rhomboeidis dati planities eſt: nim. 1166.8'.8".



Trapezii exemplum: Trapeziũ a b c d, diuiditur in duo triangula b d a, & b d c: quorum baſis communis b d, pollicum 55.5': altitudo primi, e b, poll. 29.7': altitudo ſecundi, b f, poll. 29.5'. Dimidia baſis, nimirum 27.6', per altitudinem primi trianguli 29.7', facit aream 819.7'.2''. Eadem baſis dimidia per altitudinem alterius trianguli 29.5', facit planitiem 814.2'. Planities vtraq; addita, cõſtituit areã dati trapezii, poll. 1633.9'.2''.

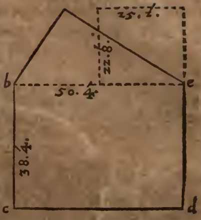


Sed trapezium, cuius duo latera oppoſita parallela ſunt, directionis habet compendium, in laterum illorum exæquatione, ac perpendiculari connexione. Latera enim parallela coniũcta biſecantur: ſegmenta loco ſuo exaduerſum reponuntur: perpendiculari vtrinque nectũtur: & expedita eſt directio. Exempli loco eſto trapezium a b c d: cuius maius latus, a d, poll. 74.7'. huic oppoſitum parallelum latus, b c, poll. 29.7'. Ad inueniendum ergo aream huius trapezii, latera parallela 74.7', & 29.7', componuntur, vt fiat latus d a e, pollicum 104.4'. Hoc latus biſecatur in f: & dimidium f d, obiicitur dimidio f e: vt oriantur latera parallela æqualia f e, & g h, pollicum 52.2'. Hæc latera perpendicularibus f g, & e h, pollicũ 33.6' annectuntur. Tandē latus inuentum perpendiculari multiplicatur, nimirũ 52.2', per 33.6'. & prodit area dati trapezii poll. 1753.9'.2''.



Multanguli inordinati exemplum. Eſto quinquangulum, a b c d e: cui latera non omnia æqualia. Quia igitur latera b c, & c d, ſunt æqualia, parallela,

lela,& ad latus c d recta: ſit catur propoſitum multangulum, in quadrangulũ rectangulum b c d e, & in triangulum a b e. Quadranguli lõgitudo 50.4′, per latitudinem 38.4′, aream facit pollicũ 1935.3′.6″. Trianguli vero a b e dimidia baſis 25.2′, per altitudinem 22.8′, exhibet aream poll. 574.5′.6″. Tandẽ area vtraq; compoſita, eſt dati multanguli area, poll. 2509.9′.2″.



Eſto aliud multangulum inordinatum a b c d e. Hoc diuiditur in triangula tria; a b c, & a c d, atq; a d e. Primi altitudo 14.2′. per baſin dimidiam 35.0′. exhibet planum poll. 497.0′. Secũdi altitudo 44.0′, per baſin dimidiã 45.1′, facit planũ 1984.4′. Tertii altitudo 36.0′. per baſin dimidiam 45.1′. facit planum 1623.6′. Tandem tres plani additi, conſtituunt aream dati multanguli, nimirum pollic. 4105.0′.



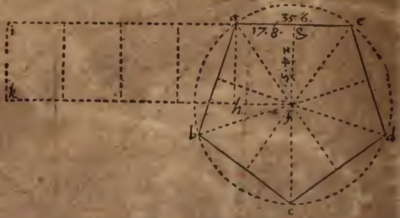
CAPUT XIII.

De compendiaria multanguli ordinati geodæſia. Vbi eius dato radio, lateris & perpendicularis inuentio docetur.

SIc omne triangulatum multangulum e ſuis triangulis menſuram capit.

2. Compendium vero eſt in multangulo ordinato, ex adſcriptione circuli & rectilinei: nam perpendicularis a centro in latus, & dimidium perimetri, directionem abſoluunt: illa quippe ſolidi rectanguli æqualis latitudo eſt, iſtud longitudo.

Vaſa liquori continendo deſtinata, plurima occurrunt multanguli ordinati, circulo inſcripti, figura: quinquangula ſcilicet, ſexangula, ſeptangula, decangula, centangula &c. Quæ diſtingui poſſunt triangulis inæqualibus, vel æqualibus. Si inæqualibus diſtinguantur, ab angulo ad angulum ducendo lineam: areæ ſingulorum compoſitæ, vt modo docuimus, totius mul-



tanguli aream exhibebunt. Sectio autem in triangula æqualia, compendium habet: nam vnius trianguli inuenta area, numero omnium triangulorum multiplicatur: vel (quod idem eſt,) altitudo vnius, per dimidiam partẽ ſimul ſumtarum baſium, ſiue per dimidiatam perimetrum augetur: ſicque multanguli dati planities vniuerſe & ſimul diſcitur.

Porro multanguli ordinati in triangula æqualia partitio, fit angulorum biſectione ſingulorum, per prop. 9. lib. 1. Eucleidis. Sic enim conſtructa

triangula æqualia ſunt, & angulis ad baſim, ſeu in perimetro, & in centro angulis: quia æqualibus periphereiis inſiſtunt: e prop. 27 lib. 3. Eucl.

Tali ſectione multanguli, figuræ centrum innoteſcit, in concurſu biſſecantium: & radius, e centro ad angulum: perpendicularis item a centro in latus, quæ altitudinem cuiuſlibet triangulorum manifeſtat.

Licet vero mechanici regula ſtereometrica tum radium, tum latus, & perpendicularē dimetiri queant: multo tamen accuratius radii ſolius quantitate regula explorata, latus, ex adſcriptione circuli, ope canonis ſinuum depromitur: tumque, noto multanguli latere & radio, per trianguli orthogonii proprietatem, perpendicularis etiam eruitur. Latus enim ordinati multanguli eſt ſubtenſa arcus proportionati: vt, quinquanguli latus, eſt ſubtenſa quinctę partis circumſcriptæ periphereiæ: ſexanguli, ſextę: centanguli centeſimæ, &c. Arcus igitur dimidiatus (nam integro in tabulis opus nō eſt,) in ſinuum canone ſinum exhibet: qui duplicatus ſubtenſa eſt arcus propoſiti, ſeu latus multanguli quæſitum. Porro perpendicularis, atque dimidiatum latus multanguli, rectum conſtituunt angulum, cuius hypoteinouſa eſt radius. Et quia in triāgulo orthogonio baſis ęque poteſt cruribus, per prop. 47. li. 1. Eucl. nota baſi, alteroq; crure, reliqui cruris inuentio prōta eſt. Quadratum enim dimidiati lateris ſeu vnius cruris, in dato multangulo, ſublatum e quadrato radii, ſeu hypoteinouſæ, relinquit quadratum perpendicularis, ſeu reliqui cruris, cuius radix ipſa eſt perpendicularis.

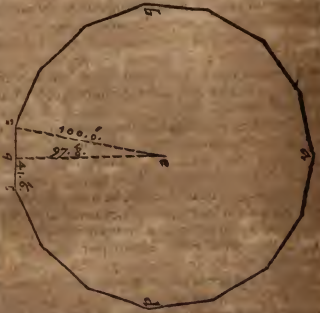
Lateris multanguli inuentio.

Perpendicularis inuētio.

Exempli gratia: eſto quindecangulum a b c d, cuius radius e c, ἐφαρμόσει regulę ſtereometricæ deprehēſus ſit part. 100,0′. Quęritur & lateris, & perpendicularis a cētro in latus quantitas? Latus c f, eſt ſubtenſa decimæquinctę partis circūſcriptæ periphereię: nimirum, ſubtenſa arcus graduum 24. ſi circulo 360, dentur gradus. Dimidiatus arcus, nim. 61.12. in tabula rectorum ſinuum Regiomontani exhibet ſinum 2079117: qui numerus ciuſmodi partes denotat, qualiū radius, vel ſemidiameter cōtinet 10,000,000. Sinus hic duplicatus monſtrat arcus propoſiti ſubtenſam, nim. 4158234. Et hæc ſubtenſa latus eſt inſcripti periphereiæ quindecanguli; radio videlicet exſiſtente partium 10,000,000. Quia vero radius datus ſaltem 100 eſt partium, verum latus ita inueſtigatur: Radius 10,000,000. partium, dat ſubtenſam 4158234: ergo radius 100 partiū, dabit ſubtenſam $41\frac{58234}{100000}$ ſeu 41,6′— quæ ſubtenſa latus eſt dati quindecanguli.

Perpendicularis autem e g ita indagatur. Quadratum dimidiati lateris

4,322,727,499, 689, ſublatũ e quadrato radii 100, 000, 000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 9 5 6 7 7 2 7 2 5 0 0 5 1 1: cuius radix 9781475 —— ipſa eſt perpendicularis, radio poſito partium 10, 000, 000. Quia vero radius datus ſaltem 100 eſt partium , vera perpendicularis proportionabiliter ita inquiritur. Radius 10,000,000, dat perpendicularem 9781475: ergo radius 100, dabit perpendicularẽ $97\frac{8147500}{10000000}$, ſeu 97.8′ —— Quæ ſchema ſequens ob oculos ponit.



Quoniam autem non ſolum latus baſios multanguli, dati cuiuſuis priſmatis excauati, regula facilius & citius explorari poteſt, quam radius a centro baſis vacuæ; ſed etiam triangulorum doctrina mechanicis vulgarib. fere ignota eſt; inſuperque geodæſia nõnunquam feſtina & extemporanea deſideratur: ob id latera hoc loco inſeremus circulo inſcriptorum aliquot rectilineorum, vna cum ſuis perpendicularibus; radio adſumto partium 10,000, 000, vt regula dimenſo multanguli latere, perpendicularis ſtatim, e nota proportione lateris & perpendicularis multanguli eiuſdem generis, ope regulæ aureæ, elici queat. Lateris enim atque perpendicularis quantitatem nouiſſe, ſatis eſt ſtereometræ, ad dati multanguli planitiem addiſcendum.

Arcus ergo inſcripti quinquanguli eſt Gr. 72: (nam quinquies additi 72 gradus, integrant periphereiam gradibus 360.) Dimidiatus hic arcus,

cus, nim. Gr. 36. exhibet ſinum 587785 2. qui duplicatus, dat ſubtenſam arcus Gr. 72. ſeu latus quinquanguli 1175570 4. Porro quadratum lateris dimidii 345491441339 04. ſubductum de radii quadrato 100, 000, 000, 000, 000. relinquit quadratum perpendicularis 65, 450, 855, 866, 096. cuius radix 809017 0 —+— ipſa eſt perpendicularis.

Sexanguli inſcripti arcus eſt Graduum 60. Dimidiatus arcus Gr. 30. exhibet ſinum 5, 000, 000. qui duplicatus, eſt latus ſexanguli, coincidens cum radio, nim. 10, 000, 000. Iam, quadratum dimidiati lateris 25, 000, 000, 000, 000. detractum quadrato radii 100, 000, 000, 000, 000. relinquit perpendicularis quadratum 75, 000, 000, 000, 000. cuius radix 8660254 —+— ipſa eſt perpendicularis.

Septanguli inſcripti arcus eſt Graduum $51\frac{3}{7}$, ſeu Gr. 51. 25′. 43″. Dimidiatus Gr. 25. 42′, 51″. —+— dat ſinũ 4338818. —+— qui duplicatus eſt latus ſeptãguli 8677637. Ampli⁹, quadratũ lateris dimidii 188253416371 24. demtum e radii quadrato 100, 000, 000, 000, 000, relinquit perpendicularis quadratum 81174658362876. cuius radix ipſa eſt perpendicularis, videlicet 9009698 —+—.

Octanguli inſcripti arcus eſt Graduum 45. Dimidiatus arcus Gr. 22. 30′. exhibet ſinum 382683 4. qui duplicatus eſt latus octãguli 7, 653, 668. Porro, quadratum dimidii lateris 14, 644, 658, 463, 556. ſubtractum de radii quadrato 100, 000, 000, 000, 000. relinquit perpẽdicularis quadratum 85, 355, 341, 536, 444. cuius radix dati octanguli eſt perpendicularis; nimirum 9, 238, 795. —+—

Nonanguli inſcripti arcus eſt Graduum 40. Dimidiat⁹ arcus Gr. 20. exhibet ſinum 3, 420, 201. qui duplicatus 684 402. eſt latus nonanguli. Porro dimidii lateris quadratum 11, 697, 774, 880, 401. ſubductum e radii quadrato 100, 000, 000, 000, 000. relinquit perpendicularis quadratum 88, 302, 225, 119, 599, cuius radix dati nonanguli eſt perpendicularis, nimirum 9396926 —+—

Decanguli inſcripti arcus eſt Graduum 36. Dimidiatus arcus Gr. 18. dat ſinum 3090170. qui duplicatus 6180340, eſt latus decanguli. Porro dimidii lateris quadratum 95, 489, 559, 481, 900. ſubtractum e radii quadrato 100, 000, 000, 000, 000, relinquit perpendicularis quadratum 904508493711 00. cuius radix 9510565 —+— dati decanguli eſt perpendicularis.

Vndecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 32. 43′. 38″—+—Dimidiatus arcus Gr. 16. 21′. 49″. dat ſinum 2817321.—+—qui duplicatus 5634642. eſt latus vndecanguli. Hinc dimidii lateris quadratũ 7,937,297,617,041. ſubductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratũ 92,062,702,382,959. cuius radix 9594931—+—dati vndecanguli eſt perpendicularis.

Duodecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 30. Dimidiatus arcus Gr. 15. dat ſinum 2,588,190. qui duplicatus 5,176,380. eſt latus duodecanguli. Porro dimidii lateris quadratum 6,698,727,476,100. ſubtractum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpẽdicularis quadratum 93,301,272,523,900. cuius radix 9659258—+—dati duodecanguli eſt perpendicularis.

Tredecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 27. 41′. 32″.—+—Dimidiatus arcus Gr. 13. 50′. 46″. dat ſinum 2393149. qui duplicatus 4786298. eſt latus tredecãguli. Porro dimidii lateris quadratum 5,727,162,136,201. ſubductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum 94,272,837,863,799. cuius radix 9709420—+—dati tredecanguli eſt perpendicularis.

Quatuordecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 25. 42′. 51″. Dimimidiatus arcus Gr. 12. 51′. 25″. dat ſinũ 2125175. qui duplicat9 4450350. eſt lat9 quatuordecãguli. Porro dimidii lateris quadratũ 4951403780625. ſubductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpẽdicularis quadratum 95,048,596,219,375. cuius radix 9749286—+— dati quatuordecanguli eſt perpendicularis.

Quindecanguli inſcripti arcus, eſt Graduum 24. Dimidiatus hic arcus Gr. 12. dat ſinum 2079117. qui duplicatus 4158234. eſt latus quindecanguli. Hinc quadratum dimidii lateris 4322727499689. ſubductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 95,677,272,500,311. cuius radix 9781475—+—dati quindecanguli eſt perpendicularis.

Sedecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 22. 30′. Dimidiatus arcus Gr. 11. 15′. dat ſinum 1950903. qui duplicatus 3901806. eſt latus ſedecãguli. Porro quadratum dimidii lateris 3,806,022,515,409. detractum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpẽdicularis 96193977484591. cuius radix 9807852—+—dati ſedecanguli eſt perpendicularis.

Septen-

Septendecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 21.10′.35″. Dimidiatus arcus Gr. 10.35′.18″—dat ſinum 1837511. qui duplicatus 3675022. eſt latus ſeptēdecanguli. Porro quadratū dimidii lateris 3,376,446,675,121. deductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 96,623,553,324,879. cuius radix 9829728—+— dati ſeptem decanguli eſt perpendicularis.

Octodecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 20. Dimidiatus arcus Gr. 10. dat ſinum 1736482. qui duplicatus 3472964. eſt latus octodecanguli. Porro quadratum dimidii lateris 3,015,569,736,324. deductum e radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 96,984,630,263,676. cuius radix 9848077—+— dati octodecanguli eſt perpendicularis.

Nouendecanguli inſcripti arcus eſt Graduum 18.56′.50″. Dimidiatus arcus Gr. 9.28′.25″. dat ſinum 1645933. qui duplicatus 3291866. eſt latus nouēdecanguli. Hinc quadratū dimidii lateris 2,709,095,440,489. detractum radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 97290904559511. cuius radix 9863615—+— dati nouendecanguli eſt perpendicularis.

Vigintanguli inſcripti arcus eſt Graduum 18. Dimidiatus arcus Gr. 9. dat ſinum 1564345. qui duplicatus 3128690. eſt latus vigintanguli. Hinc quadratum dimidii lateris 2447175279025. ſubtractum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 97552824720975. cuius radix 9876883—+— dati vigintanguli eſt perpēdicularis.

Centanguli inſcripti arcus eſt Graduum 3.36′. Dimidiatus arcus Grad. 1.48′. exhibet ſinum 314,108. qui duplicatus 628216. eſt latus centanguli. Porro quadratum dimidii lateris 98,663,835,664. ſubductum de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit quadratum perpendicularis 99,901,336,164,336. cuius radix eſt perpendicularis dati centanguli, nimirum 9,995,065—+—

Millanguli inſcripti arcus eſt Grad. 0.21′.36″. Dimidiatus arcus Grad. 0.10′.48″. dat ſinum 31415. qui duplicatus 62830. eſt latus millanguli. Porro dimidii lateris quadratum 986902225. ſubductū de radii quadrato 100,000,000,000,000. relinquit perpendicularis quadratum. 99999013097775. cuius radix 9999950—+— eſt perpendicularis dati millanguli.

Breuiter autem multangulorum allatorũ lateris & perpendicularis proportiones ita habent, radio adſumto partium 100,000.

Si quinquanguli latus eſt 117557. perpendicularis eſt 80902—
Si ſexanguli latus 100000, perpendicularis 86603—
Si ſeptanguli latus 86776, perpendicularis 90097—+—
Si octanguli latus 76537, perpendicularis 92388—
Si nonanguli latus 68404, perpendicularis 93969—+—
Si decanguli latus 61803, perpendicularis 95106—
Si vndecanguli latus 56345, perpendicularis 95949—+—
Si duodecanguli latus 51764, perpendicularis 96593—
Si tredecanguli latus 47863, perpendicularis 97094—+—
Si quatuordecanguli latus 44503, perpendicularis 97493—
Si quindecanguli latus 41582, perpendicularis 97815—
Si ſedecanguli latus 39018, perpendicularis 98078—+—
Si ſeptendecanguli latus 36750, perpendicularis 98297—+—
Si octodecanguli latus 34730, perpendicularis 98481—+—
Si nouendecanguli latus 32919, perpendicularis 98636—+—
Si vigintanguli latus 31287. perpendicularis 98769—

Hæ multanguli ſpecies fere ſunt præcipuæ, quæ occurrere ſolent: vna cum ſuis & lateribus, & perpendicularibus. Vnde, dato cuiuſuis multanguli latere, perpendicularem eius per regulæ aureæ inueſtigare facillimum eſt. Vt enim latus cuiuſuis traditorum quoduis ad ſuam perpendicularem: ita latus datum multanguli homogenei ad ſuam perpendicularẽ ignotam. *Exempli gratia*: propoſito nonangulo, latereq; dato 24.3′, perpendicularis ita inueſtigabitur: Si in nonangulo, latere exſiſtente 68404, perpendicularis eſt 93969—+— ergo latere 24.3′ exſiſtente, perpendicularis erit 33.4′—

Exemplum geodeſiæ Quinquanguli.

Eſto quinquangulum a b c d e: diuidendum in triangula æqualia, rectis e quouis angulo ad centrum f ductis: vt fiant quinque triangula a e f: e d f: d c f: c b f: b a f. Latus quinquanguli, regula cubimetrica exploratum, eſt 35.6′. Perpẽdicularem, aureus proportionũ canon ita cõcludit: in quinquangulo, latus 117557, perpendicularem habet 80902: ergo latus 35.6′, perpendicularem habet 24.5′. Hinc iam vnius trianguli area inuenitur, altitudinem 24.5′, per baſis dimidium 17.8′ multiplicando: ſurgunt enim 436.1′ pollices quadrati.

Hæc

Hæc area numero omnium triangulorum multiplicatur, ſeu quinquies componitur: vnde dati quinquanguli area 2180.5′ producitur. Vel dimidium perimetri, ſeu baſium ſimul ſumtarum, per altitudinem vnius trianguli multiplicatur, vt 24.5: per 89.0′: hinc enim eadem area 2180.5′ elicitur. Porro in diagrammate apparet, triangulum a e f, æquari quadrangulo a g f h: quia, in iiſdem cum hoc parallelis exiſtens, baſin habet duplam, prop. 42. li. 1. Eucl. Ergo ſimiliter conſtat quinq; æqualibus triangulis dati pentagoni, æquale eſſe parallelogrammũ a h k i, quadrãguli a g f h quinctuplũ.

Sexanguli exemplum.

Eſto Sexangulum, cuius latus [illegible]0.3′ pollic. quæritur perpendicularis, & hinc di[illegible]o? Si ſexanguli latus eſt 100,000, perpendicularis eſt 86,60[illegible]2: ergo, ſi ſexanguli latus eſt [illegible], perpendicularis [illegible] 26.2′. Dimidium porro lateris [illegible], & a[illegible]lo 26.2′, æquale [illegible] parallelogrammum conſtituunt, nimirum [illegible]. Hoc quadrangulum [illegible] quia in ſexangulo ſex latera, [illegible] ſex triangula, producit 2381.5′.8″. aream [illegible] hexagoni. Vel, dimidium perimetri, per altitudinem [illegible] multiplicatur: vt 9[illegible]′, per 26.2′; emergit namque ſimiliter area 2381.5′.8″. Vel, tota perimeter [illegible]us 181.8′, per dimidiam altitudinem ducatur, [illegible] per 13.1: & prodit area 2381.5′.8″.

Septanguli exemplum.

Septanguli latus eſto 26.5 pollic. quæritur directio? Si, cum ſeptanguli latus eſt 86-84, tum perpendicularis eſt 90095: ergo, cum latus ſeptanguli eſt 26.5′, perpendicularis erit 27.3′ poll. Dimidium perimetri 92,0.5″, per altitudinem 27.3, dat aream ſeptanguli 2512.9′.6″ pollicum.

Octanguli exemplum.

Latus octanguli eſto 23.2. Cũ igitur latus octanguli 7653[illegible], habeat perpendicularem 92388: latus 23.2, habebit perpendicularem 28.[illegible]. Latus quater ſumtum, eſt dimidium perimetri, nimirum [illegible]2.8: hoc per altitudinem 28.[illegible] multiplicatum, aream facit octanguli propoſiti 2596.4 pollic.

Nonanguli exemplum.

Eſto nonanguli latus 2[illegible].7′. Si ergo latere nonanguli exiſtente 68404, perpendicularis eſt [illegible]: cum latus eſt 2[illegible].7′, perpendicularis erit 28.4′. Latus 20.7 per 4.5 multiplicatum, facit dimidium perimetrum 93.1′.5″: quæ per altitudinem 28.4 multiplicata, dat aream propoſiti nonanguli 2645.5′ pollic.

CAPVT XIV.

De Circuli geodæſia. Vbi etiam de Quadratura, ſeu tetragoniſmo.

Irectio rectilineæ ſuperficiei ita eſt.

2. Obliquilinea ſuperficies eſt circulus: cuius directio eſt radius, & periphereiæ dimidium: hoc enim ſolidi rectanguli æqualis longitudo eſt; ille, latitudo. Rectilineæ ſuperficiei hactenus tradita directio apodeictica eſt & accuratiſſima: quia cuilibet rectilineo, in triangulo reſoluto, æquale conſtitui poteſt rectangulum; tum oblongum, per prop. 42. lib. 1. tum quadratum, per prop. 14. l. 2. Circulo autem num æquale poſſit rectilineum efformari; multis iam ſeculis, tetragoniſmi nomine, diſceptatum eſt.

Quidam enim hunc ſimpliciter & natura impoſſibilem adfirmant. hacq; vtuntur ratione. Exæquatio ſpatii rectilinei & obliquilinei dependet a proportione lineæ rectæ ad obliquam. Sed nulla poteſt eſſe proportio lineæ rectæ ad obliquam. Ergo non eſt poſſibilis exæquatio ſpatii rectilinei & obliquilinei.

Propoſitionem confirmant: Quadratura (ſi eſſet) dependeret e proportione diametri ad periphereiam: cum ſecundum Quadratores, radius & ſemiperiphereia quadrangulum oblongum comprehendant: cui poſtmodum per prop. 14. l. 2. æquale quadratum conſtitui poteſt.

Aſſumtionem probant: Proportio eſt duarum magnitudinum eiuſdē generis mutua quædam ſecundum quātitatem habitudo; e def. 3. l. 5. Eucl. At linea recta & obliqua non ſunt eiuſdem proximi generis, ſed naturæ diuerſiſſimæ: illius omnes, etiam minimæ, partes, rectæ; huius omnes obliquæ: nec obliquæ lineæ vllo modo per applicationem & ἐφάρμοσιν ſenſibilem rectis lineīs geometrice ſeu accuratiſſime æquari poſſunt. Ergo lineę rectæ ad obliquam nulla eſt proportio.

Deinde ita concludunt: Spatia figurarum natura diſcrepantium, inter ſe conferri & exęquari nequeunt. Rectilinea & obliquilinea ſpatia, natura ſua differūt. Ergo rectilinea & obliqlinea ſpatia exęquari nō poſſunt.

Propoſitionem firmant. Ad arearum exęquationē requiritur vtrobiq; (nim. tam in figura data, quam in conſtruenda) certus laterum & angulorum poſitus: e lib. 1. & 2. elementorum Eucl. Figuræ natura diſcrepantes, rectilineæ quidem habent certum laterum & angulorum ſitum: circulares

autem

autem nec latera habent, nec angulos. Ergo figuræ natura diſcrepantes areis exæquari nequeunt.

Adſumtũ probant. Superficies rectilinea, lineis rectis terminatur: quę lineæ latera ſunt illius ſuperficiei, & communi ſua ſectione angulos conſtituunt. Circularis autem ſuperficies linea vna circulari terminatur, a centro vbiq; æqualiter diſtante, nec latera, nec angulos faciente. Hæc principia dictarum planitierum tam ſunt cõtrariæ naturæ, vt in ſe mutuo tranſire nequeant. Vnde etiam Eucleides, definita primum ſuperficie rectilinea, poſtea ſeorſim circulum definit.

Tertio ſic arguunt. Quemadmodum angulo ſemicirculi dari poteſt rectilineus maior & minor, non tamen æqualis: & angulo contactus dari poteſt rectilineus maior, non minor, neque æqualis, e prop. 16. l. 3. Eucl. item anguli ſegmentorum circuli dari poſſunt recto rectilineo maiores, & minores, non æquales: ita etiam areæ obliquilineæ dari poteſt area rectilinea maior & minor, non autem æqualis. Quoniam æqualitas affectio eſt eorũ, quæ ſunt eiuſdem generis & naturæ, vt inter ſe comparari queant.

His vero alii ſeſe opponunt: qui naturæ nequaquam repugnare, ſed conſentaneum eſſe adſerunt, omni ſpatio circulari aliud ſpatium rectilineum æquale eſſe poſſe. Quod ſic firmant. Quæcunque magnitudines inæquales rationem ad inuicem habent, natura æquari poſſunt. Linea recta & circularis, area item rectilinea & circularis, rationem ad inuicem habent. Ergo natura æquari poſſunt.

Propoſitio patet. Nam ratio eſt habitudo magnitudinum eiuſdem generis; qua vna maior vel minor altera, aut eidem æqualis dicitur; e def. 3. l. 5: ideoque in talibus magnitudinibus, addere minori, vel detrahere maiori licet, eo vſque donec vna alteri fiat æqualis: per 4 poſtulatum l. 1. Eucl.

Adſumtio probatur. Rationem habere inter ſe duæ magnitudines ſecũdum quantitatem comparatæ dicuntur; ſi primo ſint eiuſdem generis, vt duo numeri, duæ lineæ, duę ſuperficies, duo ſolida: e def. 3. l. 5. Eucl. Deinde, ſi ita ſint eiuſdem generis, vt multiplicatæ ſeſe mutuo ſuperent, exceſſu ſimilis naturæ, qui videlicet multiplicatus vtramq; magnitudinem ſuperare queat: e def. [illegible] l. 5 Eucl. monente etiam Petro Nonio in ſua Algebra, & Clauio ad prop. 8. l. 5. Eucl. Sic quadrati latus & diagonius dicuntur habere proportionem (licet irrationalem, quæ nullo poſſit numero exprimi) quia latus bis ſumtum, excedit diagonium. Sic periphereia & diameter ra-

tionem habent inter ſe aliquam: nam diameter quater multiplicata, circũferentiæ longitudinem (quod notum eſt) ſuperat: ſuntque diametri vt peripheriæ, ſecundum Pappum, theorem. 5. lib. 11. & theor. 26. l. 8. Ita area circularis & rectilinea rationem habent: quia multiplicatæ ſeſe ſuperare poſſunt. Item circuli ſunt vt a diametris quadrata, per prop. 2. l. 12. Si igitur vt Quadratum A ad Quadratum B, ita circulus C ad circulum D: erit etiam viciſſim, vt quadratum A ad circulum C, ita quadratum B ad circulum D. Nam ſi quatuor magnitudines proportionales fuerint, & viciſſim proportionales erunt: e prop. 16. l. 5.

Argumenta vero prioris opinionis ita hi diſſoluere conantur. Primo ſi [illegible] rectam & obliquam [illegible] eſſe diuerſiſſimæ, ratione ſitus ſuarum partium, concedunt: [illegible] ſuis æqualiter, illa inæqualiter ſit interiecta. Inter [illegible] rectam & obliquam in eo conuenire, quod vtraque ſit magnitudo [illegible] longa: & huius longitudinis reſpectu comparari eas poſſe, adſerunt: e def. 5. l. 1.

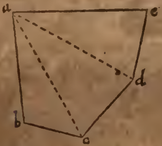
Præterea, directionem & obliquam vel rectæ & obliquæ [illegible], difficulter, nec [illegible], [illegible] poſſe; & in materia flexibili, vel [illegible], ob [illegible] & [illegible] impedimenta, longitudinem facile variari loquuntur. Immo licet diligens [illegible] rectæ ad circularem fiat applicatio: verum tamen [illegible] peripheriæ longitudinem, in [illegible] aliqua menſura, addi [illegible] poſſe [illegible], ſtatuunt: verum geometrica principia & media [illegible] aliis caſibus ſunt, de trianguli rectanguli [illegible] [illegible]: de comparatione & proportione laterum [illegible] c.

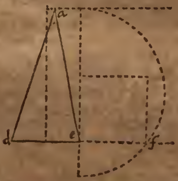
[illegible] argumentum eodem modo confutant, data enim recta & obliqua [illegible] & obliquiſſima proportione æqualitatem [illegible] hinc dari, inferunt. Ad propoſitionis autem [illegible] reſpondent: figurarum capacitatem [illegible] amplitudinem generatim iudicari e [illegible] & ſit [illegible] ſpectatur [illegible] in triangulo [illegible], e baſi & [illegible] circuli, e peripheria, quæ baſis [illegible], qui altitudinem repræſentat [illegible] lineæ, [illegible] perpendicularis a vertice figuræ ad baſin: in circulo [illegible] loco, circumferentia baſios: neque vlla linea circulo [illegible], perpendicularis eſt peripheriæ, niſi quæ per centrum agitur. Radius ergo [illegible]. Non eſt autem [illegible] rectilineorum [illegible], docetur; ad æquationem omnium figu-

rarum

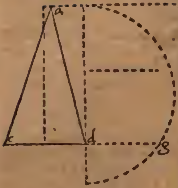
metum transferendum. In adſumtione, ſpatia rectilinea & obliquilinea, naturæ ille diuerſiſſimæ concedunt, ratione perimetri: ſed conuenire atque comparari dicunt in eo, quod ſint magnitudines planæ, longitudinis ac latitudinis participes: ideoque comprehenſa perimetris ſpatia eſſe proportionalia & natura æquari poſſe, e def. 5. l. 5. adſirmant. Nec enim vel lineas rectas & obliquas, vel ſpatia rectilinea & obliquilinea, tam eſſe pugnãtis naturæ, vt longitudinis aut amplitudinis nullã admittant æqualitatem. Nam (exempli & inſtantiæ cauſſa) circuli maioris quadrantem a b c, æqualem eſſe toti circulo a c b d, cui radius maioris illius a b ſit pro diametro: licet huius ſpatium circulare peripheria; illius rectilineum radio gemino, & peripheriæ quadrante, contineatur. Quinimmo, cuiuis rectilineæ figuræ cõ-



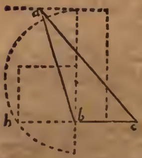


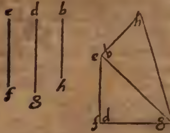


ſtitui poſſe æqualem obliquilineam lunularem. Exempli gratia: ſi Quinquangulo inordinato a b c d e, lunula æqualis ſit conſtituenda: primũ per prop. 14. l. 2. quinquangulo dato æquale quadratum ponitur. [Fit autem hoc, docente Clauio ad dictam propoſ. commodiſſime, ſi datũ quinquangulum

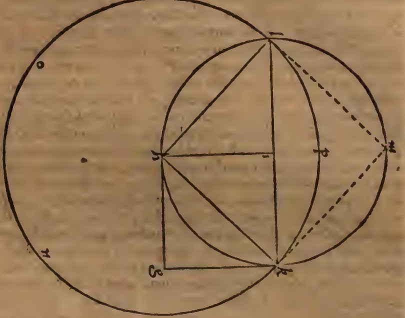


reſoluatur in triangula tria a d e, a c d, & a b c: hinc latus inueſtigetur quadrati, ſingulorũ triangulorum: conſtituendo ęquale oblongum; latera id comprehendentia, maius & minus, coniungendo; ad coniuncta latera ſemicirculum deſcribendo, baſin trianguli continuatam ſecantem: erit enim tunc baſis portio, ſemicirculo ſecta, latus quadrati dato triangulo æqualis: nim. e f, erit latus quadrati æqualis triangulo a d e: ſic etiam d g, & b h, latera erunt quadratorum, triangulis a c d, & a b c, æqualium. Latus autem quadrati, quod trium inuentorum laterum quadratis ſit æquale, inuenitur, ſi primum duo latera e f, & d g, perpendiculariter iungantur, & extrema laterum, recta e g connectantur, quæ latus eſt quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f, & d g. Deinde ſi inuento lateri e g, tertium latus b h, perpendiculariter iungatur, & extrema laterum recta h g connectantur: ipſa h g erit latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e g & b h. Quia vero e g eſt latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f & d g: iccirco h g erit ſimul latus quadrati, æqualis tribus quadratis laterum e f, & d g, & b h. Quadratũ ergo ad latus h g conſtitutum, nim. g h i k, dato quinquangulo erit æquale.] Porro ad inuenti quadrati diagonium h k, aliud quadratum, priori duplum, conſtituitur, nim. h k m l: quod diagonio k l rurſus diuiſum, duo exhibet triangula rectangula æquicrura, l h k, & l m k: quorum quodlibet dato quinquangulo eſt æquale. Iam alterutrius trianguli hypoteinouſa l i k, fit diameter, & ad eam circulus deſcribitur minor h k m l: crus itidem alterutrum radius fit, eoque circulus maior deſcribitur



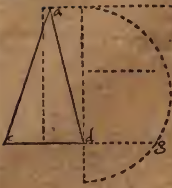


n k p

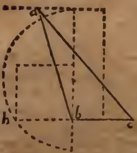


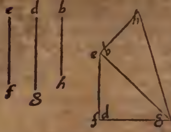
n k p l o. Lunula igitur l p k m, a maioris periphereiæ quadrante & minoris ſemiſſe efformata, triangulo l h k, item quadrato g h i k; & ſic etiam propoſito quinquangulo a b c d e, eſt æqualis. Maior enim circulus n k p l o, duplus eſt minoris h k m l: per prop. 3 1. l. 6, & prop. 2. lib. 12: ideoque ſemicirculus minor, k m l i, æqualis eſt quadranti maioris circuli k p l h. Dempta igitur area communi, l p k i, quæ a maioris circuli arcu ſeu quadrante l p k, & minoris diametro l i k, comprehenditur: relinquuntur vtrinque æquales portiones, lunula l p k m, & trigonum l h k.

Poſtremi argumenti ſimilitudo iiſdem, ob diſparem angulorum & arearum rationem, claudicare videtur. Angulis enim quibus crura ſunt heterogenea (quales ſunt anguli contactus, & ſegmentorum periphereiæ interni atq; externi) nec rectilineos nec obliquilineos angulos æquales dari poſſe; propter (vt loquuntur) oppoſitũ in adiecto Ad angulorum enim æqualitatem, æqualem ad inuicem crurum angulantium ſitum vel inclinationem, ad commune ſectionis, ſeu contactus punctum, requiri. Sed crura anguli

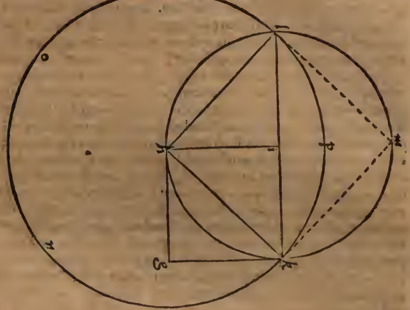


reſoluatur in triangula tria a d e, a c d, & a b c: hinc latus inueſtigetur quadrati, ſingulorũ triangulorum: conſtituendo æquale oblongum; latera id comprehendentia, maius & minus, coniungendo; ad coniuncta latera ſemicirculum deſcribendo, baſin trianguli continuatam ſecantem: erit enim tunc baſis portio, ſemicirculo ſecta, latus quadrati dato triangulo æqualis: nim. e f, erit latus quadrati æqualis triangulo a d e: ſic etiam d g, & b h, latera erunt quadratorum, triangulis a c d, & a b c, æqualium. Latus autem quadrati, quod trium inuentorum laterum quadratis ſit æquale, inuenitur, ſi primum duo latera e f, & d g, perpendiculariter iungantur, & extrema laterum, recta e g connectantur, quæ latus eſt quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f, & d g. Deinde ſi inuento lateri e g, tertium latus b h, perpendiculariter iungatur, & extrema laterum recta h g connectantur: ipſa h g erit latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e g & b h. Quia vero e g eſt latus quadrati æqualis duobus quadratis laterum e f & d g: iccirco h g erit ſimul latus quadrati, æqualis tribus quadratis laterum e f, & d g, & b h. Quadratũ ergo ad latus h g conſtitutum, nim. g h i k, dato quinquangulo erit æquale.] Porro ad inuenti quadrati diagonium h k, aliud quadratum, priori duplum, conſtituitur, nim. h k m l: quod diagonio k l rurſus diuiſum, duo exhibet triangula rectangula æquicrura, l h k, & l m k: quorum quodlibet dato quinquangulo eſt æquale. Iam alterutrius trianguli hypoteinouſa l i k, ſit diameter, & ad eam circulus deſcribitur minor h k m l: crus itidem alterutrum radius ſit, eoque circulus maior deſcribitur





n k p



n k p l o. Lunula igitur l p k m, a maioris peripheriæ quadrante & minoris ſemiſſe efformata, triangulo l h k, item quadrato g h i k; & ſic etiam propoſito quinquangulo a b c d e, eſt æqualis. Maior enim circulus n k p l o, duplus eſt minoris h k m l: per prop. 3 1. l. 6, & prop. 2. lib. 12: ideoque ſemicirculus minor, k m l i, æqualis eſt quadranti maioris circuli k p l h. Dēta igitur area communi, l p k i, quæ a maioris circuli arcu ſeu quadrante l p k, & minoris diametro l i k, comprehenditur: relinquuntur vtrinque æquales portiones, lunula l p k m, & trigonum l h k.

Poſtremi argumenti ſimilitudo iiſdem, ob diſparem angulorum & arearum rationem, claudicare videtur. Angulis enim quibus crura ſunt heterogenea (quales ſunt anguli contactus, & ſegmentorum peripheriæ interni atq; externi) nec rectilineos nec obliquilineos angulos æquales dari poſſe; propter (vt loquuntur) oppoſitū in adiecto. Ad angulorum enim æqualitatem, æqualem ad inuicem crurum angulantium ſitum vel inclinationem, ad commune ſectionis, ſeu contactus punctum, requiri. Sed crura anguli

rectiſinei, itemq; obliquilinei, non poſſe æqualem adinuicem obtinere ſitum, cruribus anguli miſtilinei; & viciſſim. Ergo angulo miſtilineo, nec obliquilineum, nec rectilineum poſſe æquari. Propoſitionem e definitione anguli deducunt. Adſumtum probant: rectas quippe angulum facientes, neque inuicem tam prope acclinare ſibi poſſe, quam rectam & conuexam: neque adeo declinando ſeſe refugere, ac rectam & concauam: per propoſ. 16. l. 3. Eucl. inde fieri, vt conuexa cum recta maiorem ſemper; concaua autem cum recta minorem conſtituat angulum, ſiue obtuſus is ſit, ſiue acutus, quam recta obliquæ illius loco æquabiliter poſitæ, hoc eſt, tangens, non ſecans obliquam. Recta obliquæ non quidem æqualiter, ſed tamen æquabiliter, ad idem punctum ſiſti poteſt. Non æqualiter: quia huius quælibet etiã minutiſſima pars obliqua, illius recta eſt. Æquabiliter; ſi vtrobique par inclinatio obliquæ; veluti contactu. Licet vero angulo miſticruro, recticrurus vel obliquicrurus non poſſit æquari: omni tamen rectilineo angulo, conſtitui poſſe obliquilineum lunularem æqualem, adfirmant, e Proclo ad 12. axiom. l. 1. Eucl. quod lunularium, æqualibus radiis deſcriptorum, crura, eandem prorſus cum duabus rectis anguli rectilinei adinuicem inclinationem habere poſſint: cum cauitas alterius cruris, reliqui conuexitatem compenſando exæquet. Non tamen contra, omnibus obliquilineis etiam rectilineos æquari poſſe: non enim ſyſtrocidibus, quia crus vtrumque rectarum inclinationem excedat: nec pelecoeidibus, quia crus vtrumque a rectarum inclinatione deficiat: ideoque heic defectum, ibi exceſſum geminari, non, vt in lunularibus, compenſari.

Hinc ſyllogiſmum aduerſariorum, ab angulis ad areas concludentem, ita conformant, & refellunt: Quarumcunque figurarum anguli tam diuerſæ ſunt naturæ, vt ſibi æquari inuicem nequeant: illarum ipſarũ quoq; figurarũ areæ ſibi æquari nequeunt. Sed obliquilinearũ & rectilinearum figurarum anguli, ſibi æquari nequeunt. Ergo neque areæ figurarum obliquilinearum & rectilinearum ſibi poſſunt æquari.

Propoſitionem negant, e prius demonſtratis. Circulum enim cui nullus ſit angulus, æquari tamen poſſe alterius circuli ſemiſſi, trienti, quadranti. Ita ſemicirculum, cui anguli miſtilinei, poſſe tamẽ æquari alterius circuli quadranti, cui anguli & miſtilinei, & rectilineus.

Adſumtionem quoque iam ante inſtantia confectam: lunulares enim angulos obliquilineos, rectilineis æquari poſſe.

Quare

Quare ſimile ab angulis ad areas, nihil concludere adfirmant. Nō enim angulos miſtilineos & obliquilineos quoſdam rectilineis æquari non poſſe, quod nulla rectæ ad obliquam ſit proportio: ſed quod inclinationem obliquarum, niſi hanc ſitus compenſet, rectæ lineæ minime adſequi valeant. Immo, ſicuti angulis rectilineis obliquilineos; & figuris rectilineis obliquilineas lunulares, æquari poſſe, demonſtrarunt: ita etiam circuli areæ natura reſpondere poſſe aream rectilineam, iudicant: quamuis hactenus rationibus & modiis geometricis eam docere & conſtruere nemo potuerit.

Equidem aliis dirimendam litem committo. Nihilominus, cum & anguli & figuræ lunulares, rectilineis æquari poſſint: pelecocides autem anguli (quibus circuli cauitas maxime adſinis videtur) rectilineis æquari nequeant: iſtuc propendeo, circulo æquale rectilineum natura eſſe non poſſe. Vt enim in angulis ſyſtrocidibus & pelecocidibus; ita etiā in periphereia nulla eſt curuaturæ compenſatio: quæ fere ſola angulorum & figurarum lunularium æquationem excuſare videtur.

Ex hactenus allatis manifeſtum eſt, directionem circuli abſolutiſſimam, ſeu geometricam, vel prorſus impoſſibilem, vel certe nondum exploratam eſſe. Quamuis enim eandem Mathematici quouis ſeculo nobiliſſimi peruestigare conati ſunt: præciſionem tamen attingere nequaquam potuerūt. Conatus autem in hoc problemate reliquorum omnium Archimedes ſuperauit: qui, cum periphereiæ ad diametrum proportionem veram per ſe & directa via indagari haud poſſe animaduerteret: propinquam ſaltem collatione maiorum & minorum (nim. multanguli ordinati 96 laterum, circumſcripti circulo & inſcripti) exquirere atque demonſtrare, ad opera mechanica ſatis eſſe iudicauit. Nam perimetrum dicti multanguli circumſcripti, inuenit triplam diametri, & præterea non plane ſeſquiſeptimam: ideoque periphereiam inſcripti circuli fore triplam; & adhuc paullo minorem, quam ſeſquiſeptimam, arguit: cum contenta periphereia inſcripti circuli, minor ſit continente perimetro nonagintaſexanguli. Contra, perimetrum multanguli inſcripti circulo, inuenit triplam, & plus quam ſuperdecupartientem ſeptuageſimas primas: ideoque periphereiam circumſcripti circuli eſſe triplam, & adhuc maiorem quam ſuperdecupartientem ſeptuageſimas primas, collegit: cum continens periphereia circumſcripti circuli maior ſit contenta perimetro nonagintaſexanguli. Hinc igitur Archimedes proximam circumferentiæ ad diametrum

rationem, ſenſibus aliquouſque ſatisfacientem, inter triplam ſeſquiſeptimam, & triplam ſuperpartientem decem ſeptuageſimas primas, conſiſtere, probauit. Et quia vltra triplam exceſſus paullo minor erat ſeſquiſeptima; longe autem maior ſeſquioctaua: ideo ſeſquiſeptimam ceu viciniorem, adſumſit.

Verumtamen circumferentiæ ad diametrum proportio accuratius etiã nonnihil indagari poteſt, collatione multanguli ordinati, circulo inſcripti, plurimorum laterum. Sicuti enim multangulum ordinatum perpendiculari & ſemiperimetro comprehenditur: ita circulus (qui veluti πελιγωνιο & ἰλιγωνια exſiſtit, ſeu totus angulus peripheriæ ſibiipſi vbique æqualis) radio & ſemicircumferentia continetur. Proinde in multangulo inſcripto plurimorum; & ob id minimorum laterum; cum inter perimetrum, & cõtinentem peripheriam ſenſu perceptibile ſpatium vix reperiatur: citra errorem perpendicularis inuenta pro circuli radio; & dimidium perimetri, pro ſemiperipheria ſumi; & harum proportiones ad areę circularis inuentionem accommodari poſſunt. Eſto igitur multangulum circulo inſcriptum, laterum 21,600: radioque poſito 10,000,000 partium; quæratur latus, perpendicularis, & ſemiperimeter? Arcus vnius lateris erit 1 ſcrupulum primum. Dimidiatus ergo arcus, nim. Gr. 0:0′. 30″. exhibebit ſinum 1,454 $\frac{1}{2}$: qui duplicatus dabit ſubtenſam, ſeu latus multanguli 2909. Porro quadratum ſinus ſeu dimidii lateris 2,115,570, ſubductum de radii quadrato 00,000,000,000,000. relinquet quadratum perpendicularis 99,999,997,884,430, cuius radix 9,999,999 —+— ipſa erit perpendicularis. Semiperimeter tandem huius multanguli (quod 216.0 eſt laterum: & quodlibet latus 2909 partium) erit 31,417,200 partium. Et ſic præciſe ſatis inuenta erit ratio ſemiperipheriæ ad radium: eadem nimirum, quæ ſemiperimetri propoſiti multanguli 31,417,200. ad perpendicularem eiuſdem multanguli 9,999,999 —+—. Eſt autem ratio hæc tripla ſuperpartiens $\frac{1574\,67}{1111111}$: minor ſcilicet quam 3 $\frac{10}{70}$. & maior quam 3 $\frac{10}{71}$: vti heic videre eſt:

1,1 0 2,2 6 9..1,111,111. || 11 1 8 0 1 5 7. 1111110.

$\frac{}{3.}\ \frac{1}{1}\ \frac{5}{1}\ \frac{7}{1}\ \frac{4}{1}\ \frac{6}{1}\ \frac{7}{1}$ ✕ $\frac{1}{7}$ || $\frac{1}{1}\ \frac{5}{1}\ \frac{7}{1}\ \frac{4}{1}\ \frac{6}{1}\ \frac{7}{1}$ ✕ $\frac{10}{71}$

7,7 7 7,777 || 78,888,881..

Ioſephus

Ioſephus Scaliger, periphereiæ ad diametrum rationem e quadratis vtriuſque trinatur: & quadratum ab ambitu circuli decuplum eſſe adſerit quadrati a diametro. Latera igitur denarii & vnit. tis (minimorum videlicet in dicta ratione quadratorum) proportionem quæſitam, (quæ Indorum etiam olim fuit ſententia) in minimis terminis exhibebunt, eam, quæ eſt 158, 113, 883. ad 50, 000, 000. nimirum triplam, ſuperpartientem $\frac{8113883}{50000000}$. Sed alucinari virum doctiſſimum, Archimedea cõuincit ἀπόδειξις. Si enim multãguli periphereiam continentis ambitus ad diametrum rationem habet $3\frac{1}{7}$. — neceſſe eſt periphereiam, multangulo illo cõtentam, minorem iam dicta rationem habere: e prop. 8. lib. 5. Eucl. nam inæqualium magnitudinum maior ad eandem, maiorem rationem habet, quam minor. Patet vero rationem 158, 113, 883. ad 50, 000, 000. non minorem, ſed multo tripla ſeſquiſeptima, imo etiam tripla ſuperquinctupartiente trigeſimas primas, maiorem eſſe, ideoq; proximam circumferẽtiæ ad diametrum proportionem neutiquam exprimere: Vt heic cernitur:

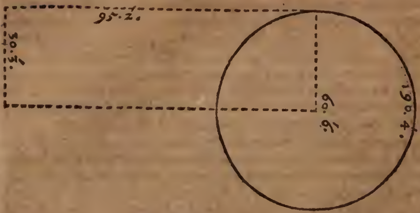
56797181. 50000000.	251530373. 250000000.
$\frac{8113883}{50000000}$ ✕ $\frac{1}{7}$	$\frac{8113883}{50000000}$ ✕ $\frac{5}{31}$
350,000,000.	1,550,000,000.

Retineatur ergo a mechanicis proportio tripla ſeſquiſeptima; vel tripla ſuperpartiens $\frac{1157467}{[illegible]}$: & hinc circuli directio inſtituatur. Quæ, licet perfectiſſima non ſit, adeo tamen ad metam prope accedit, vt figurarum ita directarum areas mechanicus accurato etiam inſtituto examine, inæquales vix deprehendere queat.

Hucuſque an circuli poſſit eſſe directio: & quod ea non geometrice, ſed mechanice, proxima qualicunque diametri ad circumferentiam nota proportione, inſtitui queat; explicatum eſt. Modus ſequitur ipſius directionis: qui eſt in radio & ſemiperipherеiæ, inuicem multiplicatis. Radius eſt diametri, regula ſtereometrica dimetiendæ numerandæque ſemiſſis. Periphereia autem, quia regulæ ἐφάρμοσιν vix admittit, diametro per rationem $3\frac{1}{7}$, vel $\frac{1157467}{[illegible]}$ ſupra inuentam multiplicata, facile elicitur, & biſecatur. Directio circuli mechanica.

Exempli gratia, eſto circulus, cuius diameter 60. 6′. Hæc per $3\frac{1}{7}$ id eſt $\frac{22}{7}$ multiplicata, exhibet circumferentiam 190 $\frac{32}{70}$ | $\frac{16}{35}$: & radius 30. 3′. per

R 3



ſemiperiphereiam $95\frac{26}{76}|\frac{8}{35}$ facit aream $2885\frac{298}{700}$, id eſt, 4′.2″.5‴.&c. Vel, accuratius & verius: diameter 60.6′. per $3\frac{157467}{1000000}$, id eſt, $\frac{3157467}{1000000}$, dat periphereiam $190\frac{411190}{1000000}$: & proinde radius 30.3′, per dimidiam circumferentiam $95\frac{215695}{1000000}$, facit aream $2884\frac{434448}{1000000}$, id eſt, 3′.8″.2‴.&c.

CAPVT XV.

De Canone cyclico, ad periphereiæ & areæ circularis expeditam inuentionem, conſtruendo.

Circularis planitiei inuentio non leue habet ſupputationis tædium, ob minutias integris adhærentes: ſi præſertim (quod nobis eſt propoſitum) accuratior illa & vere ſcrupuloſa periphereiæ ad dimetientem proportio, nimirum tripla ſuperpartiens $\frac{157467}{1000000}$, retineatur. Primum enim data quæuis diametrus, tum integro conſtans numero, tum miſto cum ſcrupulis, per $3\frac{157467}{1000000}$ multiplicanda, vt circumferentia prodeat. Deinde dimidium diametri, per inuenti ambitus circularis dimidiam partem multiplicandum: vt area plana eliciatur. Tandem area, in partibus $\frac{\quad}{10000000000}$ vel $\frac{\quad}{100000000000}$ inuenta, ad integra, parteſque decimas, tum primarias, tum ſecundarias, reducenda: vt poſtmodum in ſolidorum ſtereometria facilior ſit areæ per altitudinem multiplicatio.

Nos

Nos laborem hunc canone plani circularis leuare ſtuduimus: quem vltra cẽtum pollices, ſeu partes regulæ ſtereometricæ maiores extendimus: & cuilibet diametro peripherciam ſuam, itemque aream, pollicibus & horum denis ſcrupulis expreſſam, dextrorſum adſcripſimus: quo, poſcẽte vſu, data circuli diametro, circumferentia & planities ſtatim ſit in promtu, nec calculi moleſtia geodætes impediatur. Initium fecimus a diametro vnius ſcrupuli primi: huic diametros ſubiunximus ſcrupulorum duorum, trium, decem, centum, &c. hancq; ſeriem vltra mille diametri ſcrupula prima, ſeu centum pollices, continuauimus.

Vſus canonis talis eſt. Si, exempli gratia, offeratur circulus, cuius diameter ſit poll. 11.0′: canon noſter promit periphereiam pollicũ 34, & ſcrupulorum decimorum 5 primorum, 5 ſecundorum, 8 tertiorum, 9 quartorum, 2 quinctorum, 5 ſextorum. Præterea idem canon aream quoque dati circuli exhibet, pollicum quadratorum 95, & ſcrupulorum decimorum 5 ſecundorum, 7 tertiorum, 3 quinctorum, 9 ſextorum, 9 ſeptimorum.

Quod ſi offeratur circulus, cuius diameter ſit 37.9′: canon ſuppeditat periphereiam poll. 119.0′.7″.1‴.1⁗.9^{v}.9^{vi}: & aream poll. 1134.1′.6″.1‴.0⁗.3^{v}.3^{vi}.4^{vii}.

Notandum vero ſcrupula periphereiarum ad ſexta, & arearum ad ſeptima vſque eſſe deducta: in eorum gratiam, qui accurationem deſiderant. Plærumque tamen prima ſcrupula, vel ſecunda, ſatis eſſe poſſunt. Nam defectus, qui tertiis, & ſequentibus ſcrupulis neglectis oboritur, in magna aliqua ſoliditate vix eſt notabilis.

Canonem porro hunc conficiendi, & vlterius etiam ad ducentos, vel mille pollices continuandi ratio, e modo dictis patet. Circumferẽtia enim omnis ad ſuã diametrũ tripla eſt, & ſuperpartiẽs $\frac{1415927}{10000000}$. Ideoq; ſi diameter eſt $\frac{1}{10}$ pollicis, tum periphereia habet $\frac{3}{10}$ pollicis, & præterea $\frac{1415927}{10000000}$ vnius decimę; ſeu (reducto integro ad partes cognomines) $\frac{31415927}{10000000}$. Si diameter eſt $\frac{2}{10}$. tũ periphereia diametri vnius decimæ bis cõponitur: vnde fiunt $\frac{62831854}{10000000}$. Si diameter eſt $\frac{200}{10}$, tum periphereia vnius decimæ ducenties componitur, ſeu per 200 multiplicatur: prodeuntque $\frac{6283185400}{10000000}$. Nam decimæ diametri, & $\frac{1}{10000000}$ periphereiæ, hoc loco tanquam integra quædam conſiderantur: & ob id, neglectis minutiarum diametri & periphereiæ nominibus, numeri ſaltem earundem inuicem multiplicantur. Sed nomen minutiæ $\frac{1}{10000000}$ ad decimas ſecundarias, ob calculi promtam facilitatẽ, reduximus.

circulos aliquot ad numerum minutiæ addendo, & diuiſionem per nomen ſubiectum continuando. Sic diametri $\frac{1}{10}$ circumferentiam inuenimus, $3'.1''.4'''.1''''.7^{v}.2^{vi}.0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.1^{xi}.7^{x}$ .hoc modo:

3490800000000000 ($3'.1''.4'''.1''''.7^{v}.2^{vi}.0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.1^{xi}7^{xii}$.
1111111

Quia igitur periphereiæ ſunt vt diametri: duplæ diametri periphereia dupla, triplæ tripla, & ſic deinceps erit. Vnde facillima omniũ periphereiarũ ex vnica $\frac{1}{10}$ periphereia erit inuentio. In diametro quippe $\frac{2}{10}$, periphereia vni⁹ decimę bis cõponit: & ꝓdeũt $6'.2''.8'''.3''''.4^{v}.4^{vi}.0^{vii}.6^{viii}.2^{ix}.8^{x}.3^{xi}$ [illegible]. Huic additur periphereia diametri vnius decimæ: & ſurgit periphereia diametri $\frac{3}{10}$. Et ſic conſequẽter. Inuentis autem periphereiis diametrorum nouem decimorum ordine ſcrupulorum: reliquarum omnium diametrorum periphereiæ inde ſine negotio colligi poſſunt: ſi diametri datæ ſingulis notis ſuæ periphereiæ ſubiiciantur, & addantur. Quo fine tabellam nouem primarum periphereiarum heic inſeruimus.

Tabella nouem minimarum periphereiarum quarum diametri numerorum notis conſtant ſolitariis.

Diam. $'$	Periphereiæ.	$'$	$''$	$'''$	$''''$	^{v}	^{vi}	^{vii}	^{viii}	^{ix}	^{x}	^{xi}	^{xii}
1		3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	6
2		6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	2
3		9	4	2	5	1	6	0	9	4	2	4	8
4	1	2	5	6	6	8	8	1	2	5	6	6	4
5	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	8	0
6	1	8	8	5	0	3	2	1	8	8	4	9	6
7	2	1	9	9	2	0	4	2	1	9	9	1	2
8	2	5	1	3	3	7	6	2	5	1	3	2	8
9	2	8	2	7	5	4	8	2	8	2	7	4	4

Subſidio huius tabellæ cuiuſlibet diametri periphereia indagatur: notis diametri ſuas circumferentias ſubſcribendo, & ſubſcriptas copulando: vti exempla ſequentia monſtrant. *Exemplum.* Quæritur periphereia diametri poll. $1.0'$?

Diam.

Diam. $1.0'$.

Periph. $3.1'.4''.1'''.7''''.2^{v}.0^{vi}.3.1^{viii}.4.1^{x}.6.0^{xi}$.

Aliud. Quæritur periphereia diametri poll. $23.4'$?

										Diam. 2		3	4
	1	2	5	6	6	8	8	1	2	5	6	6	4
	9	4	4	5	1	6	0	9	4	2	4	8	
6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	2		
Periph. 7	3.	$5'$.	$1''$.	$6'''$.	$2''''$.	5^{v}.	5^{vi}.	3.	5^{viii}.	1.	3^{x}.	4.	4^{xi}.

Aliud. Quæritur periphereia diametri poll. $105.7'$?

										Diam. 1		0	5.	7.
		2	1	9	9	2	0	4	2	1	9	9	1	2
	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	8	0	
3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	6			
Periph. 3	3	2.	$0'$.	$7''$.	$9'''$.	$8''''$.	3^{v}.	7^{vi}.	2.	0^{viii}.	6.	7^{x}.	1.	2^{xi}.

Inuenta periphereia, multiplicatio radii & periphereiæ dimidiatæ, areã manifeſtat. Si ergo diameter eſt $\frac{1}{10}$, & periphereia [illegible]: multiplicando $\frac{1}{20}$ per [illegible], prodit area [illegible], ſeu [illegible]. Vel, reductis more noſtro terminis ad decimas: ſi diameter eſt $\frac{1}{10}$, & periphereia $3'.1''.4'''.1''''.7^{v}.2^{vi}.0^{vii}.3^{viii}.1^{ix}.4^{x}.1^{xi}.8^{xii}$. tum area [illegible] ad decimas reducta eſt, $0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}.7^{x}.8^{xi}.5^{xii}$. Si diameter eſt $\frac{2}{10}$, area eſt $0'.3''.1'''.4''''.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.0^{viii}.3^{ix}.1^{x}.4^{xi}.1^{xii}$. Ex his ſolis duab. areis, conſtructio canonis noſtri circa planities compendiaria eſſe poteſt. Areæ enim circulares ſunt vt quadrata diametrorum. Quadratorum autẽ proprietas eſt, quod differentia duorum quorumlibet proximorum quadratorum, iuncta primi quadrati duplo, conſtituat differentiam duorum quadratorum proxime ſequentium: & quælibet differentia, addita quadrato ſuo minori, proximum maius quadratum ſuggerat. Veluti in quadratis 1.4.9.16. differentia 1. & 4. eſt 3. primi quadrati 1 duplum, eſt 2: quare 3. & 2. compoſita, producunt 5, differentiã proximorum quadratorum 4 & 9: nec non differentia 3. addita quadrato ſuo minori 1, facit maius quadratum ſuum 4. Eodem modo differẽtia 4 & 9. eſt 5. cui ſi 2 iungantur, oritur 7. differentia proximorum quadratorum 9. & 16: amplius vero differẽtia 7. addita quadrato ſuo minori 9, maius quadratum 16 producit. Simili ratione differentia arearum (quæ qua-

dratorum inſtar heic ſunt) $\frac{1}{10}$ & $\frac{2}{10}$, eſt $0'.2''.3'''.5''''.6^{v}.2^{vi}.9^{vii}.0^{viii}.2^{ix}.3^{x}.5^{xi}.6^{xii}$. primæ autem areæ, ſeu primi quadrati duplum eſt $0'.1''.5'''.7''''.0^{v}.8^{vi}.6^{vii}.0^{viii}.1^{ix}.5^{x}.7^{xi}.1^{xii}$. quod duplum, incremẽtum eſt, quo quælibet differentia proxime minorem ſuperat, & a proxime maiori ſuperatur. Areas igitur, cyclico canoni inſerendas, facili compendio inueniemus, differentias primum inquirendo ſingularum arearum: hoc eſt, primæ areæ duplum, $0'.1''.5'''.7''''.0^{v}.8^{vi}$. &c. adiiciendo differentiæ arearum $\frac{1}{10}$ & $\frac{2}{10}$, nimirum $0'.2''.3'''.5''''.6^{v}.2^{vi}$. &c. ſic enim habebimus differentiam arearum $\frac{2}{10}$ & $\frac{3}{10}$, videlicet $0'.3''.9'''.2''''.7^{v}.1^{vi}$. &c. huic rurſus addendo duplum illud, habebimus differentiam arearum $\frac{3}{10}$ & $\frac{4}{10}$, ſcilicet $0'.5''.4'''.9''''.8^{v}$. &c. vt heic vides.

Incrementum differentiarum:		$0'.1''.5'''.7''''.0^{v}.8^{vi}.6^{vii}.0^{viii}$. &c.
Differentia arearum	1 & 2:	0. 2. 3. 5. 6. 2. 9. 0. &c.
	2 & 3:	0. 3. 9. 2. 7. 1. 5. 0. &c.
	3 & 4:	0. 5. 4. 9. 8. 0. 1. 0. &c.
	4 & 5:	0. 7. 0. 6. 8. 8. 7. 0. &c.

Quod ſi datis duabus diametris, & areis earundem adhuc ignotis, differentiam tamen ignotarum arearum perquirere placeat: addendæ ſunt binæ illæ diametri datæ: & ſingulis aggregati notis facti competentes e tabella incrementi differentiarum ſequente ſubiiciendi: ſumma enim factorum, differentia erit ignotarum arearum, datarum diametrorum.

Tabella

Tabella multiplicationis areæ minimæ: item dimidiati augmenti differentiæ arearum.

Diam.	Area minima: item ſemiaugmentum differentiæ arearum.		^{I}	^{II}	^{III}	^{IIII}	^{V}	^{VI}	^{VII}	^{VIII}	^{IX}	^{X}	^{XI}	^{XII}	^{XIII}
1		0	0	7	8	5	4	3	0	0	7	8	5	4	6
2		0	1	5	7	0	8	6	0	1	5	7	0	9	2
3		0	2	3	5	6	2	9	0	2	3	5	6	3	8
4		0	3	1	4	1	7	2	0	3	1	4	1	8	4
5		0	3	9	2	7	1	5	0	3	9	2	7	3	0
6		0	4	7	1	2	5	8	0	4	7	1	2	7	6
7		0	5	4	9	8	0	1	0	5	4	9	8	2	2
8		0	6	2	8	3	4	4	0	6	2	8	3	6	8
9		0	7	0	6	8	8	7	0	7	0	6	9	1	4

Ex hac tabella differentię quarumlibet arearum proximarum eo quo indicauimus modo eruuntur. Id quod exemplis aliquot planum fiet.

Quæritur ergo differentia arearum diametrorum poll. 1. 2'. & 1. 3'? Coniunctæ diametri, ſunt 2. 5'. Incrementa igitur dimidiata diametrorum 20' & 5'. e tabella huc tranſlata, & compoſita, differentiam exhibent planitierum datarum diametrorum 1. 2'. & 1. 3'. nimirum $1^{\prime}.9^{\prime\prime}.6^{\prime\prime\prime}.3^{iv}.5^{v}.7^{vi}.5^{vii}.1^{viii}.9^{ix}.6^{x}.3^{xi}.7^{xii}$. quæ differentia ſi addatur areæ diametri 1. 2'. producit aream diametri 1. 3', eademque differentia, ſi auferatur ex area diametri 1. 3'. relinquit aream diametri 1. 2'.

1. 2'. } Diametri datæ.
1. 3'.

2. 5'. diametri datæ coniunctæ.

3 9 2 7 1 5 0 3 9 2 7 ſemiaugmentum areæ diam. 5'.
1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 1 ſemiaugmentũ areæ diam. 2. 0'.

$1^{\prime}.9^{\prime\prime}.6^{\prime\prime\prime}.3^{iv}.5^{v}.7^{vi}.5^{vii}.1^{viii}.9^{ix}.6^{x}.3^{xi}.7^{xii}$. differẽtia arearũ diã. 1. 2' & 1. 3'.

Quæritur itidem differentia arearum diametrorum poll. 108. 0'. & 108. 1'. quæ inuenitur poll. $16.9^{\prime}.7^{\prime\prime}.3^{\prime\prime\prime}.1^{iv}.4^{v}.3^{vi}.9^{vii}$. &c.

1 0 8. 0'. } diam. dat.
1 0 8. 1'.

2 1 6 1. diam. compoſitæ.

7 8 5 4 3 0 0 7 8 5 }
4 7 1 2 5 8 0 4 7 1 2 } ſemi augmenta.
7 8 5 4 3 0 0 7 8 5 }
1 5 7 0 8 6 0 1 5 7 1 }

$1\ 6.\ 9'.7''.3'''.1^{iv}.4^{v}.3^{vi}.9^{vii}.9^{viii}.7^{ix}.4^{x}.0^{xi}.5^{xii}$. Differentia.

Differentiis ita inuentis, areas ſingularum diametrorum ordine inueſtigabimus: addendo quamlibet differentiam areæ ſuæ minori: ſic enim maiorem proximam eliciemus aream. Vt ad aream diametri $\frac{1}{10}$, nimirum $0'.0''.7'''.8^{iv}.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}$.&c. addemus differentiam arearum diametrorum 1'.& 2'. ſcilicet $0'.2''.3'''.5^{iv}.6^{v}.2^{vi}.9^{vii}.0^{viii}$.&c. & prodibit area diametri $\frac{2}{10}$, nimirum $0'.3''.1'''.4^{iv}.1^{v}.7^{vi}.2^{vii}.0^{viii}$.&c. huic areæ inuentæ porro addemus differentiam arearum diametrorum 2' & 3'. ſcilicet $0'.3''.9'''.2^{iv}.7^{v}.1^{vi}.5^{vii}.0^{viii}$.&c.& cõſurget area diametri $\frac{3}{10}$, nimirum $0'.7''.0'''.6^{iv}.8^{v}.8^{vi}.7^{vii}.0^{viii}$.&c. Sicque deinceps pergendo, canon arearum cyclicarum quouſque libuerit continuabitur.

$0'.0''.7'''.8^{iv}.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}$.&c. Area 1'.
0. 2. 3. 5. 6. 2. 9. 0.&c. diff. arearum 1' & 2'.

0. 3. 1. 4. 1. 7. 2. 0.&c. area 2'.
0. 3. 9. 2. 7. 1. 5. 0.&c. diff. arearum 2' & 3'.

0. 7. 0. 6. 8. 8. 7. 0.&c. area 3'.

Eſt & aliud arearum inuentionis pulcerrimum compendium. Diameter enim, cuius area quæritur, quadranda eſt, hoc eſt, in ſeipſam multiplicãda: factuſq; per aream diametri $\frac{1}{10}$, ſcilicet $0'.0''.7'''.8^{iv}.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$.&c. multiplicanda: vnde area prodit datæ diametri. Tabella autem multiplicationis areæ minimæ, iam proxime inſerta, multiplicationis faſtidium aufert: ex ea enim facti ſingularum notarum quadratæ diametri, in abacum transferendi; ita tamen, vt ſingulorum notæ poſtremæ, diametri quadratæ notæ ceu factori, ſubiiciantur: tandem omnes facti addendi: & ſumma pro area quæſita retinenda.

Exempli

Exempli gratia, libet inquirere aream diametri 20.3′. Huius diametri quadratum eſt 41209. Facti ergo quatuor notarum, nimirum 9.2.1.& 4. e tabula mutuandi, & factoribus ſuis ſubſcribendi, atque omnes poſtremo componendi. Sic enim area quæſita datæ diametri 20.3′. prodit, nimirum poll. $323.6'.6''.7'''.8^{iv}.8^{v}.1^{vi}.0^{vii}.5^{viii}$. &c.

Exemplum in abaco ita tractatur.

20.3′. Diametrus data.
20.3′.

609
406

41209 Quad. diametri.

70688707069
157086015 70
78543007 85
31417203141

$323.6'.6''.7'''.8^{iv}.8^{v}.1^{vi}.0^{vii}.5^{viii}.9^{ix}.0^{x}.6^{xi}.9^{xii}$. Area quæſita.

Aliud exemplum.

Quæritur area diametri 31.0′? 31.0′. Diam. data.
31.0′.

3100
93

96100 Quadratum.

785430078500
4712580471 2
70688707069

$754.7'.9''.8'''.3^{iv}.0^{v}.5^{vi}.4^{vii}.8^{viii}.0^{ix}.5^{x}.0^{xi}.0^{xii}$. Area.

Aliud exemplum.

Quæritur area diametri poll. 123.4′? 123.4′. Diam. dat.
123.4′.

4936
3702
2468
1234.

```
                        1  5  2  2  7  5  6.   Quad.
      ------------------------------------------
      4  7  1  2  5  8  0  4  7  1  2  7  6
    3 9  2  7  1  5  0  3  9  2  7  3  0
   54 9  8  0  1  0  5  4  9  8  2  2
  157 0  8  6  0  1  5  7  0  9  2
 1570 8  6  0  1  5  7  0  9  2
39271 5  0  3  9  2  7  3  0
78543 0  0  7  8  5  4  6
```

$11960.1'.8''.3'''.6''''.4^{v}.6^{vi}.8^{vii}.6^{viii}.3.\ 9^{x}.2.\ 7^{xii}.7.\ 6^{xiv}.$ Area

Habes autem, Lector, tabellam hanc cyclicam ad opuſculi huius finem.

Capvt XVI.

De compendio inuentionis areæ magnorum circulorum, quorum diametri in tabella cyclica non exſtant.

INuentionem areæ quorumlibet circulorum, proximum caput docuit: ipſas vero areas canon cyclicus dedit, ad diametri pollices 108. 0′. Quod ſi vero circulus offeratur, cuius diameter pollicibus 108. 0′. maior ſit; & eius feſtina requiratur geodæſia: rationem heic aperiemus, qua maximi etiã circuli planities ex ipſo cyclico canone ſit eruenda. Eſtque talis. Diametrus data ſecatur in partes aliquot æquales, 108 pollicibus minores; duas videlicet, tres, quatuor, &c. Deinde vnius ſegmenti area e canone plani circularis in abacum refertur, & quadrato denominationis ſegmenti multiplicatur. Factus area eſt datæ illius magnæ diametri.

Compendium hoc inuentionis plani cyclici, cum poſteriore proximi capitis idem eſt: ſed generale magis, & paullo aliter propoſitum. Heic enim dimetiens in quotuis æquales partes, ibi eadem in meras vnitates ſecatur. Vtrobique autem vnius ſegmenti area, e canone adſumta, per quadratum denominationis multiplicatur.

Ratio huius praxeos e prop. 2, lib. 12 Eucleidis deducitur. Circuli namque ſunt vt a diametris quadrata. Ergo, vt quadratum ſegmenti vnius, ſeu

diametri

diametri ſimplicis, ad quadratum ſegmentorum duorum, trium, quatuor, &c. ſeu diametri duplæ, triplæ, quadruplæ, &c. ita area diametri ſimplicis, in canone reperta, ad aream diametri multiplicis quæſitam.

Exempli cauſſa. Si diameter proponatur poll. $120.0'$. & circuli area quæratur: ſecetur diameter bifariam, nimirum in $60.0'$.& $60.0'$. Segmenti, ſeu ½ diametri area in cyclica tabula reperitur poll. $2827.5'.4''.8'''.2''''.8^{v}.2^{vi}.7^{vii}$. quæ, per 4, ſeu quadratum denominationis dicti ſegmenti ½ multiplicata, exhibet aream poll. $11310.1'.9''.3'''.1''''.3^{v}.0^{vi}.8^{vii}$. Vel, ſecetur eadē diameter in tres partes, videlicet in $40.0'.40.0'$,& $40.0'$. Segmenti, ſeu ⅓ diametri area in canone occurrit poll. $1256.6'.8''.8'''.1''''.2^{v}.5^{vi}.6^{vii}$. quæ, per 9, ſeu quadratum denominationis multiplicata facit areā poll. $11310.1'.9''.3'''.1''''.3^{v}.0^{vi}.4^{vii}$.

Vel, eadem diameter ſecetur in quatuor partes; ſcilicet in $30.0'$, $30.0'$, $30.0'$.& $30.0'$. Segmenti, ſeu ¼ diametri aream canon monſtrat poll. $706.8'.8''.7'''.0''''.7^{v}.0^{vi}.6^{vii}$: quæ, per 16, ſeu quadratum denominationis multiplicata, producit aream poll. $11310.1'.9''.3'''.1''''.2^{v}.9^{vi}.6^{vii}$.

Vel in ſex partes diameter ſecetur; nimirum in $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, $20.0'$, & $20.0'$. Segmenti, ſeu ⅙ diametri area in canone exſtat poll. $314.1'.7''.2'''.0''''.3^{v}.1^{vi}.4^{vii}$: quæ, per 36, ſeu quadratum denominationis multiplicata, facit aream poll. $11310.1'.9''.3'''.1''''.5^{v}.0^{vi}.4^{vii}$.

Notandum: in exemplo propoſito, & aliis omnibus; arearum inuentarum diſcrimen aliquod in ſcrupulis eſſe: at perexiguum; nec hoc loco excedere vnum ſextum, & duo ſeptima. Cauſſa huius eſt diſcrepantiæ, quod canonis noſtri ſcrupula genuina non ſunt, neque accuratiſſima; ſed loco partium $\frac{1}{10000000}$ ſuppoſititia. Error tamen hinc ἀξιόλογος oboriri nequit.

Eadem diametrus poll. $120.0'$. ſecari poteſt in vnitates mille ducentas, nimirum in ſcrupula decima prima. Et tunc ſegmenti, ſeu $\frac{1}{1200}$, vel vnius ſcrupuli diametri area in canone eſt $0'.0''.7'''.8''''.5^{v}.4^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.0^{ix}.7^{x}.8^{xi}.5^{xii}.4^{xiii}.6^{xiv}$. (heic enim quia ſectio diametri minuta eſt, area etiam minimi ſegmenti præciſe adſumenda, nec in ſeptimis ſcrupulis acquieſcendum: ne multiplicatio ſequens diſcrepantiam notabilem efficiat) Hæc area vnius ſcrupuli, per 1440000, ſeu quadratum denominationis multiplicata, facit aream poll. $11310.1'.9''.3'''.1''''.3^{v}.1^{vi}.0^{vii}.6^{viii}.2^{ix}.4^{x}$.

Aliud exemplum.

Eſto area quærenda circuli, cuius diameter poll. 215.7'? Biſectio datæ diametri habet poll. 107.8'.5''. Huius ſegmenti area in canone præciſe non exſtat: ideoque dimidium differentiæ arearum proxime minoris & maioris, ad minorem aream adiiciendum: vnde area prodit ſegmenti, ſed vera nonnihil maior: quia medietas arithmetica, pro geometrica medietate, quæ perpetuo minor eſt illa, adſumta eſt: error tamen hic notatu dignus non eſt. Area igitur proxime minor e canone cyclico excerpitur, ad diametrum 107.8'. nim. poll. 9127.3'.5''.7'''.2''''.7^{v}.3^{vi}.2^{vii}. & area proxime maior, ad diametrum 107.9'. poll. 9144.2'.9''.8'''.9''''.9^{v}.9^{vi}.9^{vii}. Harum differentia eſt poll: 16.9'.4''.1'''.7''''.2^{v}.6^{vi}.7^{vii}. cuius dimidium poll. 8.4'.7''.0'''.8''''.6^{v}.3^{vi}.3^{vii}. additum minori areæ, facit aream quæſitam poll. 9135.8'.2''.8'''.1''''.3^{v}.6^{vi}.5^{vii}. quæ per 4, ſeu quadratum denominationis dicti ſegmenti ½ multiplicata, exhibet aream poll. 36543.3'.1''.2'''.5''''.4^{v}.6^{vi}.0^{vii}.

Eadem diametrus in partes tres æquales ſecari poteſt, videlicet in poll. 71.9': 71.9': & 71.9'. Segmenti, ſeu ⅓ diametri area in canone datur poll. 4060.3'.6''.7'''.1''''.8^{v}.7^{vi}.2^{vii}. quæ per 9, ſeu quadratum denominationis multiplicata facit aream poll. 36543.3'.0''.4'''.6''''.8^{v}.4^{vi}.8^{vii}. quæ prius inuenta area paullo minor eſt, & ad veram propius accedit: vera quippe (ſi diametrus 215.7', quadretur, & facti e tabella multiplicationis areæ minimæ componantur,) reperitur poll. 36543.3'.0''.4'''.6''''.9^{v}.5^{vi}.1^{vii}.6^{viii}.9^{ix}.6^{x}. &c. Sed tanta præciſio in geodæſia neutiquam requiritur.

CAPVT XVII.

De geodæſia Spharici.

ITa plana ſuperficiei eſt directio.

2. *Gibba ſuperficies Spharici eſt: cuius directio eſt diametrus, & maxima periphereia. Illa plani rectanguli æqualis latitudo eſt: iſta longitudo.*

Gibbum eſt Sphæricum, aut Varium, vt cylindraceum, & conicum. Nos heic ſphæricum ſaltem proponimus: quia in ſphæræ ſtereometria, infra capite 18. ſphærici directionem deſiderabimus. Ad cylindri vero & coni directiones, cylindracea & conica plana inquirere, nihil eſt neceſſum.

Porro

Porro, quemadmodum circuli directio eſt radius & ſemicircumferentia: ita ſphærici, diametrus & maxima periphereia. Proinde ſphęricum plani maximæ ſuæ periphereiæ quadruplum eſt. Et hinc via compendiaria e cyclico canone ſphærici area inueſtigatur. Diameter etenim ſphærici in canone dicto aream adiūctam habet maximæ dati ſphærici periphereię: quę area quater aucta, dati ſphęrici aream producit.

Exempli loco: eſto ſphæricum, cuius diameter 41.6 : quæritur area?

Maxima dati ſphærici periphereia in canone reperitur poll. 130. 6'. 9''. Periphereia hac per diametrum multiplicata, emergit planus ſphęrici dati poll. 543 . 7'.

130. 6'. 9''. Periph.
41. 6'. Diam.

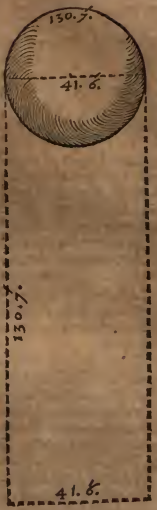
78414
13069
52276

5436. 7'. 0''. 4'''. Area plana ſphærici.

Vel datæ diametri 41. 6'. inquiritur area in canone eodem, nimirum 1359. 2 . 3''. quæ poſtmodum quadruplicata, conſtituit 5436. 9'. aream ſphęrici propoſiti.

1359. 2'. 3''. Area diam. 41. 6'.
4

5436. 9'. 2''. Area ſphærici.



CAPVT XIIX.

De Pyramidis æqualiter faſtigiatæ ſtereometria.

BAſis ſolidi directio ita eſt. ſequitur Altitudinis directio: qua, inuenta baſi rectangula, ad dati ſolidi altitudinem parallelepipedi rectanguli altitudinem æqualem conſtituit: ſicq; tertium ſoliditatis latus exhibet.

In omni ſolido, ſeu corpore, trina ſpectatur magnitudinis dimenſio: e definit. 1. lib. 11. Eucl. quæ in ſolo parallelepipedo rectangulo diſtinctis lateribus monſtrari poteſt. Datum igitur ſolidum non rectangulum, rectangulo permutandum. Primumque ſuperficies dati ſolidi, quæ vel baſis eius eſt, vel baſios loco commode haberi poteſt, in ſuperficiem rectangulam æqualem, (vt hactenus docuimus) mutanda: quo longitudinis ac latitudinis dimenſiones exhibeantur. Deinde altitudo proportionalis inueſtiganda, quæ cum baſi prius inuenta ſolidum conſtituat rectangulum, dato ſolido non rectangulo æquale.

2. *Tribus ergo inuentis lateribus, comprehendentibus rectangulum parallelepipedum, dato ſolido æquale: ſoliditas dati ſolidi, per elem. 4, cap. 8. huius, laterum illorum dimenſione, ac multiplicatione; & capacitas eiuſdem, per elem. 10, cap. 9. huius, cuborum ad menſuras reductione, nullo negotio inuenitur.*

Directione baſis & altitudinis abſoluta: proximum eſt, vt ſoliditas atq; capacitas dati vaſis inquiratur. Ideoque poſthac in directione altitudinis ſingulorum corporum, exempla opportune tum baſis & altitudinis directionem, tum ſoliditatis & capacitatis inueſtigationem ſimul habebunt: vt hinc integra oblati cuiuſuis vaſis ſtereometria eo reddatur facilior.

3. *Altitudinis directio eſt ſolidi Plani, & Gibbi.*

4. *Plani, Pyramidis æqualiter faſtigiatæ: & Priſmatis recti. Nam octaedrũ, eicoſaedrum, & dodecaedrum, liquoribus capiendis raro excauantur: & ſtereometriam habent difficiliorem.*

5. *Pyramidis altitudinis directio eſt triens altitudinis.*

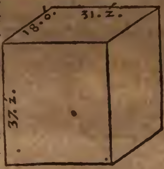
Altitudinis directio requirit ante ſe baſis directionem. Pyramidis igitur datæ primum baſis, ſiue triangula ſit, ſiue triangulata, e ſupra traditis dirigenda: vt duo ſolidi rectanguli latera conſtent. Deinde, quia pyramidis altitudo,

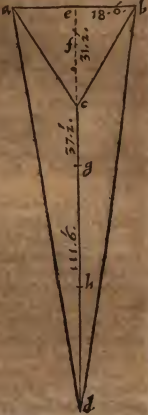
titudo,ſeu perpendicularis a baſi, maxima eſt ad verticem, minor ad reliquas faſtigii partes; hæc etiam dirigenda: vt altitudo vniformis, ſeu tertium ſolidi rectanguli latus producatur. Directio autem altitudinis in pyramide, eſt tertia pars altitudinis a vertice ad baſin: quia pyramis ſubtripla eſt priſmatis baſi & altitudine æqualis: e prop. 7. lib. 12. Eucl.

Exempla pyramidum.

Vas, cuius inueſtiganda proponitur capacitas, tanquam plenum ſiue ſolidum conſideratur: & eius primum longitudo, latitudo, atq; altitudo quæritur: ſingulæ illæ partibus regulæ ſtereometricæ numerantur; inuicem multiplicantur; ſoliditaſq; producta ad menſuras reducitur.

Eſto igitur pyramidis a b c d exquirenda capacitas. Primum baſis triãgula a b c, per elem. 9. cap. 11. huius, dirigitur, hoc eſt, plani rectanguli æqualis longitudo & latitudo quæruntur. Lõgitudinẽ quidẽ ſubminiſtrat trianguli dati altitudo, c e, maior exſiſtens dimidia baſi; latitudinẽ, baſis dimidium, e b. His duobus lateribus parallelogrammum rectangulum comprehẽditur dato triãgulo æquale.





Parallelepipedum rectangulum, data pyramidi æquale.

Deinde, pyramidis datæ altitudo f d dirigitur, hoc eſt, ſolidi rectanguli æqualis altitudo inquiritur: quæ tertia eſt datæ altitudinis pars, nim. f g. Tertio, latera parallelepipedi inuenta, regula cubimetrica examinantur, & inuicē multiplicātur, vt ſoliditas emergat. Longitudo c e, deprehenditur pollicum 31. 2′: latitudo e b, poll. 18.0′: hinc planus pollic. quadratorum 561. 6′. Altitudo vniuerſa f d, poll. 111. 6′: cuius tertia pars f g, poll. 37. 2′: quæ plano baſis multiplicata, producit ſoliditatem pyramidis a b c d, pollic. cubicorum 20891.5′.

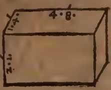
Long. 31. 2′.
latit. 18. 0′.
2496 0.
312
plan. 561. 6′. | 0″.
altit. 37. 2′. |
11232.
3932.
16848
ſolid. 20891. 5′. 2″.

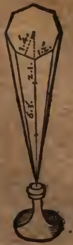
Poſtremo, capacitas indagatur, ſoliditatis cubos numero cuborum menſuræ competentium diuidendo. Cubi ergo 20891. 5′, tribus periodis diſtinguuntur, hoc modo: 2 0$\overset{3}{8}$9 1. 5′. Prima periodus 2 ohmas habet: altera quinario diuiſa, vnum quartale: tertia cubos 591. 5′. qui e tabella reductionis cap. 10. huius faciunt menſuras 5, quadr. 0½.

Poculi pyramidalis, baſi octangula æquiangula, quæritur capacitas.

Longitudo eſt dimidium perimetri, nimirum 4. 8′. nam latus quodlibet continet poll. 1. 2′. Latitudo eſt perpendicularis a centro in latus, nimirum 1. 4′. In octangulo enim, ſi latus ſit 76537, perpendicularis eſt 92388: vt capite decimotertio huius docuimus: ergo, ſi latus ſit 1. 2′; perpendicularis erit 1. 4′. Hinc planus oritur poll. 6. 7′. 2″. Altitudo tota eſt 6. 3′: cuius tertia pars, nimirum 2. 1′, altitudinis eſt directio. Hæc cum plano producit ſoliditatem 14. 1′. Quæ, cum in canone reductionis præciſe non inueniatur, proxime maior ſumitur, exhibens quadrant. 0½.

Longit.





Longit. 4. 8′.
Latit. 1. 4′.
1 9 2
4 8
plan. 6. 7′. 2″.
altit. 2. 1′.
6 7 2
1 3 4 4
ſolid. 1 4. 1′. 1″. 2‴.

Quæritur autem non incommode de his menſuræ partibus, quot eiuſmodi pocula menſuram conſtituant? Soluitur quæſtio hoc modo: Si cubi 14.1′.vni poculo equãtur: ergo cubi 125.0′, æquantur poculis 8.8′. & proinde menſura 9 fere pocula eiuſmodi continet.

9
1 2 1 2
1 2 5 0 0′
1 4 1 1 (pocula 8,8′
1 4
1 1 2 8 8
1 1 1

T 5

Notandum in figura huius poculi ſextuplo maiores pollices, quam ſupra, adſumtos eſſe: quod latera pollicis vnius, vel ſeſquipollicis, vix diſtincte ob exiguitatem pingi queant. Calculi tamen geodætici eadem manet ratio.

Capacitas etiam quæritur pyramidalis poculi, baſi quinquangula, cuius latus vnumquodq; poll. 1.0′.

Latus eſt poll. 1.0′. Longitudo, ſeu dimidium perimetri, eſt poll. 2.5′. Latitudo, ſeu perpendicularis a centro in latus poll. 0.7′. Hinc planus poll. 1.7′.5″. Altitudo tota 5.7; proportionata vero 1.9′: quæ cum plano producit ſoliditatem 3.3′.

Long.	2. 5′.
latit.	0. 7′.
plan.	1. 7′. 5″
altit.	1. 9′.
	1 5 7 5
	1 7 5
ſolid.	3. 3′. 2″. 5‴.

Hæc ſoliditas minor eſt quã quæ in canone reductionis inueniatur. Vt ergo ſciri queat capacitas, diuiduntur cubi vnius menſuræ, nim. 125.0′. per ſoliditatem iam inuentã: proditq; capacitas poculi propoſiti, Menſ. 37 $\frac{1975}{3325}$ hoc eſt, pocula eiuſmodi triginta ſeptem cum dimidio fere conſtituũt vnam menſuram.

CAPVT XIX.

De Priſmatis recti ſtereometria.

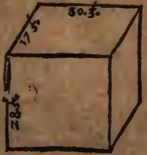
PRiſmatis recti altitudo, quia vniformis vndiquaq; eſt, directione opus non habet.

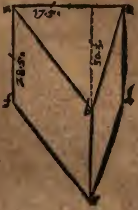
Rectum dicimus priſma, cuius altitudo ad baſes oppoſitas recta eſt. Huius ſi quæritur capacitas; baſes primo dirigendæ, vt longitudo & latitudo innoteſcãt. Altitudo vero priſmatis recti per ſe directa eſt: quia duæ baſes oppoſitæ ſunt æquales, ſimiles, & parallelæ. Ideoq; planus baſios & altitudo ſoliditatem concludunt.

Exem-

Exempla.

Quæritur priſmatis recti pentaedri a b c d e f capacitas. Baſis a b c, vel f e d, trigona, primum dirigenda. Eius longitudo eſt 30.5'. nimirum perpendicularis a vertice trianguli ad baſin. Latitudo eſt 17.5'. nim. baſis dimidium. Hinc planus exſiſtit 530. 2'.5''. Altitudo dati priſmatis a f, vel b e, vel c d, eſt 28. 5'. quæ cum plano facit ſoliditatem 15112. 1'—hoc eſt, Ohmam 1. Quartalia 10. Menſ. 0. Quadrant. 3½.





Long. 3 0. 5'
Latit. 1 7. 5'

1 5 2 5
2 1 2 1
3 0 3

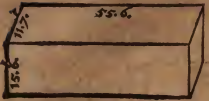
plan. 5 3 0. 2'. 5''
Altit. 2 8. 5'.

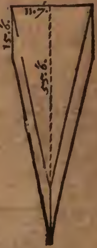
2 6 5 1 2 5
4 2 4 2 0 0
1 0 6 0 5 0

ſolid. 1 5 1 1 2. 1'. 2''. 5'''.

Priſma pentaedrum cuneiforme.

Longitudo, ſeu perpendicularis trianguli eſt 55. 6'. Latitudo, ſeu baſis dimidia 11.7'. Hinc planus 650.5'.2''. Altitudo eſt 15.6'. quæ cum plano facit ſoliditatem 10148.1'—hoc eſt, Ohmam 1. Menſ. 1. Quadr. 0½.





Longit. 5 5. 6'.
Lat. 1 1. 7'.
3 8 9 2
5 5 6.
5 5 6
plan. 6 5 0. 5'. 2''.
Altit. 1 5. 6'.
3 9 0 3 1 2
3 2 5 2 6 0
6 5 0 5 2
ſolid. 1 0 1 4 8. 1'. 1''. 2'''.

Priſma parallelepipedum rectangulum, cubicum & oblongum.

Huius & baſis & altitudo directæ per ſe ſunt: eiuſque geodæſia capite octauo huius tradita eſt. *Exempli cauſſa*, quęritur capacitas cubi, cuius latus 40 pollicum. Longitudo 40, cum latitudine 40, facit planitiem 1600. Altitudo 40, per planum 1600, producit ſoliditatem 64000. hoc eſt, Ohmas 6. ſeu Vehem 1. & Quartal. 8.

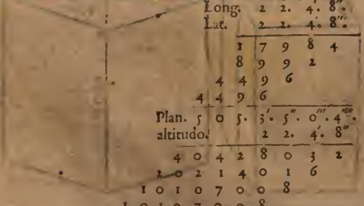
Long.

Long. 40.
Lat. 40.
Plan. 1600.
Altit. 40.
Solid. 64000.

Capacitas item quæritur dati ſolidi oblongi rectanguli: cuius longitudo 52.0′.latitudo 36.3′.altitudo 38.0′.Planus longitudinis & latitudinis emergit 1887.6′.ſoliditas vero 71728.8′.hoc eſt, Vehes 1.Ohma 1.Quart. 3.Menſ. 1.Quadr. 3 $\frac{1}{4}$.

Long. 36.3′.
Lat. 52.
726.
1815
Plan. 1887.6′.
Altit. 38.
15100.8.
56628
Solid. 71728.8′.

Aliud exemplum. Quæritur capacitas cubi, cuius latus poll. 22.4′.8″. quæ quantitas vlnam Francofurtenſem pene adæquat.



Long. 2 2. 4′. 8″.
Lat. 2 2. 4′. 8″.
1 7 9 8 4
8 9 9 2
4 4 9 6
4 4 9 6
Plan. 5 0 5. 3′. 5″. 0‴. 4⁗.
altitudo. 2 2. 4′. 8″
4 0 4 2 8 0 3 2
2 0 2 1 4 0 1 6
1 0 1 0 7 0 0 8
1 0 1 0 7 0 0 8
ſolid. 1 1 3 6 0. 2′. 7″. 6‴. 9⁗. 9v. 2vi.

Capacitas inuenitur, Ohmæ 1. Quartalium 2. Menſurarum 2. Quadrantum $3\frac{1}{2}$.

Exemplum aliud Regula ſtereometrica, vaſi pleno immittenda, baſios ſuæ longitudine 0. 5′: latitudine eiuſdem 0. 3′: altitudine immergendæ 40. 5′. Quantum e vaſe illo pleno liquoris effundet? Inuenitur vigeſima menſuræ pars: & quid amplius.

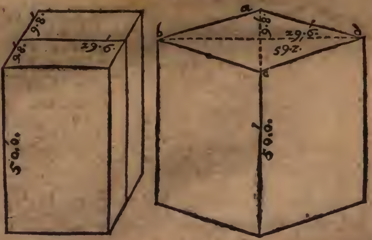
Long. 0. 5′.
latit. 0. 3′.
plan. 1′. 5″.
altit. 40. 5′.
ſolid. 6. 0′.7″.5‴.

4 3 7 2
3 5 6 2 5 5
Cubi vnius menſuræ 1 2 5 0 0 0 0 0 (20.5′.7″.
6 0 7 5 5 5 5
6 0 7 7 7
6 0 0
6

2 2 1 5 0 7 5 5
3 0 3 5 2
4 2

Priſma parallelepipedum baſi obliquangula.

In parallelepipedo, cuius baſes duæ oppoſitæ ſin t rhōbi, baſes dir igun tur, c c. pit e 1 hu ius: di ui dendo r hōbum a b c, d, in



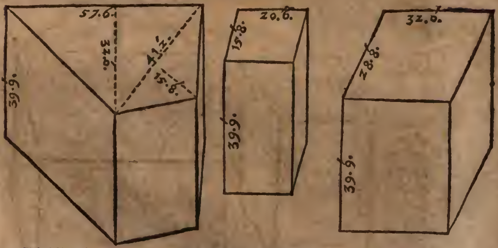
duo triangula, b a d, & b c d: tum vtrique per altitudinem ſuam & baſis dimidium

midium æquale parallelogrammum rectangulum conſtituendo. Altitudo trigoni eſt 9. 8'. baſis dimidium 29. 6'. Vnde planities emergit 290. 0'. 8''. quæ duplicata, area eſt rhombi dati 580. 1'. 6''. Hæc per altitudinem parallelepipedi 50. 0'. exhibet ſoliditatem 29008. 0'. hoc eſt, Ohmas 2. Quart. 18. Menſ. 0. Quadr. $\frac{1}{7}$

Long. 2 9. 6'.
Lat. 9. 8'.
2 3 6 8
2 6 6 4
Plan. 2 9 0. 0'. 8''.
2
plan. dup. 5 8 0. 1'. 6''.
Altit. 5 0
ſolid. 2 9 0 0 8. 0'. 0''.

Similiter parallelepipedum, cuius baſes rhomboeides ſunt, dirigitur baſin in duo triangula diuidendo, &c.

Priſma, baſi trapezia.



Diuiditur baſis in trigona duo. Maioris longitudo 32. 0'. per latitudinem ſeu dimidiam baſin, 28. 8. facit planitiē 921. 6'. 0''. Minoris longitudo

20.6'.per latitudinem 15.8 .facit planitiem 325.4'.8". Coniunctæ planities ſunt 1247.0'.8". Quæ per altitudinem 39.9'. faciunt ſoliditatem dati priſmatis 49758.4'.9'. hoc eſt, Ohmas 4. Quartalia 19. Menſ. 2. Quad. 0¼.

Long. 20. 6'. Latit. 28. 8'.
Lat. 15. 8'. Long. 32. 0'.

1648   5760
1030   864
206   plan. 921. 6'. 0".
plan. 325. 4'. 8".   plan. 325. 4'. 8".

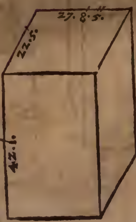
Plan. gemin. 1247. 0'. 8".
Alt. 39. 9'.

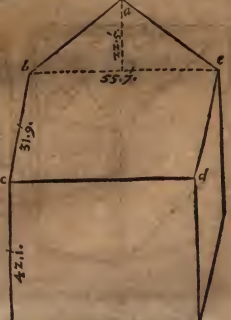
1122372
1122372
374124

Soliditas 49758. 4'. 9". 2'".

Priſma polyedrum, baſi multangula inordinata.

Baſis triãgulata, in ſua triãgula reſoluit:& geodæſia, vt iã dictum eſt, peragit. Vt in adpicto priſmate; baſis quinquãgula a b c d e, diuiditur in





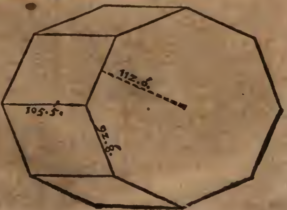
triangulum a b e, & in quadrangulum b c d e; quod cum ſit rectangulum, in trigona ſecari non debet. Longitudo trianguli eſt 27.8′.5″. latitudo 22.5′. hinc planus ſurgit 626.6′.2″.5‴. Porro longitudo quadranguli 55.7′. per eiuſdem latitudinem 31.9′. facit planitiem 1776.8′.3″. Coniunctæ planities ſunt 2403. 4′.5″.5‴. quæ per altitudinem 42.1′. faciunt ſoliditatē 101185.4′.5″.5‴.5⁗. hoc eſt Vchem 1, Ohmas 4, Quart. 2. Menſ. , Quadrant. 1 $\frac{7}{8}$.

Long. 27.8′.5″.
latit. 22.5′
13925
5570
5570
plan. 626.6′.2″.5‴.

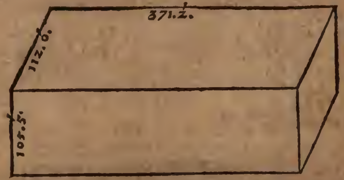
Long. 55.7′.
latit. 31.9.
5013
557
1671
plan. 1776. 8′.3″.0‴
plan. 626. 6′.2″.5‴.
planities vtraque 2403. 4′.5″.5‴.
altit. 42. 1′.
2403455
48069 10
9613820
ſolid. 101185.4′.5″.5‴.5⁗.

Priſma polyedrum, baſi multangula ordinata.

Huius generis priſmata plurima occurrunt. Exempli gratia, eſto priſma baſi octangula, æqualium laterum & angulorum. Latuſque baſios eſto poll. 92.8′. Lõgitudo igitur baſios cõſtituendæ, videlicet dimidium perimetri, erunt poll. 371. 2′. Latitudo, ſeu perpendicularis a centro in latus,



ita e cap. 15 huius elicitur: Si, latere octanguli exſiſtente 76537, perpendicularis eſt 92388: ergo, latere 92.8′, exſiſtente perpendicularis eſt 112.0′: quæ latitudo eſt conſtruendæ baſios. Hinc planus emergit 41574.4′: qui per altitudinem priſmatis 105.5′, facit ſoliditatē poll. cubicor. 4386099. 2′: hoc eſt, Veh. 73, Ohm. 0, Quartal. 2, Menſ. 0, Quadr. 3 $\frac{1}{5}$.



92.8′. latus.
4
371.2′ ſemiperim.
112 perpendic.
7424
3712
3712
41574.4′. planities.

41574.4′. planities.
1055′. altitudo.
2078720
2078720
415744
4386099.2′.0″. ſoliditas.

Veh.	Ohm.	Quartl.	Menſ.	Quadr.
73.	0.	12.	0.	3 $\frac{1}{5}$

Aliud priſma polyedrum, baſi ſeptangula: cuius latus 2.0′. Longitudo baſios, nimirum perimetri dimidium 7.0′. per latitudinem, ſeu perpendicularem a centro in latus 2.1′. (ſi enim ſeptanguli latus eſt 86784, perpendicularis eſt 90095: ergò, cum ſeptanguli latus eſt 2.0′, perpendicularis eſt 2.1′.) facit planitiem 14.7′: quæ per altitudinem 30.1′, exhibet ſoliditatem 442.5′ —, hoc eſt, Menſ. 3. quadr. 2 $\frac{1}{5}$. Notandum heic, vt etiam ſupra cap. 18 monuimus, in diagrammate huius poculi ſextuplo maiores pollices eſſe adſumtos.

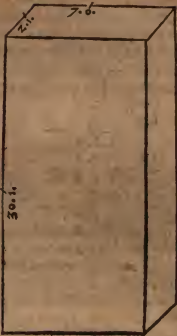
Latit.

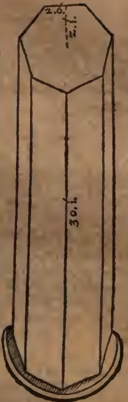
Latit. 2. 1'.
Longit. 7.

14. 7'.
altit. 30. 1'.

147
441

442.4'.7''.





Aliud priſma polyedrum, baſi duodecangula: cuius latus o.6'. Longitudo baſis, nimirum perimetri dimidium, 3.6'. per latitudinẽ, ſeu perpendicularẽ à centro in latus, 1.1'. (ſi enim, cũ duodecanguli latus eſt 51763. perpendicularis eſt 96592: ergo cum duodecanguli latus eſt o. 6'. perpendicularis eſt 1.1'.) facit planitiem 3.9'. 6''. quæ per altitudinẽ 27. 1'. producit ſoliditatẽ 107. 3'. 1''. 6'''. hoc eſt, Quadrantes menſuræ 3 ½.

Long. 3. 6'
Lat. 1. 1'.

36
36

3. 9'. 6''.
Alt. 27. 1'.

396
2772
792

ſolid. 107. 3'. 1''. 6'''.

Poculum, forma priſmatis, baſi ſexangula ordinata: cuius latus o. 8'. al.

titudo 7. 2′. quantum capit liquoris? Dimidium perimetri, nimirum 2.4′. eſt longitudo baſios rectanguli conſtruendi: quæ per latitudinem, ſeu perpendicularem a centro in latus, videlicet 0.7′— (nam ſi ſexanguli latere 100,000 exſiſtente, perpendicularis eſt 86,602. ergo ſexanguli latere poſito 0.8′. perpendicularis eſt 0.7′—.) planum gignit 1.6′.8″. qui per altitudinem 7. 2′. facit ſoliditatem 12. 0′. 9″. 6‴. ſeu 12. 1′— hoc eſt, Quadrant. 0 $\frac{1}{7}$.

Long. 2. 4′
Lat. 0. 7′.
1. 6′. 8″.
Alt. 7. 2′.
3 3 6
1 1 7 6
ſolid. 1 2. 0′. 9″. 6″.

Porro, ſi deſideretur, quot huiuſmodi pocula menſuram conſtituant; ita agitur: ſi cubi 12. 1′, vni poculo æquantur: ergo cubi 125. 0′, æquantur poculis 10. $\frac{5}{12}$: & proinde menſura continet eiuſmodi pocula decem, cum tertia fere poculi vnius parte.

Eſto fons, priſmatis forma, baſi quindecangula ordinata: cuius latus 41. 6′: altitudo 200.0′. Quæritur capacitas? Latere 41. 6′, decieſquinquies aucto, prodit vniuerſus ambitus 624.0′. Huius dimidium, nimirum 312.0′. eſt longitudo baſis parallelepipedi efformandi. Perpendicularis a centro in latus, videlicet 97.8′.—eſt latitudo dictæ baſis; hoc modo eruenda: ſi, cum quindecanguli latus eſt 41582, perpendicularis eſt 97,815; ergo, cũ quindecanguli latus eſt 41. 6′, perpendicularis erit 97. 8′:— Iam longitudo 312.0′, per latitudinem 97.8′; facit planitiem 30513. 6′. quæ per altitudinem 200. 0′, producit ſoliditatem pollicum cubicorum 6102720. 0′. hoc eſt, Veches 101: Ohmas 4: Quartalia 5: Menſ. 1: Quadrant. 3.

Long. 97.8′.
Lat. 312.
1956
978
2934
30513.6′.
Altit. 200.
6102720.0′.

CA-

Capvt XX.

De ſtereometria Cylindri.

SIc altitudo ſolidi plani dirigitur. Sequitur gibbi dire-ctio: quæ eſt Cylindri, Con:, & Sphæræ.

2 *Cylindri altitudo, quia vniformis vndiquaque eſt, directione opus non habet.*

Baſis cylindri e cap. 14 huius dirigenda eſt: vt longitudo atque latitudo conſtent. Altitudo vero cylindri per ſe directa eſt: quia duæ baſes oppoſitæ ſunt æquales, ſimiles, & parallelæ Ideoq; factus e plano baſios & altitudine, ſoliditas eſt dati cylindri.

Exemplum.

Cylindrus datur, cuius baſios diameter, poll. 43.0′: altitudo, poll. 50.7′: & huius quæritur capacitas? Heic longitudinem baſios ſuppeditat circumferentia dimidiata, diametro 43 0′. in cyclico adiuncta, nimirum poll 67. 5′. 4″. Latitudinis vicem gerit radius, poll 21. 5′. Hinc planities conſtituitur, poll. 1452. 1′. quam idem quoque canon accuratius exhibet, pollic. 1452.2′.6″. Multiplicatis tandem baſi & altitudine, prodit ſoliditas quæſita, cub. 73626. 5′.4″. qui ſunt Vehis 1. Ohma 1, Quartal. 7. Menſ. 1.

Planities	1 4 5 2. 2′.
altitudo	5 0. 7.
	1 0 1 6 5 4
	7 2 6 1 0
ſolid.	7 3 6 2 6. 5′. 4″

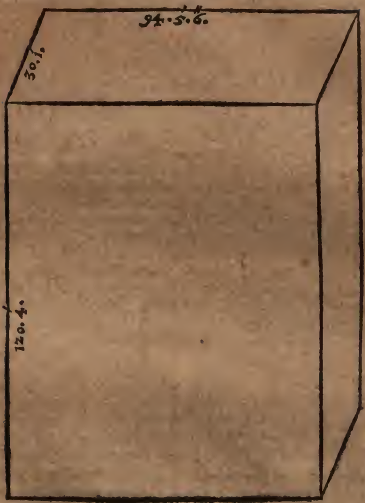
X



Exemplum aliud.

Quæritur capacitas putei, forma cylindracea: cuius baſios diameter 60.2′: altitudo 120.4′. Heic baſios longitudo, ſeu dimidium peripheriæ, e regione diametri 60.2′. in canone circulari eſt 94. 5′. 6″. Latitudo eſt radius 30.1′. Hinc planities in eodem canone datur 2845.4′. Quæ per altitudinem multiplicata, facit ſoliditatẽ 342706. 5′. hoc eſt, Veh. 5, Ohm. 4, Quart. 5, Menſ. 1, Quadrant. 2 $\frac{1}{2}$.

Plan.	2846.4′.
Altit.	120.4′.
	113856
	56928
	28464
ſolid.	342706.5′.6″.



Aliud exemplum.

Quæritur capacitas medimni, ſeu capſæ cylindraceæ, qua frumenta menſurantur, octaliſque vulgo dicti quarta pars eſt: ſi eius baſios diameter ſit 14. 8′. altitudo 11, 5′. Diameter in cyclica tabella habet aream 172. 0′.

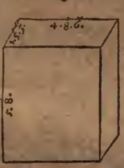
qnia leui[illegible] [illegible]gentia in ſoliditate exigua momentum habet. Area igitũ diam[illegible]tri [illegible] [illegible], eſt 0.1′.2″.5‴.6⁗.6^{v}.8^{vi}.8^{vii}. & diametri maioris 0.5′, a[illegible]a eſt [illegible].6[illegible].3⁗.5^{v}.7^{vi}.5^{vii}. Differentia harum arearũ eſt 7″.0‴.5⁗.8^{v}.8^{vi}.[illegible] [illegible] dimidium 3″.5‴.3⁗.4^{v}.4^{vi}.3^{vii}, additum minori areæ, facit aream q[illegible]ſi[illegible]m 0.1′.6″.1‴.0⁗.1^{v}.3^{vi}.1^{vii}. Hæc area per altitudinem 38.2′, pa[illegible] fa[illegible] ſol[illegible]ditatem, ſeu ſpatium liquoris effundendi, poll. 6.1′.5″. quæ vigeſima circiter menſuræ pars exſiſtit.

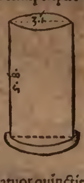
Diametri 0.4′.5″. area 1′. 6″. 1‴.
altit. 3 8. 2′.

```
            2
Menſ. 1 2 5.0 0 0       (1 0.3′.
      6 1 5 5 5
      6 1 1
      6

        3  2  2
  1  2  8  8
  4  8  3
ſolid. 6. 1′. 5″. 0‴. 2⁗.
```

Aliud exemplum. Quæritur poculi cylindracei capacitas, cuius baſios diameter 3.1′. altitudo 5.8′. Longitudo baſios eſt ſemiperiphereia: quæ ad diametrum 3.1′. in tabella cyclica reperitur 4.8′.6″. Latitudo baſios eſt radius 1.5′.5″. Hinc planities in eodem canone datur 7.5′.4″.7‴.9⁗. quæ per altitudinem 5.8′. facit ſoliditatẽ 43.7′.7″.&c. hoc eſt, quadr. 1$\frac{1}{3}$. Quot huiuſmodi pocula menſuram æquant? Si cubi 43.7′.7″ æquantur vni poculo: ergo cubi 125.0′ æquãtur poculis duob⁹, & octo decimis, ſeu quatuor quinctis partibus vnius poculi. Proinde menſura continet eiuſmodi pocula 2$\frac{4}{5}$.





Diam. 3.1′. area: 7. 5′. 4″. 7‴. 9⁗.
altit. 5. 8′.

```
  6 0 3 8 3 2
3 7 7 3 9 5
ſolid. 4 3. 7′. 7″. 7‴. 8⁗. 2v.
```

```
          2 4
        3 7 4 6 4
Menſ. 1 2 5.0.0.0.
        4 3 7 7 7      (poc. 2.8′.
          4 3 7
       8 7 5 4 6
        3 5 0 1
          X  3
```

Aliud exemplum. Quæritur capacitas poculi cylindracei anguſti, & ſatis longi: cuius baſios diameter 1.6′: altitudo 10.2′. Diametri planus in cyclica datur 2.0′.1″: qui per altitudinem 10.2′, facit ſoliditatem 20.5′: hoc eſt, quadr. 0$\frac{5}{4}$.

Quot huiuſmodi pocula menſurā conſtituunt? Si cubi 20.5′ æquantur vni poculo: ergo cubi 125.0′, æquantur poculis ſex, & præterea vni decimæ parti fere vnius poculi. Proinde menſura continet eiuſmodi pocula ſex, cum decima fere vnius parte.

```
        2 1 5 5
Menſ. 1 2 5 0 0 0
        2 0 5 5 5
          2 0 0    (poc. 6. 0′. 9.
            2
      -----------
      1 2 3 0 4 5
          2 8
```

```
Diam. 1.6′ area 2. 0′. 1″.
       altit.  1 0. 2′.
              ---------
                4 0 2
              2 0 1
              ---------
solid.  2 0. 5′. 0″. 2‴.
```

Aliud. Quæritur capacitas pixidulæ cylindraceæ: cuius baſios diameter 0.6′: altitudo 0.9′. Diametri planus in cyclico canone reperitur ſatis præciſe, 2′.8″.2‴.7⁗.5ᵛ.4ᵛⁱ.8ᵛⁱⁱ: qui per altitudinem 0.9′, facit ſoliditatem 2′.5″.4‴.5⁗. Quot vero pixidulis huiuſmodi explendis menſura vna theriacæ ſatis erit? Si cubi 0.2′.5″.4‴.5⁗, æquantur vni pixidulæ: ergo cubi 125.0′, æquantur pixidulis 491 ⊣⊢

```
              4 0
          3 2 9 5 5
Menſ. 1 2 5 0 0 0 0    (pixidulæ 491 ⊣⊢
        2 5 4 5 5 5
          2 5 4 4
            2 5
      -------------
      1 0 1 8 0 5 5
        2 2 9 0 4
            2 5
```

Aliud. Capſulæ cylindraceæ, pro excipiendo cydoniorum ſucco inſpiſſato, quæritur capacitas: cuius baſios diameter 7.2′. altitudo 0.8′. Diametri

metri 7.2′. area in cyclico canone inuenitur 40.7′.1″.6‴. quæ cum altitudine 0.8. facit ſoliditatem cuborũ pollicarium 32.5′.7″. hoc eſt, quad. 1. fere. Quot huiuſmodi capſulæ menſura vna ſucci poſſunt adimpleri? Si cubi 32.5′.7″. æquantur vni capſulæ: ergo cubi 125.0′. æquantur capſulis tribus, & octo decimis partibus vnius capſulæ.

```
            1   3
            7 2 9 4
Menſ.   2 2 5 0 0 0 0
          3 2 5 7 7 7   (capſ. 3.8′.5″.
            3 2 5 5
              3 2
        ___________
          9 7 7 1 0
          2 6 0 5
```

Diam. 7.2′. area 40.7′.1″.6‴.
8′.
ſolid. 32.5′.7″.2‴.8⁗.

CAPVT XXI.

De alia Cylindri ſtereometria, per regulam propriam cylindrimetricam: deq; regulæ huius fabrica e canone cyclico. Vbi ſimul (data quãtitate continua diametri vnius mẽſuræ, vel vnius decimæ) duplex traditur compendium inuentionis omnium diametrorum primam ſequentium; tum e tabella radicum quadratarum; tum ex hypoteinuſa trigoni rectanguli.

ITa cylindri geodæſia regulæ noſtræ cubimetricæ ope abſoluitur. Verum quia ſpecialis cylindrimetricæ vſus paſſim percrebuit: huius etiam fabricam & vſum paucis expediemus.

2. Cylindrimetrica autem regula eſt inſtrumentum ſtereometricum, ſectum dimenſione cylindri monometri, tum ſimplicis, tum compoſiti æquealti cuiuſuis: explorandæ cylindrorum capacitati accommodatum.

Regulam cubimetricam, vſus praxiſq; amplitudine vniuerſalem, ac vere regiam, hactenus docuimus. Sed vulgares cylindrimetricā, ad capacitatem cylindrorum explorandam, priuatim parant. Quæ (per ſe quoq; nobiliſſima, ſi recte paretur) noſtra tamen illa multis nominibus inferior eſt. Vſus enim noſtræ non ad cylindros tantum, ſed ad omnium regularium corporum ſoliditatem facile extenditur. Accuratior etiam noſtræ calculus eſt: quod minutarum & æqualium regulæ partium diligenti obſeruatione vix quidquam præteriri ſoleat. Cylindrimetricæ autem regulæ partes, altitudinis quidem adeo exiguæ non ſunt, ſi octonæ (vt fere fit) ſingulis menſuris dentur: ſi plures, tædioſa fit maioribus numeris ſupputatio. Baſimetræ partes præterea inæquales ſunt: inferius maiores, minores ſuperius; imo regulæ iuſta continuatione minimæ, ſi octonis menſuræ ſingulæ diſtinguantur: vnde lapſus facilem occaſionem quiuis conijcere queat. Nihilominus, vt artis varietas polydædala eo fiat ſplendidior; cylindrimetricæ etiam naturam explanare propoſuimus.

3. Fabrica eius eſt artificioſa regulæ ſectio, in partes, ſingulas liquoris mēſuras cylindri forma comprehendentes.

4. Partes illæ duorum ſunt generum, diuerſis regulæ lateribus inſcribendæ: Altimetræ, & Baſimetræ.

5. Altimetræ, cylindri altitudinē ſpatiis menſuræ æqualibus, arbitrio geodætæ poſitis, metiuntur: ac porro in decem minores æquales ſubdiuidūtur.

Omnis magnitudo, quibus continetur, iiſdem & ſecatur: per conſectar. element. 5, lib. 1 Geomet. P. Rami. Hinc cylindrus, quoniam altitudine baſiq; continetur, his ipſis ſecandus ac dimetiendus venit. Quamobrem cylindrimetricæ regulæ partes duæ ſtatuantur neceſſe eſt: altitudinis vna, baſios altera. Vtraq; autem pars, altimetra, & baſimetra, e cylindro monometro primum ſectionis ſuæ interuallum obtinet: quod poſtmodum, pro compoſiti cylindri menſuræ numero, artificioſe continuandum: altitudinis quidem, in cylindris æqualium baſium, paribus ſpatiis: baſios vero, ſeu diametri, in æquealtis cylindris, ſpatiis inæqualibus.

Quantitas altitudinis cylindri vnam menſuram capientis, pro placito ſtatui poteſt, pollicum regulæ ſtereometricæ vnius, duorum aut trium. Si vero altitudo maior ponatur: exigua futura eſt baſios diameter: & proinde minus apta ſingularum diametri menſurarum, præſertim in ſuperiori regulæ parte, ſubdiuiſio. Nos ergo quamlibet partem altimetram, exempli loco vno pollice definiemus. Cete-

Ceterum altitudinis vnius menſuræ interuallum, pollicis vnius, in regula æquabiliter continuandum. Cylindri enim cuiuſuis ſecundum altitudinem ſolam compoſitio; gemini videlicet, terni, quaterni, &c. totuplæ pariter altitudinis cōpoſitionem habet; geminæ, ternæ, quaternæ: vt, cylindrus duarum menſurarum, monometri altitudinem duplam: cylindrus trium menſurarum, triplam &c. habet: ſi baſes omnibus æquales. Altitudines quippe cylindrorum baſi æqualium, ſunt vt ipſi cylindri: e prop. 14. lib. 12. Eucl. Quare, cum cylindri continentes menſuram vnam, duas, tres, quatuor, &c. de more proportionis arithmeticæ, differentiarum æqualitatem habeant; & poſterior ſemper producatur e proxime priori, differentia æquali ſuperaddita: cylindrorum quoq; iſtorum altitudines, & hinc regulæ partes altimetras differentiarum æqualitatem habere, neceſſe eſt.

Mēſuræ altitudinis ita notatæ ſingulæ in denas minutias æquales rurſus ſecandæ: & hæ animo in alias denas ſecundarias: nam vnum altitudinis ſcrupulum primum, ob exilitatem ſpatii, nec in decem, nec in quinque, ſed in duo ſaltem ſegmēta, vtrinq; ſcrupula quinq; ſecunda denotantia, manu commode diuidi poteſt. Licet vero ſpatia ſingula, tum altitudinis tum diametri, vulgo in quaternas, vel octonas partes ſecari ſoleant: nobis tamen denæ, quia numerationi expeditæ plurimum cōducunt, magis probantur.

Huius altimetræ regulæ ſectionis rudimentum ſub finem huius capitis exhibetur, literis αβ ſignatum, & ibidem plenius explicatum. Delineatio quoque integra c. 3. compendii exſtat.

6. Baſimetrę, baſios cylindri diametrum ſpatiis menſuræ inæqualibus, pro baſium ſingulorum cylindrorum æquealtorum ratione deſcriptis, metiūtur: ac porro in denas minores inæquales, eademmet baſium ratione ſubdiuiduntur.

7. Baſimetræ partes, diametri etiam vocantur: quia baſium dimenſio vix aliter quam diametris inſtitui poteſt. Et hæ diametri vel Quadratæ ſunt, ſeu Cardinales, quarum menſuræ quadratus eſt numerus; vt 1.4.9.16.25.36.49.64.81.100.121.144.&c. aliæ Interiectæ quadratis; vt 2.3.5.6.7.8.10.11.12.&c.

Dimenſio baſios, peripheria, ceu termino ſuo, proprie fieri deberet. Sed quia rotundum regulæ directæ ἐφαρμόσιν non admittit; diameter adhibetur.

8. Quadratæ diametri, ſi adinuicem ordine conferantur, in ipſa regula

ſpatiorum interualla habent æqualia. Prima autem, ſeu monometra, Simplex eſt: reliquæ omnes Compoſitæ e ſimplici. Nam ſecunda quadrata diametrus, quatuor menſurarum, primam quadratam vnius menſuræ bis cõtinet: tertia nouem menſurarum, ter: quarta, ſedecim menſurarum, quater: &c.

9. Ideoq; ſpatio inuento primæ quadratæ diametri: reliquarum ſpatia, ordine paribus interuallis continuata, inuenta ſunt.

10. Sectio ergo regulæ baſimetra, ad datam altitudinem monometram, baſes congruas, harumq; diametros inueſtigat, datorum quotlibet cylindrorum æquealtorum.

11. Inuentio hęc baſium & diametrorum duplex eſſe poteſt: nimirum e datorum cylindrorum vel Soliditate, vel Capacitate: quorum priorem Canon ſubminiſtrat cyclicus; poſteriorem Vas cylindraceum notæ capacitatis.

12. E ſoliditate baſes inueniuntur, diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri, per altitudinem datam monometram. Quotus enim aream exhibet quæſitæ baſios: cui diameter in cyclica tabella reſpondet; rariſſime exacte, ſed fere per partem proportionalem differentiæ tum arearum, tum diametrorum, proxime maiorum & minorum, eruenda.

Menſuræ omnes diametrorum regulæ cylindrimetricæ, ad menſuram altitudinis ſolitariæ referantur. Quare altitudine ſolitaria, ſeu vnius menſuræ exigua exiſtente, maior eſt baſis: magna vero altitudine ſuppoſita, baſis cylindri, æqualis ſoliditatis, neceſſario minor eſt.

Porro regulæ partes baſimetræ, ſeu diametrorum menſuræ, inæqualia habent ſpatiorum interualla: ſecus quam altimetræ partes. Si enim regula baſes areis ſuis metiretur: tum areas cylindrorum mẽſuræ vnius, duarum, trium, quatuor, &c. itidem (vti altitudines) deprehenderet æqualibus differentiis diſtare. At quoniam baſium dimenſio non areis inſtituitur, ſed diametris: propterea baſimetræ partes inæquales ſunt. Sic cylindrus menſurarum duarum, altitud. poll. 1.0′, ſuę quidem baſios aream, poll. 250.0′, duplam habet areæ pollicum 125.0′. baſios cylindri monometri æquealti: at diametrum minime duplam habet, ſed in proportione radicum arearum inuẽtarum. Nam circulorum areæ ſunt vt quadrata diametrorum; e prop. 2 lib. 12. Eucl. itemque radices arearum, vt radices quadratorum a diametris. Proinde proportio radicum baſium cylindrorũ æquealtorum, eſt proportio dia-

tio diametrorum earundem baſium: & notis baſium areis, in tabella cyclica diametri ſtatim offeruntur, vel per μέσης ἐπιβάλλει eliciuntur.

Soliditas autem cylindri cuiuſlibet dati innoteſcit, multiplicatione numeri menſurarum, eo ipſo cylindro contentarum, per numerum pollicum cubicorum vnius menſuræ, nimirum poll. 125.0′, e noſtra hypotheſi. *Exempli gratia*. ſoliditas cylindri vnius mẽſuræ eſt poll. 125.0′: ſoliditas cylindri duarum mẽſurarum, eſt poll. 250.0′: trium, 375.0′: decem, 1250.0′: vigintiquatuor menſurarum ſoliditas, pol. 3000.0′: & ſic de reliquis. Hæc ipſa ſoliditas cylindracea, inſtar numeri facti, cõtinetur propria altitudine, & baſi; ceu factoribus ſuis. Ideoq; notis facto, nimirum ſoliditate; & factorum alterutro, ſcilicet altitudine; reliqui factoris, nimirum baſios, promta eſt inuentio, e facti per notum factorem, hoc eſt, e ſoliditatis per altitudinem diuiſione.

Exempli gratia, inquirendæ ſunto diametri baſium cylindrorum æquealtorum, continentium menſuram vnam, duas, tres, &c. quotquot regulæ, ſex pedes circiter longæ, inſcribi poſſunt. Baſes igitur eorundem cylindrorum, altitudini ſolitariæ vnius pollicis conuenientes, ordine ita exquiruntur. Primum cylindri vnius menſuræ ſoliditas eſt poll. 125.0′: altitudo cõſtituta poll. 1.0′. Ergo diuiſis pollicibus 125.0′: per 1.0′, manet baſis poll. 125.0′: quia vnitas non diuidit. Hæc baſis in cyclica quæritur, ſub arearum titulo. Et quia præciſe non reperitur; duæ proximæ baſes, maior, minorq;, cum ſuis e regione diametris, transſcribuntur: vt e trium baſium differentiis, diametrus quæſita proportionalis concludatur, hoc modo:

Baſ. maior 126.6′.8″.2‴.0⁗.	cuius diã. 12.7′.	baſ. intermed. 125.0′.0″.0‴.0⁗.
minor 124.6′.9″.4‴.8⁗.	12.6′.	min. 124.6′.9″.4‴.8⁗.
diff. 1.9′.8″.7‴.2⁗.	diff. 1′.	diff. 3′.0″.5‴.2⁗.

Hinc aurea regula ita colligit: Differentia baſium 1.9′.8″.7‴.2⁗, habet differẽtiam diametrorum 1′: ergo differentia baſium 3′.0″.5‴.2⁗, habebit differentiam diametrorum 1″.5‴.3⁗: quæ, minori diametro poll. 12.6′. additæ, faciunt diametrum quæſitam baſios cylindri monometri, poll. 12.6′.1″.5‴.3⁗.

Diff. baſ. 1.9′.8″.7‴.2⁗, habet diff. diam. 1′: ergo diff. baſ. 3′.0″.5‴.2⁗, habet diff. diam. 1″.5‴.3⁗.

```
                1   5
                7 1 2
            1 0 6 4 8 8 4
Diuidendus:: 3 0 5 2 0 0 0^v''''            3'.0''.5'''.2''''.
            1.9 8 7 2 2 .2'''' (diff.diã.1''.5'''.3''''.        1'.
              1 9 8 7 7                   Ds. 3''.0'''.5''''.2^v.
                1 9 8
           ---------------
            1 9 8 7 2 0 6
              9 9 3 6 1
                3 9 6
```

Hæc quantitas poll. $12.6'.1''.5'''.3''''$—+—, regulæ diligenter imprimẽda, ad literam c diagrammatis: non tamen parce nimis, ſed leuicule plenius, ob ſignum addendorum—+—adiectum.

Ipſum quoq; hoc ſpatium poll. $12.6'.1''.5'''.3''''$—+—, protinus in regula, quoties placet, verbi gratia, ſexies, ſepties, vel octies, æquis interuallis continuandum: vt ſic diametri quadratæ prodeant: nimirum ſecunda, quatuor menſurarum, ad literam d, habens pollices $25.2'.3''.0'''.6''''$: tertia, nouem menſurarum, ad literam e, habens poll. $37.8'.4''.5'''.9''''$: quarta, ſedecim menſurarum, ad literam b, habens pollices $50.4'.6''.1'''.2''''$: & ſic deinceps.

Sed quoniam adminiculo ſpatii primæ quadratæ diametri, reliquarũ omnium diametrorum interualla compendio aliquo regulæ inſcribi poſſunt: (quemadmodum mox intelligetur) hoc ipſum ſpatium accuratione quanta fieri poteſt maxima definiendum. Norunt autem mechanici, ſpatii alicuius compoſitionem multiplicẽ ſemper in praxi minus accuratam eſſe, compoſiti eiuſdem ſpatii diuiſione. *Exempli gratia*: ſi longitudo pollicum 10 decies ſit componenda; vel continua longitudo poll. 100. in decem æquales partes ſecanda: mechanicus decem ſegmenta continuæ lõgitudinis, circino diducto contractove, vniuerſim aut particulatim, tamdiu perquiret, donec præciſe inueniat: poſt vero, ſi vnum ex illis ſegmentis eadem circini apertura decies componere & continuare pergat; rariſſime iunctorum ſegmentorum extremum datæ longitudini cõtinuæ ad amuſſim reſpõdere deprehẽdet. Quod ſi longitudini vnius ſegmẽti ſignum addendorum—+—,

vel

vel ſubtrahendorum —. adhæreat: compoſitionis multiplicis aberratio eo grauior metuenda: nam ſegmenti ſimplicis error etiam leuis, ſæpius iteratus interditur.

Hac de cauſſa rectius quantitas diametri quadratæ maximæ, quam regula fabricanda capere poteſt, primo omnium regulæ inſculpitur: quæ poſtmodum partibus compoſitionis ſuę æquabiliter diſtincta, inferiorum quadratarum diametrorum omnium in regula baſimetra ſitum ac interualla commonſtrat. Pro exemplo, regulæ fabricandæ longitudo eſto pedum ſex, cum ſemiſſe. Quoniam ergo ſpatium monometrum inuentum eſt poll. 12. 6′.1″.5‴.3⁗.—+—, applicatione regulæ cubimetricæ ad fabricandam regulam, experiundum, quoties inuentum ſpatium monometrum rudis adhuc regulæ ſpatio imprimi queat. Cumque ſexies id fieri poſſe appareat: diſcreta quantitas primæ diametri, poll. 12. 6′.1″.5‴.3⁗ —+—. ſenario multiplicanda: vnde quantitas ſextæ diametri quadratarum prodit, poll. 75. 6′. 9″. 1‴. 8⁗—+—. regulæ cubimetricæ. Quare ſpatium hoc fabricandæ regulæ infigendum: & in ſex æquales partes diuidendum. Sic namque ſex quadratarum diametrorum interualla reperta ſunt: primæ, ad literam c diagrammatis: alterius, ad d: tertiæ, ad e: quartæ, ad b. &c.

Inuentis ita diametris quadratis: ad interiectas nunc accedendum, menſurarum videlicet duarum, trium, quinque, ſex, &c. Cylindri ergo duarum menſurarum ſoliditas eſt pollicum cubicorum 250.0′, & altitudo poll. 1. 0′. Vnde diuiſis 250.0′, per 1.0′, baſis manet poll. 250.0′: cuius diameter cyclici ope ſic elicitur.

Baſ. maior	251.6′.5″.9‴.6⁗.	cuius diam.	17.9′
min.	248.8′.5″.5‴.6⁗.		17.8′.
diff.	2.8′.0″.4‴.0⁗.		diff. 1′.

Baſ. intermedia	250.0′.0″.0‴.0⁗.
minor	248.8′.5″.5‴.6⁗.
diff.	1.1′.4″.4‴.4⁗.

Hinc diametrus baſi intermediæ proportionata ſic colligitur. Differentia baſium 2.8′.0″.4‴.0⁗, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia baſium 1.1′.4″.4‴.4⁗, habebit differentiã diametrorum 4″.0‴.8⁗: quæ minori diametro addita, conſtituunt diametrum quæſitam baſios cylindri duarum menſurarum, poll. 17.8′.4″.0‴.8⁗.—+—[*Hoc loco ſciendum,*

non diametros, ſed harum quadrata baſibus proportione reſpondere: e prop. 2. li. 12. Eucl. ideoq; diametrum per μέσος ἐπιβάλλον inuentam, vera diametro nonnihil ſemper minorem eſſe: quod in baſibus valde diſtantibus manifeſtum eſt. Heic autem, ob exiguam baſium vicinarum differentiam, error notabilis in diametri baſios intermediæ inueſtigatione oboriri nequit.] Inuenta igitur quantitas poll. 17.8′.4″ ⟶ pro duarum menſurarum diametro, ad literam f diagrammatis, regulæ inſerenda.

Diuidendus 1′.1″.4‴.4⁗.4ᵛ.0ᵛⁱ.0ᵛⁱⁱ. (diff. diam. 4″.0‴.8⁗.
diuiſor 2.8′.6″.4‴.

Simili artificio ſequentium quotlibet cylindrorum & baſes & diametros inueſtigare licet. Quod compendii 14 capite in tyronum gratiam ad ſextã quadratam diametrum præſtitimus; regulæ videlicet iuſtam longitudinẽ, ſex pedibus maiorem.

Verum minori labore diametri ſingulæ inueniuntur ope tabulæ cuiuſdam (vulgo notæ) radicum quadratarum, e numeris integris, ab vnitate naturali ſerie progredientibus, extractarum. Cuius ad inſtitutum noſtrum accommodatio ſequenti elemento comprehenditur.

13. Compendium vero heic eſt inuentionis diametrorum, primam, ſeu monometram ſequentium: e duplicata ratione laterum homologorum in circulis. Latus enim quadratum capacitatis cuiuslibet cylindri numero integro expreſſæ atque in partes magni alicuius nominis quadrati reductæ; pro baſios illius diametro eſt. Continua autem partium illarum quantitas, e diametri monometræ ſpatio, latere quadrato ſuæ capacitatis diuiſo, innoteſcit: vnde poſtmodum reliquarum omnium diametrorum partes æſtimatæ, in regulam cylindrimetricam ordine transferuntur.

14 In hunc vſum apud Vulgares laterum quadratorum canon exſtat: qui radices menſurarum, ad partes millies milleſimas vel decima ſcrupula ſexti ordinis reductarum, complectitur.

Quadratis diametris regulæ inſcriptis; intermediæ compendio elici poſſunt; ſi capacitas cuiuslibet cylindri, ſeu numerus menſurarum contentarum (numerus enim ſoliditatis cubicæ maior, ideoque calculo incommodior eſt) reſoluatur in minutias magni alicuius nominis quadrati, & hinc radix quadrati extrahatur, ac pro baſios diametro adſeruetur. Nomen autem illud quadratum vnitate & circulis conſtare præſtat. quale nomen eſt partium millies milleſimarum vel decimorum ſexti ordinis ſcrupulorum.

Sic

Sic enim & reductio menſurarum ad eiuſmodi partes facillima eſt; & ſpatium quadratæ diametri monometræ ob radicem circulis quoq; conſtantem, expeditam magis ſectionem habet. Reductio quidem menſurarum ad partes millies milleſimas fit, ſex circulis menſuræ numero, ſeu capacitati, adpoſitis: & ſic 1 menſura æquatur partibus $\frac{1000000}{1000000}$: 2 menſuræ habēt partes $\frac{2000000}{1000000}$: 37 menſuræ conſtituuntur $\frac{37000000}{1000000}$ partibus: &c. ſpatium vero diametri monometræ, ſeu radix quadrata de 1000000, nimirum 1000, nō incōmode in partes æquas diuidi poteſt: nimirum in denas, vicenas, quinquagenas, centenas, ducentenas, quingentenas: reſpectu numerorum aliorum quadratorum, ægre diuiſibilium, quales ſunt 654, item 987 itē 1331, &c. Compendium ergo hoc radicem capacitatis cuiuslibet cylindri æquealti, pro diametro baſios vſurpat. Cuius hæc eſt ratio. Baſes circulares ſunt vt quadrata diametrorum: e prop. 2. lib. 12. Eucl. nam plana ſimilia duplicatam habent rationem homologorum laterum: e prop. 20. lib. 6. prop. 11. & 18. lib. 8 Eucl. Et: cylindri æquealti, ſi capacitas, vel potentia eorum conſideretur, ſunt vt baſes: e prop. 11. lib. 12. Eucl. Ergo cylindri æquealti ſunt vt a baſium diametris quadrata. Quare cylindrorum æquealtorum ad inuicē ratio, eſt etiam ratio, tum baſium eorundem, tum quadratorum a diametris baſium. Nam triplices heic ſunt eiuſdem proportionis termini: nimirum, capacitates duorum quorumlibet proximorum eiuſdem altitudinis cylindrorum; verbi gratia, A, vnius menſuræ, ſeu partium $1.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$, & B, duarum menſurarum, ſeu partium $2.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$: deinde baſes eorundem cylindrorum A & B: tandem quadrata diametrorum dictarum baſium A & B. Latera enim e diuerſis hiſce terminis eiuſdem rationis extracta, parem adinuicem proportionem habent: ideoque radices vel capacitatis, vel baſium, vel quadratorum a diametris hoc loco pro diametris æque vſurpari & haberi poſſunt: ita tamen, vt termini rationis eiuſdem generis, in primo, ac reliquis omnibus cylindris, retineantur: id eſt, vt omnes radices, vel de ſolis capacitatibus cylindrorum extrahantur, vel de ſolis baſium areis, vel de ſolis diametrorum quadratis. Quoniam vero heic, ex hypotheſi noſtra, rationum termini non niſi in ipſis cylindris noti ſunt; ignoti autem in baſibus, & quadratis diametrorum: fit, vt latera aut vera, aut veris proxima, notæ capacitatis cylindrorum A & B, vicē gerant laterum ignotarum baſium A & B; atque ignotorum quadratorum a diametris baſium A & B. Euidentiā hanc praxis adſtruit; vt ſequitur. Capacitas cylindri A, vnius menſuræ, eſt partiū $1.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$. & proin-

de B, duarum menſurarum, eſt partium $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. Latera hinc extracta $1.0'.0''.0'''$, & $1.4'.1''.4'''$, habent rationem ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Iam baſis cylindri A ponatur partium 36: & B dupla, videlicet partium 72: vnde latera inueniuntur $6.0'.0''.0'''$, & $8.4'.8''.5'''$: quæ ſimiliter rationem habent ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Tandem, quadratum diametri baſios A ſtatuatur partium 20: & B duplum, nempe partium 40: quorum radices $4.4'.7''.2'''$, & $6.3'.2''.4'''$, eandem prorſus cum ſuperioribus rationem habent; nimirum ſuperpartientem $4'.1''.1'''$.

Notas igitur cylindrorum capacitates, ſigillatim quaſque ad partes millies milleſimas, ſeu ſexta decimorum ſcrupulorum, reducemus: & latera, ſecundum doctrinam cap. 3 huius, inde extracta, pro diametris baſium datorum cylindrorum adſeruabimus. Sic capacitas cylindri monometri partiũ erit $1.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: & huius numeri radix, ſcilicet $1.0'.0''.0'''$, erit diameter vnius menſuræ, ſeu prima quadratarum. Capacitas cylindrorum menſurarum duarum, trium, decem, centum, &c. partium erit $2.0'.0'.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $3.0'.0'.0''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $10.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $00.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. &c. harumque radices, nimirum $1.4'.1''.4'''$: $.7'.3''.2''$: $3.1'.6''.2'''$: $10.0'.0''.0'''$. &c. erunt diametri menſurarũ duarum, trium, decem, centum, &c. talium partium, qualium diameter monometra $1.0'.0''.0'''$. obtinet

Verum in gratiam eorum, qui ἀναλύσεως quadratorum vel ignari ſunt, vel calculi tædium fugiunt, canonem addemus radicum ſingularum menſurarum, a ſolitaria, ad quadringenteſimam: propoſitum quoque a cupametris, maxime ab Erharto Helm, & Simone Iacobæo, mathematicis & ciuib. quõdam Reipubl. Francofurtenſis honoratis; atque a nobis auctum: e quo ſine negotio radices vniuſcuiuſque capacitatis, ſiue menſuræ, loco diametrorum exſcribi, ductuque ſectionis millenariæ (vel ſcrupulorum decimorum tertii ordinis) diametri monometræ, in regulam ordine tranſferri poſſunt.

Canon

Canon laterum quadratorum, integrorum, ordine ab unitate ſe conſequentium, in partibus millies milleſimis; ſeu ſcrupulis decimis ſexti ordinis.

Capacitas, in meſuris.	Radices capacitatis, ſeu, diametri.				Menſuræ.	Diametri.				Menſuræ.	Diametri.			
	°	'	''	'''		°	'	''	'''		°	'	''	'''
0	0				0	0				0	0			
1	1	0	0	0	24	4	8	9	8	47	6	8	5	5
2	1	4	1	4	25	5	0	0	0	48	6	9	2	8
3	1	7	3	2	26	5	0	9	9	49	7	0	0	0
4	2	0	0	0	27	5	1	9	6	50	7	0	7	1
5	2	2	3	6	28	5	2	9	1	51	7	1	4	1
6	2	4	4	9	29	5	3	8	5	52	7	2	1	1
7	2	6	4	5	30	5	4	7	7	53	7	2	8	0
8	2	8	2	8	31	5	5	6	7	54	7	3	4	8
9	3	0	0	0	32	5	6	1	7	55	7	4	1	5
10	[illegible]	1	6	2	33	5	7	4	4	56	7	4	8	2
11	3	3	1	6	34	5	8	3	1	57	7	5	4	9
12	3	4	6	4	35	5	9	1	6	58	7	6	1	6
13	3	6	0	5	36	6	0	0	0	59	7	6	8	1
14	3	7	4	1	37	6	0	8	2	60	7	7	4	6
15	3	8	7	3	38	6	1	6	4	61	7	8	1	0
16	4	0	0	0	39	6	2	4	4	62	7	8	7	4
17	4	1	2	3	40	6	3	2	4	63	7	9	3	7
18	4	2	4	2	41	6	4	0	3	64	8	0	0	0
19	4	3	5	9	42	6	4	8	0	65	8	0	6	2
20	4	4	7	2	43	6	5	5	7	66	8	1	2	4
21	4	5	8	2	44	6	6	3	3	67	8	1	8	5
22	4	6	9	0	45	6	7	0	8	68	8	2	4	6
23	4	7	9	6	46	6	7	8	2	69	8	3	0	7

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
70	8	3	6	6	98	9	8	9	9	126	11	2	2	4
71	8	4	2	6	99	9	9	4	9	127	11	2	6	9
72	8	4	8	5	100	10	0	0	0	128	11	3	1	3
73	8	5	4	4	101	10	0	4	9	129	11	3	5	7
74	8	6	0	2	102	10	0	9	9	130	11	4	0	1
75	8	6	6	0	103	10	1	4	8	131	11	4	4	5
76	8	7	1	8	104	10	1	9	8	132	11	4	8	9
77	8	7	7	5	105	10	2	4	6	133	11	5	3	2
78	8	8	3	1	106	10	2	9	5	134	11	5	7	5
79	8	8	8	8	107	10	3	4	4	135	11	6	1	8
80	8	9	4	4	108	10	3	9	2	136	11	6	6	1
81	9	0	0	0	109	10	4	4	0	137	11	7	0	4
82	9	0	5	5	110	10	4	8	8	138	11	7	4	7
83	9	1	1	0	111	10	5	3	5	139	11	7	8	9
84	9	1	6	5	112	10	5	8	3	140	11	8	3	2
85	9	2	1	9	113	10	6	3	0	141	11	8	7	4
86	9	2	7	3	114	10	6	7	7	142	11	9	1	6
87	9	3	2	7	115	10	7	2	3	143	11	9	5	8
88	9	3	8	0	116	10	7	7	0	144	12	0	0	0
89	9	4	3	3	117	10	8	1	6	145	12	0	4	1
90	9	4	8	7	118	10	8	6	3	146	12	0	8	3
91	9	5	3	9	119	10	9	0	8	147	12	1	2	4
92	9	5	9	2	120	10	9	5	4	148	12	1	6	5
93	9	6	4	3	121	11	0	0	0	149	12	2	0	6
94	9	6	9	5	122	11	0	4	5	150	12	2	4	7
95	9	7	4	6	123	11	0	9	0	151	12	2	8	8
96	9	7	9	8	124	11	1	3	5	152	12	3	2	8
97	9	8	4	9	125	11	1	8	0	153	12	3	6	9

Mēſ.	Dia[illegible]				Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
154	12	4		9	181	13	4	5	3	208	14	4	2	3
155	12	4	4	9	182	13	4	8	9	209	14	4	5	6
156	12	4	8	9	183	13	5	2	6	210	14	4	9	1
157	12	5	2	9	184	13	5	6	3	211	14	5	2	5
158	12	5	6	9	185	13	6	0	1	212	14	5	6	0
159	12	6	0	9	186	13	6	3	8	213	14	5	9	4
160	12	6	4	9	187	13	6	7	4	214	14	6	2	8
161	12	6	8	8	188	13	7	1	1	215	14	6	6	2
162	12	7	2	9	189	13	7	4	7	216	14	6	9	6
163	12	7	6	7	190	13	7	8	3	217	14	7	3	0
164	12	8	0	6	191	13	8	2	0	218	14	7	6	4
165	12	8	4	6	192	13	8	5	7	219	14	7	9	8
166	12	8	8	4	193	13	8	9	2	220	14	8	3	2
167	12	9	2	2	194	13	9	2	8	221	14	8	6	6
168	1[illegible]	9	6	1	195	13	9	6	4	222	14	8	9	9
1 9	13	0	0	0	196	14	0	0	0	223	14	9	3	3
170	13	0	3	8	197	14	0	3	6	224	14	9	6	6
171	13	0	7	6	198	14	0	7	2	225	15	0	0	0
172	13	1	1	4	1 9	14	1	0	8	226	15	0	3	3
173	13	1	5	2	200	14	1	4	2	227	15	0	6	6
174	13	1	9	0	201	14	1	7	7	228	15	0	9	9
175	13	2	2	8	202	14	2	1	2	229	15	1	3	2
176	13	2	6	6	203	14	2	4	7	230	15	1	6	5
177	13	3	0	4	204	14	2	8	2	231	15	1	9	8
178	13	3	4	1	205	14	3	1	7	232	15	2	3	1
179	13	3	7	9	206	14	3	5	2	233	15	2	6	4
180	13	4	1	6	207	14	3	8	7	234	15	2	9	7

Menſ.	Diametri.				Mēſ	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
235°	15°	3′	2″	9‴	264°	16°	2′	4″	8	293°	17°	1′	1″	7‴
236	15	3	6	2	265	16	2	7	9	294	17	1	4	6
237	15	3	9	4	266	16	3	1	0	295	17	1	7	5
238	15	4	2	7	267	16	3	4	1	296	17	2	0	4
239	15	4	5	9	268	16	3	7	1	297	17	2	3	3
240	15	4	9	2	269	16	4	0	1	298	17	2	6	2
241	15	5	2	4	270	16	4	3	1	299	17	2	9	1
242	15	5	5	6	271	16	4	6	2	300	17	3	2	0
243	15	5	8	8	272	16	4	9	3	301	17	3	4	9
244	15	6	2	0	273	16	5	2	3	302	17	3	7	8
245	15	6	5	2	274	16	5	5	3	303	17	4	0	7
246	15	6	8	4	275	16	5	8	3	304	17	4	3	6
247	15	7	1	6	276	16	6	1	3	305	17	4	6	5
248	15	7	4	8	277	16	6	4	3	306	17	4	9	4
249	15	7	7	9	378	16	6	7	3	307	17	5	2	3
250	15	8	1	1	279	16	7	0	3	308	17	5	5	1
251	15	8	4	3	280	16	7	3	3	309	17	5	7	9
252	15	8	7	4	281	16	7	6	3	310	17	6	0	7
253	15	9	0	5	282	16	7	9	3	311	17	6	3	6
254	15	9	3	7	283	16	8	2	3	312	17	6	6	4
255	15	9	6	9	284	16	8	5	2	313	17	6	9	2
256	16	0	0	0	285	16	8	8	2	314	17	7	2	0
257	16	0	3	1	286	16	9	1	1	315	17	7	4	8
258	16	0	6	2	287	16	9	4	1	316	17	7	7	6
259	16	0	9	3	288	16	9	7	0	317	17	8	0	4
260	16	1	2	4	289	17	0	0	0	318	17	8	3	2
261	16	1	5	5	290	17	0	2	9	319	17	8	6	0
262	16	1	8	6	291	17	0	5	9	320	17	8	8	8
263	16	2	1	7	292	17	0	8	8	321	17	9	1	6

322.

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
322	17	9	4	4	349	18	6	8	2	376	19	3	9	1
323	17	9	7	2	350	18	7	0	8	377	19	4	1	7
324	18	0	0	0	351	18	7	3	5	378	19	4	4	3
325	18	0	2	8	352	18	7	6	2	379	19	4	6	8
326	18	0	5	6	353	18	7	8	9	380	19	4	9	3
327	18	0	8	4	354	18	8	1	6	381	19	5	1	9
328	18	1	1	1	355	18	8	4	3	382	19	5	4	5
329	18	1	3	8	356	18	8	7	0	383	19	5	7	1
330	18	1	6	5	357	18	8	9	6	384	19	5	9	7
331	18	1	9	3	358	18	9	2	2	385	19	6	2	3
332	18	2	2	1	359	18	9	4	8	386	19	6	4	8
333	18	2	4	9	360	18	9	7	4	387	19	6	7	3
334	18	2	7	7	361	19	0	0	0	388	19	6	9	8
335	18	3	0	4	362	19	0	2	6	389	19	7	2	3
336	18	3	3	1	363	19	0	5	2	390	19	7	4	8
337	18	3	5	8	364	19	0	7	8	391	19	7	7	4
338	18	3	8	5	365	19	1	0	4	392	19	8	0	0
339	18	4	1	2	366	19	1	3	0	393	19	8	2	5
340	18	4	3	9	367	19	1	5	6	394	19	8	5	0
341	18	4	6	6	368	19	1	8	2	395	19	8	7	5
342	18	4	9	3	369	19	2	0	9	396	19	9	0	0
343	18	5	2	0	370	19	2	3	5	397	19	9	2	5
344	18	5	4	7	371	19	2	6	1	398	19	9	5	0
345	18	5	7	4	372	19	2	8	7	399	19	9	7	5
346	18	6	0	1	373	19	3	1	3	400	20	0	0	0
347	18	6	2	8	374	19	3	3	9					
348	18	6	5	5	375	19	3	6	5					

cis, a c: & prætereà ſcrupulorum 4′. 1″. 4‴. Cum ergo diameter monometra iam ante regulæ ſit impreſſa, in c; vt & reliquæ omnes quadratæ, in d, e, b, &c. ſcrupula modo eidem ſuperaddenda ſunt. Quo fine charta ſupra memorata, habens diametrum ſcrupulis ſectam A B, ſecundæ cardinali diametro c d applicatur: ita vt inferior chartæ pars A, contigua fiat ſecundæ diametri initio c: & ſuperior chartæ pars B, eiuſdem ſecundæ diametri finem d tangat. [*Secunda diametrus quadrata propriè & verè eſt ſpatium a d. Hoc tamen ſpatio c d id nomen indulgemus: quia, neglecta inferiori parte a c, circa ſuperiorem tantum c d ſectionem occupamur.*] In hac charta ita regulæ aptata, ſcrupula integris adiacentia numeranda ſunt: minora maiori ſuo & veluti auctori ſubordinando. Quatuor igitur prima ſcrupula numerantur in columna b: & vnum ſecundum, in columna c; non indifferenter vbiuis loci, ſed ad intercapedinem quincti ſcrupuli primorum: tandem quatuor tertia, in columna k, ad interuallum ſecundi ſcrupuli ſecundorum, cis eius medium: quia enim tertii ordinis decimæ actu expreſſæ non ſunt; conſideratione ſpatii vnius ſecundi ſcrupuli, quatuor tertiorum interuallum æſtimandum. Quare prope medium ſecundi ſcrupuli ſecundorum terminus diametri duarum menſurarum figitur, ad f literam diagrammatis. Notandum autem diametrorum tranſlationem in regulam, charta hac rectius fieri, quam circino: crurum enim diuaricatorum obliquo ſitu, apicumue adactione paullum leniore vel aſperiore, veſtigia regulæ imprimenda facillime deprauantur.

Trium menſurarum diametrum canon ſuppeditat 1. 7′. 3″. 2‴: quæ eſt quantitas monometra vna a c, iam in regula notata: & prætereà 7′. 3″. 2‴ ſcrupula, in columnis b, c, k, ſuis quæque locis numeranda. Vnde diametri trium menſurarum terminus paullo vltra tertium ſecundorum ad g literam diagrammatis conſtituendus.

Quatuor menſurarum diameter, quia quadrata eſt, 2. 0′. 0″. 0‴, iam ante regulæ ad d literam inſcripta eſt. Ideoque ſecunda cardinali diametro ſic interiectis ſuis diametris diſtincta, charta ſequenti interuallo a d c applicanda.

Quinque menſurarum diameter in canone exſtat 2. 2′. 3″. 6‴: quæ eſt

eſt quantitas monometra gemina, a d, iam ſignata in regula: & amplius 2′. 3″. 6‴, ſcrupula, in columnis b, c, k, numeranda. Vnde diameter quinque menſurarum paullum vltra medium quarti ſecundorum, ad h, literam diagrammatis terminanda.

Sicque deinceps quouſque libet pergendum.

De diametris primorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Diametris menſurarum in regula ſignatis, partes quoque ſingularum menſurarum conſiderandæ; harumque diametri ad datam altitudinem poll. 1. o′ inueſtigandæ. Partes hæ pleriſque quadrantes ſunt: nobis vero (quod & prius monuimus) decimæ. Inueniuntur autem decimarum diametri, (vt ſupra quoque menſurarum integrarum) diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri in decimis, per altitudinem datam monometram, poll. 1. o′: vnde area quæſitæ baſios emergit: cui reſpondens diameter in cyclica per partem proportionalem inquirenda.

Loco exempli: ſoliditas cylindri partem menſuræ decimam capientis, eſt poll. 12. 5′: altitudo poll. 1. o′. Ergo diuiſis pollicibus 12. 5′; per 1. o′; area baſios manet pollicum 12. 5′: quæ in cyclica diametrum proportionalem habet poll. 3. 9′. 8″. 9‴. 2⁗, regulæ ad m, inſcribendam. Et quoniam prima eſt cardinalium ſeu quadratarum in decimis: ideo paribus interuallis continuanda. Vnde altera huius ordinis quadrata diametrus, 4 primorum menſuræ, terminanda ad n: tertia, nouem primorum, ad o: quarta, ſedecim primorum, ſeu potius vnius menſuræ & ſex primorum, ad p: quincta, 25 primorum, ſeu duarum menſurarum & quinque primorum, ad q. Sicque deinceps. Diametri quoque quadratis interiectæ, ſimiliter e circulari canone omnes ordine peti queunt.

Minori autem labore radices capacitatis cylindrorum in decimis, pro diametris vſurpari poſſunt decimarum menſuræ partium: quemadmodum ſupra capacitatis integrorum radices, pro diametris integrarum menſurarum adhibitæ fuerunt. Has igitur decimarum

A a

de B, duarum menſurarum, eſt partium $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. Latera hinc extracta $1.0'.0''.0'''$, & $1.4'.1''.4'''$, habent rationem ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Iam baſis cylindri A ponatur partium 36: & B dupla, videlicet partium 72: vnde latera inueniuntur $6.0'.0''.0'''$, & $8.\ '.8''.5'''$: quæ ſimiliter rationem habent ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Tandem, quadratum diametri baſios A ſtatuatur partium 20: & B duplum, nempe partium 40; quorum radices $4.4'.7''.2'''$, & $6.3'.2''.4'''$, eandem prorſus cum ſuperioribus rationem habent; nimirum ſuperpartientem $4'.1''.5'''$.

Notas igitur cylindrorum capacitates, ſigillatim quaſque ad partes millies milleſimas, ſeu ſexta decimorum ſcrupulorum, reducemus: & latera, ſecundum doctrinam cap. 3 huius, inde extracta, pro diametris baſium datorum cylindrorum adſeruabimus. Sic capacitas cylindri monometri partiũ erit $1.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: & huius numeri radix, ſcilicet $1.0'.0''.0'''$, erit diameter vnius menſuræ, ſeu prima quadratarum. Capacitas cylindrorum menſurarum duarum, trium, decem, centum, &c. partium erit $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $3.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $10.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $00.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. &c. harumque radices, nimirum $1.4'.1''.4'''$: $\ .7'.3''.2'''$: $3.1'.6''.2'''$: $10.0'.0''.0'''$. &c. erunt diametri menſurarũ duarum, trium, decem, centum, &c. talium partium, qualium diameter monometra $1.0'.0''.0'''$. obtinet

Verum in gratiam eorum, qui *ἀναλύσεως* quadratorum vel ignari ſunt, vel calculi tædium fugiunt, canonem addemus radicum ſingularum menſurarum, a ſolitaria, ad quadringenteſimam: propoſitum quoque a cupametris, maxime ab Eckharto Helm, & Simone Iacobæo, mathematicis & ciuib. quõdam Reipubl. Francofurtenſis honoratis; atque a nobis auctum: e quo ſine negotio radices vniuſcuiuſque capacitatis, ſiue menſuræ, loco diametrorum exſcribi, ductuque ſectionis millenariæ (vel ſcrupulorum decimorum tertii ordinis) diametri monometræ, in regulam ordine tranſferri poſſunt.

Canon

Canon laterum quadratorum, integrorum, ordine ab vnitate ſe conſequentium, in partibus millies milleſimis; ſeu ſcrupulis decimus ſexti ordinis.

Capacitas, in menſuris.	Radices capacitatis, ſeu, diametri.				Menſuræ.	Diametri.				Menſuræ.	Diametri.			
0	0	'	"	'''	0	0	'	"	'''	0	0	'	"	'''
1	1	0	0	0	24	4	8	9	8	47	6	8	5	5
2	1	4	1	4	25	5	0	0	0	48	6	9	2	8
3	1	7	3	2	26	5	0	9	9	49	7	0	0	0
4	2	0	0	0	27	5	1	9	6	50	7	0	7	1
5	2	2	3	6	28	5	2	9	1	51	7	1	4	1
6	2	4	4	9	29	5	3	8	5	52	7	2	1	1
7	2	6	4	5	30	5	4	7	7	53	7	2	8	0
8	2	8	2	8	31	5	5	6	7	54	7	3	4	8
9	3	0	0	0	32	5	6	5	7	55	7	4	1	5
10	[illegible]	1	6	2	33	5	7	4	4	56	7	4	8	2
11	3	3	1	6	34	5	8	3	1	57	7	5	4	9
12	3	4	6	4	35	5	9	1	6	58	7	6	1	6
13	3	6	0	5	36	6	0	0	0	59	7	6	8	1
14	3	7	4	1	37	6	0	8	2	60	7	7	4	6
15	3	8	7	3	38	6	1	6	4	61	7	8	1	0
16	4	0	0	0	39	6	2	4	4	62	7	8	7	4
17	4	1	2	3	40	6	3	2	4	63	7	9	3	7
18	4	2	4	2	41	6	4	0	3	64	8	0	0	0
19	4	3	5	9	42	6	4	8	0	65	8	0	6	2
20	4	4	7	2	43	6	5	5	7	66	8	1	2	4
21	4	5	8	2	44	6	6	3	3	67	8	1	8	5
22	4	6	9	0	45	6	7	0	8	68	8	2	4	6
23	4	7	9	6	46	6	7	8	2	69	8	3	0	7

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
70	8	3	6	6	98	9	8	9	9	126	11	2	2	4
71	8	4	2	6	99	9	9	4	9	127	11	2	6	9
72	8	4	8	5	100	10	0	0	0	128	11	3	1	3
73	8	5	4	4	101	10	0	4	9	129	11	3	5	7
74	8	6	0	2	102	10	0	9	9	130	11	4	0	1
75	8	6	6	0	103	10	1	4	8	131	11	4	4	5
76	8	7	1	8	104	10	1	9	8	132	11	4	8	9
77	8	7	7	5	105	10	2	4	6	133	11	5	3	2
78	8	8	3	1	106	10	2	9	5	134	11	5	7	5
79	8	8	8	8	107	10	3	4	4	135	11	6	1	8
80	8	9	4	4	108	10	3	9	2	136	11	6	6	1
81	9	0	0	0	109	10	4	4	0	137	11	7	0	4
82	9	0	5	5	110	10	4	8	8	138	11	7	4	7
83	9	1	1	0	111	10	5	3	5	139	11	7	8	9
84	9	1	6	5	112	10	5	8	3	140	11	8	3	2
85	9	2	1	9	113	10	6	3	0	141	11	8	7	4
86	9	2	7	3	114	10	6	7	7	142	11	9	1	6
87	9	3	2	7	115	10	7	2	3	143	11	9	5	8
88	9	3	8	0	116	10	7	7	0	144	12	0	0	0
89	9	4	3	3	117	10	8	1	6	145	12	0	4	1
90	9	4	8	7	118	10	8	6	3	146	12	0	8	3
91	9	5	3	9	119	10	9	0	8	147	12	1	2	4
92	9	5	9	2	120	10	9	5	4	148	12	1	6	5
93	9	6	4	3	121	11	0	0	0	149	12	2	0	6
94	9	6	9	5	122	11	0	4	5	150	12	2	4	7
95	9	7	4	6	123	11	0	9	0	151	12	2	8	8
96	9	7	9	8	124	11	1	3	5	152	12	3	2	8
97	9	8	4	9	125	11	1	8	0	153	12	3	6	9

Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴
154	12	4	[illegible]	9
155	12	4	4	9
156	12	4	8	9
157	12	5	2	9
158	12	5	6	9
159	12	6	0	9
160	12	6	4	9
161	12	6	8	8
162	12	7	2	9
163	12	7	6	7
164	12	8	0	6
165	12	8	4	6
166	12	8	8	4
167	12	9	2	2
168	12	9	6	1
169	13	0	0	0
170	13	0	3	8
171	13	0	7	6
172	13	1	1	4
173	13	1	5	2
174	13	1	9	0
175	13	2	2	8
176	13	2	6	6
177	13	3	0	4
178	13	3	4	1
179	13	3	7	9
180	13	4	1	6

Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴
181	13	4	5	3
182	13	4	8	9
183	13	5	2	6
184	13	5	6	3
185	13	6	0	1
186	13	6	3	8
187	13	6	7	4
188	13	7	1	1
189	13	7	4	7
190	13	7	8	3
191	13	8	2	0
192	13	8	5	7
193	13	8	9	2
194	13	9	2	8
195	13	9	6	4
196	14	0	0	0
197	14	0	3	6
198	14	0	7	2
199	14	1	0	8
200	14	1	4	2
201	14	1	7	7
202	14	2	1	2
203	14	2	4	7
204	14	2	8	2
205	14	3	1	7
206	14	3	5	2
207	14	3	8	7

Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴
208	14	4	2	3
209	14	4	5	6
210	14	4	9	1
211	14	5	2	5
212	14	5	6	0
213	14	5	9	4
214	14	6	2	8
215	14	6	6	2
216	14	6	9	6
217	14	7	3	0
218	14	7	6	4
219	14	7	9	8
220	14	8	3	2
221	14	8	6	6
222	14	8	9	9
223	14	9	3	3
224	14	9	6	6
225	15	0	0	0
226	15	0	3	3
227	15	0	6	6
228	15	0	9	9
229	15	1	3	2
230	15	1	6	5
231	15	1	9	8
232	15	2	3	1
233	15	2	6	4
234	15	2	9	7

Menſ.	Diametri.				Mēſ	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
235°	15°	3′	2″	9‴	264°	16°	2′	4″	8‴	293°	17°	1′	1″	7‴
236	15	3	6	2	265	16	2	7	9	294	17	1	4	6
237	15	3	9	4	266	16	3	1	0	295	17	1	7	5
238	15	4	2	7	267	16	3	4	1	296	17	2	0	4
239	15	4	5	9	268	16	3	7	1	297	17	2	3	3
240	15	4	9	2	269	16	4	0	1	298	17	2	6	2
241	15	5	2	4	270	16	4	3	1	299	17	2	9	1
242	15	5	5	6	271	16	4	6	2	300	17	3	2	0
243	15	5	8	8	272	16	4	9	3	301	17	3	4	9
244	15	6	2	0	273	16	5	2	3	302	17	3	7	8
245	15	6	5	2	274	16	5	5	3	303	17	4	0	7
246	15	6	8	4	275	16	5	8	3	304	17	4	3	6
247	15	7	1	6	276	16	6	1	3	305	17	4	6	5
248	15	7	4	8	277	16	6	4	3	306	17	4	9	4
249	15	7	7	9	278	16	6	7	3	307	17	5	2	3
250	15	8	1	1	279	16	7	0	3	308	17	5	5	1
251	15	8	4	3	280	16	7	3	3	309	17	5	7	9
252	15	8	[illegible]	4	281	16	7	6	3	310	17	6	0	7
253	15	9	[illegible]	5	282	16	7	9	3	311	17	6	3	6
254	15	9	3	7	283	16	8	2	3	312	17	6	6	4
255	15	9	6	9	284	16	8	5	2	313	17	6	9	2
256	16	0	0	0	285	16	8	8	2	314	17	7	2	0
257	16	0	3	1	286	16	9	1	1	315	17	7	4	8
258	16	0	6	2	287	16	9	4	1	316	17	7	7	6
259	16	0	9	3	288	16	9	7	0	317	17	8	0	4
260	16	1	2	4	289	17	0	0	0	318	17	8	3	2
261	16	1	5	5	290	17	0	2	9	319	17	8	6	0
262	16	1	8	6	291	17	0	5	9	320	17	8	8	8
263	16	2	1	7	292	17	0	8	8	321	17	9	1	6

322

Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
322	17	9	4	4	349	18	6	8	2	376	19	3	9	1
323	17	9	7	2	350	18	7	0	8	377	19	4	1	7
324	18	0	0	0	351	18	7	3	5	378	19	4	4	3
325	18	0	2	8	352	18	7	6	2	379	19	4	6	8
326	18	0	5	6	353	18	7	8	9	380	19	4	9	3
327	18	0	8	4	354	18	8	1	6	381	19	5	1	9
328	18	1	1	1	355	18	8	4	3	382	19	5	4	5
329	18	1	3	8	356	18	8	7	0	383	19	5	7	1
330	18	1	6	5	357	18	8	9	6	384	19	5	9	7
331	18	1	9	3	358	18	9	2	2	385	19	6	2	3
332	18	2	2	1	359	18	9	4	8	386	19	6	4	8
333	18	2	4	9	360	18	9	7	4	387	19	6	7	3
334	18	2	7	7	361	19	0	0	0	388	19	6	9	8
335	18	3	0	4	362	19	0	2	6	389	19	7	2	3
336	18	3	3	1	363	19	0	5	2	390	19	7	4	8
337	18	3	5	8	364	19	0	7	8	391	19	7	7	4
338	18	3	8	5	365	19	1	0	4	392	19	8	0	0
339	18	4	1	2	366	19	1	3	0	393	19	8	2	5
340	18	4	3	9	367	19	1	5	6	394	19	8	5	0
341	18	4	6	6	368	19	1	8	2	395	19	8	7	5
342	18	4	9	3	369	19	2	0	9	396	19	9	0	0
343	18	5	2	0	370	19	2	3	5	397	19	9	2	5
344	18	5	4	7	371	19	2	6	1	398	19	9	5	0
345	18	5	7	4	372	19	2	8	7	399	19	9	7	5
346	18	6	0	1	373	19	3	1	3	400	20	0	0	0
347	18	6	2	8	374	19	3	3	9					
348	18	6	5	5	375	19	3	6	5					

Canonis huius vſus.

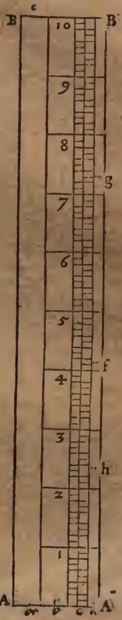
Canon hic radices continet numerorum ſub menſurarum titulo poſitorum. Quorum alii vere quadrati ſunt, vt 1, 4, 9, 16, 25, &c. ac propterea radix eorum integro numero explicabilis eſt, nec vllas minutias adiunctas habet: alii vere quadrati non ſunt, vt 2, 3, 5, 6, 7, 8, 10, 11; &c. quorum radix ſurda eſt, & ſcrupula integris adnexa gerit. Licet autem ſurdæ radices ſcrupulis in infinitum extendi poſſint: canon tamen contentus eſt tertiis, ad regulæ fabricam ſufficientibus.

Ceterum canonis numeri quadrati, vel quaſi, 1, 2, 3, 4, 5, 6, &c. capacitatem exprimunt cylindrorum æquealtorum: radices vero canonis, diametros repræſentant baſium eorundem cylindrorum, ſeu potius proportionem diametrorum ad inuicem: adſignata primæ diametro certa aliqua diſcreta quantitate, quam reliquæ omnes diametri poſtmodum iuſta ſua & conueniente proportione ſequuntur. Vnde, ſi diametro vnius menſuræ adſcribatur integrum, triplici ſcrupulorum decimorum ordine ſecandum, ſeu 1.0′.0″.0‴, quod eſt vnitatis latus: tum diameter menſurarum duarum neceſſario conſtabit integro, eiuſdem cum priore illo quantitatis; & præterea ſcrupulis 4 primis, 1 ſecundo, 4 tertiis; ſeu 1.4′.1″.4‴, —+— quia binarii latus vero propinquum eſt 1. 4′.1″. 4‴, —+— Diameter autem trium menſurarum, integrum habebit, & amplius 7′.3″.2‴: —+— nam ternarii latus eſt 1.7′.3″.2‴ —+—. Quatuor menſurarum diameter duobus integris abſoluetur: quoniam quaternarii latus eſt binarius. &c.

Sed canon quantitatem ſaltem diſcretam exhibet diametrorum; quadratarum quidem, numeris integris; reliquarum, integris, & præterea ſcrupulis vnius integri primis, ſecundis, atque tertiis. Continuam vero quantitatem integri, & ſcrupulorum, mononietræ diametri ſpatium definit; quod regulæ cubimetricæ pollicibus 12.6′.1″.5‴.3⁗. conſtare, (ſi vnius pollicis quantitas parti altimetræ tribuatur) paullo ante deprehendimus, & cylindrimetricæ inſcripſimus.

Hoc

Hoc longitudinis ſpatium, quod literis A B notauimus, ſeorſim in denſam aliquam chartam transferendum, latitudine fere pollica: i A A, & B B. Tum dupliciter diuidendum: latitudine, & longitudine. Latitudo A A, & B B, in quatuor columnas ſecanda: a, b, c, k: quæ numeris tabulæ laterum quadratorum reſpondeant: prima videlicet columna a, integris diametris: altera, b, ſcrupulis primis: tertia, c, ſecundis: quarta, k, tertiis. Longitudo A B, ad primam columnam a, non diuidenda eſt: habet enim quantitatem integræ diametri cardinalis primæ: quæ longitudo, dum in regulam transferuntur diametri, toties ingeminanda, quoties integer radicis numerus in prima tabulæ columna præſcribit. Secundæ columnæ b longitudo, in decem æquales partes diſtinguenda: quæ prima ſunt ſcrupula totius diametri. Tertiæ columnæ c longitudo, centum partibus diſtinguenda: primo quidem decem ſegmentis; deinde horum quodlibet aliis decem; quæ ſecunda ſcrupula totius diametri exſiſtunt. Poſtremæ columnæ k longitudo, in mille partes ſecanda eſſet: primum in decem; deinde ſingulæ hæ in alias decem; tandemque & harum quælibet in alias decem; quæ totius ſcrupula tertia eſſent. Verum ob interualli exiguitatem millenaria ſectio inſtitui nequit: ac proinde ſcrupula tertia ex vicino ſecundorum ſpatio accurata oculi æſtimatione iudicanda.



Vt autem diametrorum in regulam translatio quæ canonis fit ope, rectius intelligatur; exempla addemus. Duarum menſurarum diameter in canone reperitur 1. 4'. 1''. 4'''. Quibus numeris innuitur, quantitatem diametri propoſitæ, eſſe longitudinem diametri monometræ vnius, ſeu ſimpli-

cis, a c: & prætereà ſcrupulorum 4′. 1″. 4‴. Cum ergo diameter monometra iam ante regulæ ſit impreſſa, in c; vt & reliquæ omnes quadratæ, in d, e, b, &c. ſcrupula modo eidem ſuperaddenda ſunt. Quo fine charta ſupra memorata, habens diametrum ſcrupulis ſectam A B, ſecundæ cardinali diametro c d applicatur: ita vt inferior chartæ pars A, contigua fiat ſecundæ diametri initio c: & ſuperior chartæ pars B, eiuſdem ſecundæ diametri finem d tangat. [*Secunda diametrus quadrata propriè & verè eſt ſpatium a d. Hoc tamen ſpatio c d id nomen indulgemus: quia, neglecta inferiori parte a c, circa ſuperiorem tantum c d ſoliciti occupamur.*] In hac charta ita regulæ aptata, ſcrupula integris adiacentia numeranda ſunt: minora maiori ſuo & veluti auctori ſubordinando. Quatuor igitur prima ſcrupula numerantur in columna b: & vnum ſecundum, in columna c; non indifferenter vbiuis loci, ſed ad intercapedinem quincti ſcrupuli primorum: tandem quatuor tertia, in columna k, ad interuallum ſecundi ſcrupuli ſecundorum, cis eius medium: quia enim tertii ordinis decimæ actu expreſſæ non ſunt; conſideratione ſpatii vnius ſecundi ſcrupuli, quatuor tertiorum interuallum æſtimandum. Quare prope medium ſecundi ſcrupuli ſecundorum terminus diametri duarum menſurarum figitur, ad f literam diagrammatis. Notandum autem diametrorum tranſlationem in regulam, charta hac rectius fieri, quam circino: crurum enim diuaricatorum obliquo ſitu, apicumue adactione paullum leniore vel aſperiore, veſtigia regulæ imprimenda facillime deprauantur.

Trium menſurarum diametrum canon ſuppeditat 1. 7′. 3″. 2‴: quæ eſt quantitas monometra vna a c, iam in regula notata: & prætereà 7′. 3″. 2‴ ſcrupula, in columnis b, c, k, ſuis quæque locis numeranda. Vnde diametri trium menſurarum terminus paullo vltra tertium ſecundorum ad g literam diagrammatis conſtituendus.

Quatuor menſurarum diameter, quia quadrata eſt, 2. 0′. 0″. 0‴, iam ante regulæ ad d literam inſcripta eſt. Ideoque ſecunda cardinali diametro ſic interiectis ſuis diametris diſtincta, charta ſequenti interuallo d e applicanda.

Quinque menſurarum diameter in canone exſtat 2. 2′. 3″. 6‴: quæ eſt

eſt quantitas monometra gemina, a d,iam ſignata in regula: & amplius 2′. 3″.6‴, ſcrupula,in columnis b,c,k, numeranda. Vnde diameter quinque menſurarum paullum vltra medium quarti ſecundorum, ad h,literam diagrammatis terminanda.

Sicque deinceps quouſque libet pergendum.

De diametris primorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Diametris menſurarum in regula ſignatis, partes quoque ſingularum menſurarum conſiderandæ; harumque diametri ad datam altitudinem poll. 1.0′ inueſtigandæ. Partes hæ pleriſque quadrantes ſunt: nobis vero (quod & prius monuimus) decimæ. Inueniuntur autem decimarum diametri, (vt ſupra quoque menſurarum integrarum) diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri in decimis,per altitudinem datam monometram, poll. 1.0′: vnde area quæſitæ baſios emergit: cui reſpondens diameter in cyclica per partem proportionalem inquirenda.

Loco exempli: ſoliditas cylindri partem menſuræ decimam capientis, eſt poll. 12. 5′: altitudo poll. 1.0′. Ergo diuiſis pollicibus 12.5′; per 1 0′;area baſios manet pollicum 12.5′: quæ in cyclica diametrum proportionalem habet poll. 3.9′.8″.9‴.2⁗, regulæ ad m,inſcribendam. Et quoniam prima eſt cardinalium ſeu quadratarum in decimis: ideo paribus interuallis continuanda. Vnde altera huius ordinis quadrata diametrus, 4 primorum menſuræ, terminanda ad n: tertia, nouem primorum, ad o: quarta, ſedecim primorum, ſeu potius vnius menſuræ & ſex primorum, ad p: quincta, 25 primorum, ſeu duarum menſurarum & quinque primorum, ad q.Sicque deinceps.Diametri quoque quadratis interiectæ, ſimiliter e circulari canone omnes ordine peti queunt.

Minori autem labore radices capacitatis cylindrorum in decimis, pro diametris vſurpari poſſunt decimarum menſuræ partium: quemadmodum ſupra capacitatis integrorum radices, pro diametris integrarum menſurarum adhibitæ fuerunt. Has igitur decimarum

A a

de B, duarum menſurarum, eſt partium $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. Latera hinc extracta $1.0'.0''.0'''$, & $1.4'.1''.4'''$, habent rationem ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Iam baſis cylindri A ponatur partium 36: & B dupla, videlicet partium 72: vnde latera inueniuntur $6.0'.0''.0'''$, & $8.4'.8''.5'''$: quæ ſimiliter rationem habent ſuperpartientem $4'.1''.4'''$. Tandem, quadratum diametri baſios A ſtatuatur partium 20: & B duplum, nempe partium 40: quorum radices $4.4'.7''.2'''$, & $6.3'.2''.4'''$, eandem prorſus cum ſuperioribus rationem habent; nimirum ſuperpartientem $4'.1''.1'''$.

Notas igitur cylindrorum capacitates, ſigillatim quaſque ad partes millies milleſimas, ſeu ſexta decimorum ſcrupulorum, reducemus: & latera, ſecundum doctrinam cap. 3 huius, inde extracta, pro diametris baſium datorum cylindrorum adſeruabimus. Sic capacitas cylindri monometri partiũ erit $1.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: & huius numeri radix, ſcilicet $1.0'.0''.0'''$, erit diameter vnius menſuræ, ſeu prima quadratarum. Capacitas cylindrorum menſurarum duarum, trium, decem, centum, &c. partium erit $2.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $3.0.0'.0''.0'''.0^{v}.0^{vi}$: $10.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$: $00.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$. &c. harumque radices, nimirum $1.4'.1''.4'''$: $.7'.3''.2'''$: $3.1'.6''.2'''$: $10.0'.0''.0'''$. &c. erunt diametri menſurarũ duarum, trium, decem, centum, &c. talium partium, qualium diameter monometra $1.0'.0''.0'''$. obtinet

Verum in gratiam eorum, qui ἀναλύσεως quadratorum vel ignari ſunt, vel calculi tædium fugiunt, canonem addemus radicum ſingularum menſurarum, a ſolitaria ad quadringenteſimam: propoſitum quoque a cupametris, maxime ab Erharto Helm, & Simone Iacobæo, mathematicis & ciuib. quõdam Reipubl. Francofurtenſis honoratis; atque a nobis auctum: e quo ſine negotio radices vniuſcuiuſque capacitatis, ſiue menſuræ, loco diametrorum exſcribi, ductuque ſectionis millenariæ (vel ſcrupulorum decimorum tertii ordinis) diametri monometræ, in regulam ordine transferri poſſunt.

Canon

Canon laterum quadratorum, integrorum, ordine ab vnitate ſe conſequentium, in partibus millies milleſimis; ſeu ſcrupulis decimis ſextis ordinis.

Capacitas, in měſuris.	Radices capacitatis, ſeu, diametri.				Menſuræ.	Diametri.				Menſuræ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
1	1	0	0	0	24	4	8	9	8	47	6	8	5	5
2	1	4	1	4	25	5	0	0	0	48	6	9	2	8
3	1	7	3	2	26	5	0	9	9	49	7	0	0	0
4	2	0	0	0	27	5	1	9	6	50	7	0	7	1
5	2	2	3	6	28	5	2	9	1	51	7	1	4	1
6	2	4	4	9	29	5	3	8	5	52	7	2	1	1
7	2	6	4	5	30	5	4	7	7	53	7	2	8	0
8	2	8	2	8	31	5	5	6	7	54	7	3	4	8
9	3	0	0	0	32	5	6	5	7	55	7	4	1	5
10	3	1	6	2	33	5	7	4	4	56	7	4	8	2
11	3	3	1	6	34	5	8	3	1	57	7	5	4	9
12	3	4	6	4	35	5	9	1	6	58	7	6	1	6
13	3	6	0	5	36	6	0	0	0	59	7	6	8	1
14	3	7	4	1	37	6	0	8	2	60	7	7	4	6
15	3	8	7	3	38	6	1	6	4	61	7	8	1	0
16	4	0	0	0	39	6	2	4	4	62	7	8	7	4
17	4	1	2	3	40	6	3	2	4	63	7	9	3	7
18	4	2	4	2	41	6	4	0	3	64	8	0	0	0
19	4	3	5	9	42	6	4	8	0	65	8	0	6	2
20	4	4	7	2	43	6	5	5	7	66	8	1	2	4
21	4	5	8	2	44	6	6	3	3	67	8	1	8	5
22	4	6	9	0	45	6	7	0	8	68	8	2	4	6
23	4	7	9	6	46	6	7	8	2	69	8	3	0	7

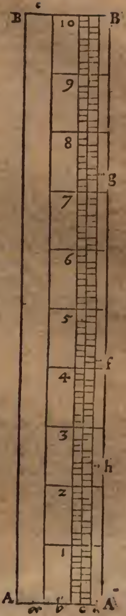
Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
70	8	3	6	6	98	9	8	9	9	126	11	2	2	4
71	8	4	2	6	99	9	9	4	9	127	11	2	6	9
72	8	4	8	5	100	10	0	0	0	128	11	3	1	3
73	8	5	4	4	101	10	0	4	9	129	11	3	5	7
74	8	6	0	2	102	10	0	9	9	130	11	4	0	1
75	8	6	6	0	103	10	1	4	8	131	11	4	4	5
76	8	7	1	8	104	10	1	9	8	132	11	4	8	9
77	8	7	7	5	105	10	2	4	6	133	11	5	3	2
78	8	8	3	1	106	10	2	9	5	134	11	5	7	5
79	8	8	8	8	107	10	3	4	4	135	11	6	1	8
80	8	9	4	4	108	10	3	9	2	136	11	6	6	1
81	9	0	0	0	109	10	4	4	0	137	11	7	0	4
82	9	0	5	5	110	10	4	8	8	138	11	7	4	7
83	9	1	1	0	111	10	5	3	5	139	11	7	8	9
84	9	1	6	5	112	10	5	8	3	140	11	8	3	2
85	9	2	1	9	113	10	6	3	0	141	11	8	7	4
86	9	2	7	3	114	10	6	7	7	142	11	9	1	6
87	9	3	2	7	115	10	7	2	3	143	11	9	5	8
88	9	3	8	0	116	10	7	7	0	144	12	0	0	0
89	9	4	3	3	117	10	8	1	6	145	12	0	4	1
90	9	4	8	7	118	10	8	6	3	146	12	0	8	3
91	9	5	3	9	119	10	9	0	8	147	12	1	2	4
92	9	5	9	2	120	10	9	5	4	148	12	1	6	5
93	9	6	4	3	121	11	0	0	0	149	12	2	0	6
94	9	6	9	5	122	11	0	4	5	150	12	2	4	7
95	9	7	4	6	123	11	0	9	0	151	12	2	8	8
96	9	7	9	8	124	11	1	3	5	152	12	3	2	8
97	9	8	4	9	125	11	1	8	0	153	12	3	6	9

Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.				Meſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
154	12	4		9	181	13	4	5	3	208	14	4	2	3
155	12	4	4	9	182	13	4	8	9	209	14	4	5	6
156	12	4	8	9	183	13	5	2	6	210	14	4	9	1
157	12	5	2	9	184	13	5	6	3	211	14	5	2	5
158	12	5	6	9	185	13	6	0	1	212	14	5	6	0
159	12	6	0	9	186	13	6	3	8	213	14	5	9	4
160	12	6	4	9	187	13	6	7	4	214	14	6	2	8
161	12	6	8	8	188	13	7	1	1	215	14	6	6	2
162	12	7	2	9	189	13	7	4	7	216	14	6	9	6
163	12	7	6	7	190	13	7	8	3	217	14	7	3	0
164	12	8	0	6	191	13	8	2	0	218	14	7	6	4
165	12	8	4	6	192	13	8	5	7	219	14	7	9	8
166	12	8	8	4	193	13	8	9	2	220	14	8	3	2
167	12	9	2	2	194	13	9	2	8	221	14	8	6	6
168	12	9	6	1	195	13	9	6	4	222	14	8	9	9
169	13	0	0	0	196	14	0	0	0	223	14	9	3	3
170	13	0	3	8	197	14	0	3	6	224	14	9	6	6
171	13	0	7	6	198	14	0	7	2	225	15	0	0	0
172	13	1	1	4	199	14	1	0	8	226	15	0	3	3
173	13	1	5	2	200	14	1	4	2	227	15	0	6	6
174	13	1	9	0	201	14	1	7	7	228	15	0	9	9
175	13	2	2	8	202	14	2	1	2	229	15	1	3	2
176	13	2	6	6	203	14	2	4	7	230	15	1	6	5
177	13	3	0	4	204	14	2	8	2	231	15	1	9	8
178	13	3	4	1	205	14	3	1	7	232	15	2	3	1
179	13	3	7	9	206	14	3	5	2	233	15	2	6	4
180	13	4	1	6	207	14	3	8	7	234	15	2	9	7

Menſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
235°	15°	3′	2″	9‴	264°	16°	2′	4″	8‴	293°	17°	1′	1″	7‴
236	15	3	6	2	265	16	2	7	9	294	17	1	4	6
237	15	3	9	4	266	16	3	1	0	295	17	1	7	5
238	15	4	2	7	267	16	3	4	1	296	17	2	0	4
239	15	4	5	9	268	16	3	7	1	297	17	2	3	3
240	15	4	9	2	269	16	4	0	1	298	17	2	6	2
241	15	5	2	4	270	16	4	3	1	299	17	2	9	1
242	15	5	5	6	271	16	4	6	2	300	17	3	2	0
243	15	5	8	8	272	16	4	9	3	301	17	3	4	9
244	15	6	2	0	273	16	5	2	3	302	17	3	7	8
245	15	6	5	2	274	16	5	5	3	303	17	4	0	7
246	15	6	8	4	275	16	5	8	3	304	17	4	3	6
247	15	7	1	6	276	16	6	1	3	305	17	4	6	5
248	15	7	4	8	277	16	6	4	3	306	17	4	9	4
249	15	7	7	9	378	16	6	7	3	307	17	5	2	3
250	15	8	1	1	279	16	7	0	3	308	17	5	5	1
251	15	8	4	3	280	16	7	3	3	309	17	5	7	9
252	15	8	[illegible]	4	281	16	7	6	3	310	17	6	0	7
253	15	9	0	5	282	16	7	9	3	311	17	6	3	6
254	15	9	3	7	283	16	8	2	3	312	17	6	6	4
255	15	9	6	9	284	16	8	5	2	313	17	6	9	2
256	16	0	0	0	285	16	8	8	2	314	17	7	2	0
257	16	0	3	1	286	16	9	1	1	315	17	7	4	8
258	16	0	6	2	287	16	9	4	1	316	17	7	7	6
259	16	0	9	3	288	16	9	7	0	317	17	8	0	4
260	16	1	2	4	289	17	0	0	0	318	17	8	3	2
261	16	1	5	5	290	17	0	2	9	319	17	8	6	0
262	16	1	8	6	291	17	0	5	9	320	17	8	8	8
263	16	2	1	7	292	17	0	8	8	321	17	9	1	6

Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.				Mēſ.	Diametri.			
0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴	0	0	′	″	‴
322	17	9	4	4	349	18	6	8	2	376	19	3	9	1
323	17	9	7	2	350	18	7	0	8	377	19	4	1	7
324	18	0	0	0	351	18	7	3	5	378	19	4	4	3
325	18	0	2	8	352	18	7	6	2	379	19	4	6	8
326	18	0	5	6	353	18	7	8	9	380	19	4	9	3
327	18	0	8	4	354	18	8	1	6	381	19	5	1	9
328	18	1	1	1	355	18	8	4	3	382	19	5	4	5
329	18	1	3	8	356	18	8	7	0	383	19	5	7	1
330	18	1	6	5	357	18	8	9	6	384	19	5	9	7
331	18	1	9	3	358	18	9	2	2	385	19	6	2	3
332	18	2	2	1	359	18	9	4	8	386	19	6	4	8
333	18	2	4	9	360	18	9	7	4	387	19	6	7	3
334	18	2	7	7	361	19	0	0	0	388	19	6	9	8
335	18	3	0	4	362	19	0	2	6	389	19	7	2	3
336	18	3	3	1	363	19	0	5	2	390	19	7	4	8
337	18	3	5	8	364	19	0	7	8	391	19	7	7	4
338	18	3	8	5	365	19	1	0	4	392	19	8	0	0
339	18	4	1	2	366	19	1	3	0	393	19	8	2	5
340	18	4	3	9	367	19	1	5	6	394	19	8	5	0
341	18	4	6	6	368	19	1	8	2	395	19	8	7	5
342	18	4	9	3	369	19	2	0	9	396	19	9	0	0
343	18	5	2	0	370	19	2	3	5	397	19	9	2	5
344	18	5	4	7	371	19	2	6	1	398	19	9	5	0
345	18	5	7	4	372	19	2	8	7	399	19	9	7	5
346	18	6	0	1	373	19	3	1	3	400	20	0	0	0
347	18	6	2	8	374	19	3	3	9					
348	18	6	5	5	375	19	3	6	5					

Hoc longitudinis ſpatium, quod literis A B notauimus, ſeorſim in denſam aliquam chartam transferendum, latitudine fere pollicari A A, & B B. Tum dupliciter diuidendum: latitudine, & longitudine. Latitudo A A, & B B, in quatuor columnas ſecanda: a, b, c, k: quæ numeris tabulæ laterum quadratorum reſpondeant: prima videlicet columna a, integris diametris: altera, b, ſcrupulis primis: tertia, c, ſecundis: quarta, k, tertiis. Longitudo A B, ad primam columnam a, non diuidenda eſt: habet enim quantitatem integræ diametri cardinalis primæ: quæ longitudo, dum in regulam transferuntur diametri, toties ingeminanda, quoties integer radicis numerus in prima tabulæ columna præſcribit. Secundæ columnæ b longitudo, in decem æquales partes diſtinguenda: quæ prima ſunt ſcrupula totius diametri. Tertiæ columnæ c longitudo, centum partibus diſtinguenda: primo quidem decem ſegmentis; deinde horum quodlibet aliis decem; quæ ſecunda ſcrupula totius diametri exſiſtunt. Poſtremæ columnæ k longitudo, in mille partes ſecanda eſſet: primum in decem; deinde ſingulæ hæ in alias decem; tandemque & harum quælibet in alias decem; quæ totius ſcrupula tertia eſſent. Verum ob interualli exiguitatem millenaria ſectio inſtitui nequit: ac proinde ſcrupula tertia ex vicino ſecundorum ſpatio accurata oculi æſtimatione iudicanda.



Vt autem diametrorum in regulam translatio quæ canonis ſit ope, rectius intelligatur; exempla addemus. Duarum menſurarum diameter in canone reperitur 1. 4′. 1″. 4‴. Quibus numeris innuitur; quantitatem diametri propoſitæ, eſſe longitudinem diametri monometræ vnius, ſeu ſimpli-

cis, a c: & præterea ſcrupulorum 4'. 1". 4'''. Cum ergo diameter monomètra iam ante regulæ ſit impreſſa, in c; vt & reliquæ omnes quadratæ, in d, e, b, &c. ſcrupula modo eidem ſuperaddenda ſunt. Quo fine charta ſupra memorata, habens diametrum ſcrupulis ſectam A B, ſecundæ cardinali diametro c d applicatur: ita vt inferior chartæ pars A, contigua fiat ſecundæ diametri initio c: & ſuperior chartæ pars B, eiuſdem ſecundæ diametri finem d tangat. [*Secunda diametrus quadratæ propriè & verè eſt ſpatium a d. Hic tamen ſpatio c d id nomen indulgemus: quia, neglecta inferiori parte a c, circa ſuperiorem tantum c d ſectionem occupamur.*] In hac charta ita regulæ aptata, ſcrupula integris adiacentia numeranda ſunt: minora maiori ſuo & veluti auctori ſubordinando. Quatuor igitur prima ſcrupula numerantur in columna b: & vnum ſecundum, in columna e; non indifferenter vbiuis loci, ſed ad interſtitium quinti ſcrupuli primorum: tandem quatuor tertia, in columna k, ad interuallum ſecundi ſcrupuli ſecundorum, cis eius medium: quia enim tertii ordinis decimæ actu expreſſæ non ſunt; conſideratione ſpatii vnius ſecundi ſcrupuli, quatuor tertiorum interuallum æſtimandum. Quare prope medium ſecundi ſcrupuli ſecundorum terminus diametri duarum menſurarum figitur, ad f literam diagrammatis. Notandum autem diametrorum translationem in regulam, charta hac rectius fieri, quam circino: crurum enim diuaricatorum obliquo ſitu, apicumue adactione paullum leniore vel aſperiore, veſtigia regulæ imprimenda facillime deprauantur.

Trium menſurarum diametrum canon ſuppeditat 1. 7'. 3". 2''': quæ eſt quantitas monometra vna a c, iam in regula notata: & præterea 7'. 3". 2''' ſcrupula, in columnis b, e, k, ſuis quæque locis numeranda. Vnde diametri trium menſurarum terminus paullo vltra tertium ſecundorum ad g literam diagrammatis conſtituendus.

Quatuor menſurarum diameter, quia quadrata eſt, 2. 0'. 0". 0''', iam ante regulæ ad d literam inſcripta eſt. Ideoque ſecunda cardinali diametro ſic interiectis ſuis diametris diſtincta, charta ſequenti interuallo d e applicanda.

Quinque menſurarum diameter in canone exſtat 2. 2'. 3". 6''': quæ eſt

eſt quantitas monometra gemina, a d, iam ſignata in regula: & amplius 2′. 3″. 6‴, ſcrupula, in columnis b, c, k, numeranda. Vnde diameter quinque menſurarum paullum vltra medium quarti ſecundorum, ad h, literam diagrammatis terminanda.

Sicque deinceps quouſque libet pergendum.

De diametris primorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Diametris menſurarum in regula ſignatis, partes quoque ſingularum menſurarum conſiderandæ; harumque diametri ad datam altitudinem poll. 1. 0′ inueſtigandæ. Partes hæ pleriſque quadrantes ſunt: nobis vero (quod & prius monuimus) decimæ. Inueniuntur autem decimarum diametri, (vt ſupra quoque menſurarum integrarum) diuiſione ſoliditatis propoſiti cuiuſlibet cylindri in decimis, per altitudinem datam monometram, poll. 1. 0′: vnde area quæſitæ baſios emergit: cui reſpondens diameter in cyclica per partem proportionalem inquirenda.

Loco exempli: ſoliditas cylindri partem menſuræ decimam capientis, eſt poll. 12. 5′: altitudo poll. 1. 0′. Ergo diuiſis pollicibus 12. 5′; per 1. 0′; area baſios manet pollicum 12. 5′: quæ in cyclica diametrum proportionalem habet poll. 3. 9′. 8″. 9‴. 2⁗, regulæ ad m, inſcribendam. Et quoniam prima eſt cardinalium ſeu quadratarum in decimis: ideo paribus interuallis continuanda. Vnde altera huius ordinis quadrata diametrus, 4 primorum menſuræ, terminanda ad n: tertia, nouem primorum, ad o: quarta, ſedecim primorum, ſeu potius vnius menſuræ & ſex primorum, ad p: quincta, 25 primorum, ſeu duarum menſurarum & quinque primorum, ad q. Sicque deinceps. Diametri quoque quadratis interiectæ, ſimiliter e circulari canone omnes ordine peti queunt.

Minori autem labore radices capacitatis cylindrorum in decimis, pro diametris vſurpari poſſunt decimarum menſuræ partium: quemadmodum ſupra capacitatis integrorum radices, pro diametris integrarum menſurarum adhibitæ fuerunt. Has igitur decimarum

primi ordinis radices peculiari tabella damus: in trigintaſex menſuris, ſextaue quadrata diametro, deſinentes: quia diametrus 36 menſurarum, (ſi altitudo monometra pollice vno ſit definita) vltra ſextum longitudinis regulæ pedem excurrit: quo rariſſime maior eſſe regula ſolet: &, ſi maior placeat, æquabilis menſuræ in dena ſcrupula prima ſectio, intra tabulæ ſubſidium, recte initur. In canonis vero huius conſtructione, decimas menſuræ reduximus ad ſexta ſcrupula, ſeu partes 1,000,000: indeque latera vere quadratis propinqua inueſtigauimus. *Exempli cauſſa*, $\frac{1}{10}$, multiplicata per $\frac{1000000}{1}$, facit $\frac{1000000}{10}$, ſeu 100,000: cuius radix e præſcripto cap. 3 huius inuenitur 3′.1″.6‴.

SEQVITVR

Canon laterum quadratorum, ſcrupulorum decimorum primi ordinis: ab vno ad conſequentia facto progreſſu: in partibus millies milleſimis.

Menſu-

Menſuræ.		Diametri.				Menſuræ.		Diametri.				Menſuræ.		Diametri.			
•	1′	•	3′	1′	6‴	•	1	1°	7′	6″	1‴	°	1	2°	4′	6″	9‴
—	2	—	4	4	7	—	2	1	7	8	8	—	2	2	4	8	9
—	3	—	5	4	8	—	3	1	8	1	6	—	3	2	5	0	9
—	4	—	6	3	2	—	4	1	8	4	4	—	4	2	5	2	9
—	5	—	7	0	7	—	5	1	8	7	1	—	5	2	5	4	9
—	6	—	7	7	5	—	6	1	8	9	7	—	6	2	5	6	9
—	7	—	8	3	7	—	7	1	9	2	3	—	7	2	5	8	8
—	8	—	8	9	4	—	8	1	9	4	9	—	8	2	6	0	7
—	9	—	9	4	9	—	9	1	9	7	5	—	9	2	6	2	6
1	0	1	0	0	0	4	0	2	0	0	0	7	0	2	6	4	5
—	1	1	0	4	9	—	1	2	0	2	5	—	1	2	6	6	4
—	2	1	0	9	5	—	2	2	0	4	9	—	2	2	6	8	3
—	3	1	1	4	0	—	3	2	0	7	3	—	3	2	7	0	2
—	4	1	1	8	3	—	4	2	0	9	7	—	4	2	7	2	0
—	5	1	2	2	5	—	5	2	1	2	1	—	5	2	7	3	8
—	6	1	2	6	5	—	6	2	1	4	5	—	6	2	7	5	6
—	7	1	3	0	4	—	7	2	1	6	8	—	7	2	7	7	4
—	8	1	3	4	2	—	8	2	1	9	1	—	8	2	7	9	2
—	9	1	3	7	8	—	9	2	2	1	4	—	9	2	8	1	0
2	0	1	4	1	4	5	0	2	2	3	6	8	0	2	8	2	8
—	1	1	4	4	9	—	1	2	2	5	8	—	1	2	8	4	6
—	2	1	4	8	3	—	2	2	2	8	0	—	2	2	8	6	4
—	3	1	5	1	7	—	3	2	3	0	2	—	3	2	8	8	1
—	4	1	5	4	9	—	4	2	3	2	4	—	4	2	8	9	8
—	5	1	5	8	1	—	5	2	3	4	5	—	5	2	9	1	5
—	6	1	6	1	2	—	6	2	3	6	6	—	6	2	9	3	2
—	7	1	6	4	3	—	7	2	3	8	7	—	7	2	9	4	9
—	8	1	6	7	3	—	8	2	4	0	8	—	8	2	9	6	6
—	9	1	7	0	3	—	9	2	4	2	9	—	9	2	9	8	3
3	0	1	7	3	2	6	0	2	4	4	9	9	0	3	0	0	0

Mēſ		Diametri.				Mēſ		Diametri.				Mēſ		Diametri.			
°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴
	1	3	0	1	6		1	3	4	7	9		1	3	8	8	6
	2	3	0	3	3		2	3	4	9	3		2	3	8	9	9
	3	3	0	4	9		3	3	5	0	7		3	3	9	1	2
	4	3	0	6	6		4	3	5	2	1		4	3	9	2	5
	5	3	0	8	2		5	3	5	3	5		5	3	9	3	8
	6	3	0	9	8		6	3	5	4	9		6	3	9	5	1
	7	3	1	1	4		7	3	5	6	3		7	3	9	6	4
	8	3	1	3	0		8	3	5	7	7		8	3	9	7	6
	9	3	1	4	6		9	3	5	9	1		9	3	9	8	8
10	0	3	1	6	2	13	0	3	6	0	5	16	0	4	0	0	0
	1	3	1	7	8		1	3	6	1	9		1	4	0	1	3
	2	3	1	9	4		2	3	6	3	3		2	4	0	2	6
	3	3	2	1	0		3	3	6	4	7		3	4	0	3	9
	4	3	2	2	6		4	3	6	6	1		4	4	0	5	1
	5	3	2	4	1		5	3	6	7	5		5	4	0	6	3
	6	3	2	5	6		6	3	6	8	9		6	4	0	7	5
	7	3	2	7	1		7	3	7	0	2		7	4	0	8	7
	8	3	2	8	6		8	3	7	1	5		8	4	0	9	9
	9	3	3	0	1		9	3	7	2	8		9	4	1	1	1
11	0	3	3	1	6	14	0	3	7	4	1	17	0	4	1	2	3
	1	3	3	3	1		1	3	7	5	5		1	4	1	3	5
	2	3	3	4	6		2	3	7	6	9		2	4	1	4	7
	3	3	3	6	1		3	3	7	8	2		3	4	1	5	9
	4	3	3	7	6		4	3	7	9	5		4	4	1	7	1
	5	3	3	9	1		5	3	8	0	8		5	4	1	8	3
	6	3	4	0	6		6	3	8	2	1		6	4	1	9	5
	7	3	4	2	1		7	3	8	3	4		7	4	2	0	7
	8	3	4	3	6		8	3	8	4	7		8	4	2	1	9
	9	3	4	5	1		9	3	8	6			9	4	2	3	1
12	0	3	4	6	4	15	0	3	8	7	3	18	0	4	2	4	2

Menſuræ.		Diametri.				Menſuræ.		Diametri.				Menſuræ.		Diametri.			
°	1′	4	2′	5″	4	°	1′	4	5′	9	3‴	°	1′	4°	9′	0″	9‴
—	2	4	2	6	6	—	2	4	6	0	4	—	2	4	9	2	0
—	3	4	2	7	8	—	3	4	6	1	5	—	3	4	9	3	0
—	4	4	2	9	0	—	4	4	6	2	6	—	4	4	9	4	0
—	5	4	3	0	2	—	5	4	6	3	7	—	5	4	9	5	0
—	6	4	3	1	4	—	6	4	6	4	8	—	6	4	9	6	0
—	7	4	3	2	6	—	7	4	6	5	9	—	7	4	9	7	0
—	8	4	3	3	7	—	8	4	6	7	0	—	8	4	9	8	0
—	9	4	3	4	8	—	9	4	6	8	0	—	9	4	9	9	0
19	0	4	3	5	9	22	0	4	6	9	0	25	0	5	0	0	0
—	1	4	3	7	1	—	1	4	7	0	1	—	1	5	0	1	0
—	2	4	3	8	3	—	2	4	7	1	2	—	2	5	0	2	0
—	3	4	3	9	5	—	3	4	7	2	3	—	3	5	0	3	0
—	4	4	4	0	6	—	4	4	7	3	4	—	4	5	0	4	0
—	5	4	4	1	7	—	5	4	7	4	5	—	5	5	0	5	0
—	6	4	4	2	8	—	6	4	7	5	6	—	6	5	0	6	0
—	7	4	4	3	9	—	7	4	7	6	6	—	7	5	0	7	0
—	8	4	4	5	0	—	8	4	7	7	6	—	8	5	0	8	0
—	9	4	4	6	1	—	9	4	7	8	6	—	9	5	0	9	0
20	0	4	4	7	2	23	0	4	7	9	6	26	0	5	0	9	9
—	1	4	4	8	3	—	1	4	8	0	7	—	1	5	1	0	9
—	2	4	4	9	4	—	2	4	8	1	8	—	2	5	1	1	9
—	3	4	5	0	5	—	3	4	8	2	8	—	3	5	1	2	9
—	4	4	5	1	6	—	4	4	8	3	8	—	4	5	1	3	9
—	5	4	5	2	7	—	5	4	8	4	8	—	5	5	1	4	9
—	6	4	5	3	8	—	6	4	8	5	8	—	6	5	1	5	9
—	7	4	5	4	9	—	7	4	8	6	8	—	7	5	1	9	9
—	8	4	5	6	0	—	8	4	8	7	8	—	8		1	7	8
—	9	4	5	7	1	—	9	4	8	8	8	—	9	5	1	8	7
21	0	4	5	8	2	24	0	4	8	9	8	27	0	5	1	6	6

Mēſ		Diametri.				Mēſ		Diametri.				Mēſ		Diametri.			
°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴	°	′	°	′	″	‴
—	1	5	2	0	6	—	1	5	4	8	6	—	1	5	7	5	3
—	2	5	2	1	6	—	2	5	4	9	5	—	2	5	7	6	2
—	3	5	2	2	6	—	3	5	5	0	4	—	3	5	7	7	1
—	4	5	2	3	6	—	4	5	5	1	3	—	4	5	7	8	0
—	5	5	2	4	6	—	5	5	5	2	2	—	5	5	7	8	9
—	6	5	2	5	5	—	6	5	5	3	1	—	6	5	7	9	8
—	7	5	2	6	4	—	7	5	5	4	0	—	7	5	8	0	7
—	8	5	2	7	3	—	8	5	5	4	9	—	8	[illegible]	8	1	5
—	9	5	2	8	2	—	9	5	5	5	8	—	9	5	8	2	3
28	0	5	2	9	1	31	0	5	5	6	7	34	0	5	8	3	1
—	1	5	3	0	1	—	1	5	5	7	6	—	1	5	8	4	0
—	2	5	3	1	1	—	2	5	5	8	5	—	2	5	8	4	9
—	3	5	3	2	1	—	3	5	5	9	[illegible]	—	3	5	8	5	8
—	4	5	3	3	1	—	4	5	6	0	3	—	4	5	8	6	7
—	5	5	3	4	0	—	5	5	6	1	2	—	5	5	8	7	6
—	6	5	3	4	9	—	6	5	6	2	1	—	6	5	8	8	4
—	7	5	3	5	8	—	7	5	6	3	0	—	7	5	8	9	2
—	8	5	3	6	7	—	8	5	6	3	9	—	8	5	9	0	0
—	9	5	3	7	6	—	9	5	6	4	8	—	9	5	9	0	8
29	0	5	3	8	5	32	0	5	6	5	7	35	0	5	9	1	6
—	1	5	3	9	5	—	1	5	6	6	6	—	1	5	9	2	5
—	2	5	4	0	5	—	2	5	6	7	5	—	2	5	9	3	4
—	3	5	4	1	[illegible]	—	3	5	6	8	4	—	3	5	9	4	3
—	4	5	4	2	3	—	4	5	6	9	3	—	4	5	9	5	2
—	5	5	4	3	2	—	5	5	7	0	2	—	5	5	9	6	0
—	6	5	4	4	1	—	6	5	7	1	1	—	6	5	9	6	8
—	7		4	5	0	—	7	5	7	2	0	—	7	5	9	7	6
—	8	5	4	5	9	—	8	5	7	2	8	—	8	5	9	8	4
—	9	5	4	6	8	—	9	5	7	3	6	—	9	5	9	9	2
30	0	5	4	7	7	33	0	5	7	4	4	36	0	6	0	0	0

Dia-

Diametri ſcrupulorum, eadem prorſus ratione qua integrarum menſurarum, regulæ imprimuntur. Et quidem ad ſcrupula prima, ſeu decimas primi ordinis, præcedentem tabellam confecimus: vnde diametri deſumtæ, adminiculo ſuperioris chartæ, ſectionem monometræ diametri A B habentis, in regulam transferuntur.

Exempla inſertionis primorum ſcrupulorum.

Huius decimæ diameter (quam ſupra inuenimus conſtare pollicibus 5. 9'.8''.9'''. regulæ cubimetricæ) in canone proprio primorum ſcrupulorum datur 3'.1''.6'''. Quibus numeris ſignificatur, quantitatem diametri propoſitæ eſſe longitudinem partium 316, ſeu ſcrupulorum 3'.1''.6''': qualium diametrus monometra continet 1000, ſeu 1. 0'. 0''. 0'''. Hæc quantitas regulæ cylindrimetricæ conſtruendæ ita inſcritur. Primum, diametrus chartacea A B, ſcrupulis primis, ſecundis, tertiiſque ſecta, primæ cardinali diametro integrarum menſurarum, a c, quæ regulæ iam infixa eſt, applicatur. Deinde ſcrupula 3'.1''.6''', in columnis chartaceæ diametri b, c k, ſuis quæque locis numerantur: videlicet, 3', in columna b: 1'', in columna e: 6''', in columna k. Tandem diametri vnius decimæ terminus paullulum vltra medium ſecundi ſecundorum, ad m literam adpicti diagrammatis ponitur.

Duarum porro decimarum diameter ſcrupulis conſtat 4'.4''. 7''': vt canon monſtrat. Quæ longitudo, in columnis chartaceæ diametri A B cuius iam ſæpe mentionem fecimus, numeratur: eiuſque terminus ad literam r diagrammatis regulæ imprimitur.

Nec aliter trium decimarum diameter ad s figitur: numerando in columnis b, e, k, ſcrupula 5'. 4''.8''', quæ in tabella propria tribus decimis adſignantur.

Pariter quoque omnium ſequentium ſcrupulorum primorum termini regulæ inſcribuntur.

Vbi tamen notandum eſt: chartaceam diametrum A B, quando ad finē cardinalis alicuius diametri integrarum menſurarum ventum fuerit, proximum in locum promoueri, tumque reliquorum ſcrupulorum diametros, ratione iam monſtrata cylindrimetricæ regulæ inſcribi debere. Sic igitur poſt impreſſum decimi ſcrupuli primæ menſuræ terminum, quo prima diametrus quadrata clauditur; charta monometram ſectionem habens lo-

co mouetur, atque terminis ſuis vtrinque ſequentis quadratæ diametri terminis, in diagrammate literis c & d notatis, applicatur. Hinc, quātitas ſcrupulorum primorum menſuræ ſecundæ, tertiæ, & quartæ, in columnis b, c, k diametri monometræ chartaceæ numeratur: & regulæ virgula inciſa imprimitur. Partitione dictarum menſurarum abſoluta: iterum chartacea diametrus A B in locum proximæ, nimirum tertiæ, quadratæ diametri tranſponitur: ita vt huius initium literam d diagrammatis, & finis e literam contingat. Tumq; menſurarum hac cardinali diametro contentarum, ſcilicet quinctæ, ſextæ, ſeptimæ, octauæ & nonę ſcrupul; prima, terminis e canone adſumtis, & in chartæ columnis decenter numeratis, ordine regulæ inſigūtur. Sic autem tandiu pergitur: donec ſegmenta decima primi ordinis, in regula notata, contuenti æqualia appareant: quod fere circa diametrum decem menſurarum, & ſequentes, euenire ſolet; vbi differentię diametrorum milleſimis, ſiue ſcrupulis tertiis definitæ, , pene æquales deprehenduntur: ideoque tunc cuiuslibet menſuræ ſpatium in æquales partes decem diuiditur: quod etiam vltra duodecimam quadratam diametrum, ad menſuras circiter 160 ſine difficultate præſtari poteſt, vt mox intelligetur. Tantam vero regulæ longitudinem nemo geodætes optauerit.

Alia diametros primorum ſcrupulorum inſerendi ratio: e canone laterum integrarum menſurarum.

Poſſunt etiam diametri primorum ſcrupulorum ope ſuperioris canonis radicum integrarum menſurarum regulæ inſcribi: ſi ſpatium primæ diametri quadratarum de primis ſcrupulis (notatum literis a m, in diagrammate, & conſtans pollicibus 3.9′.8″.9‴.—) in charta aliqua denſa deſcriptum, in mille æquales partes diuidatur: & hinc reliquæ diametri numerentur, atque regulæ imprimantur. Sic ergo diameter duarum decimarum primæ menſuræ erit 1.4′.1″.4‴, talium partium, qualium prima quadratarum de primis habet 1.0′.0″.0‴. Et ſic porro. Verum prior ratio commodior eſt: vna eademque monometræ diametri A B ſectione contenta.

De

De diametris Secundorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Partes menſurarum centeſimæ, ſeu ſcrupula ſecunda, cyclici quoq; ope regulæ inſcribi poſſunt. Sed facilius latera capacitatis cylindrorum in ſcrupulis ſecundis, pro diametris adſumuntur ſecundorum menſuræ ſcrupulorum. Verbi gratia, capacitas cylindri vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli, eſt vna centeſima pars menſuræ: quæ reducta ad partes millies milleſimas, ſeu ſcrupula ſexta, radicem habet $1'.0''.0'''$. nam $\frac{1}{100}$ multiplicata per $\frac{1000000}{1}$, facit $\frac{1000000}{100}$, ſeu 10000, quorum radix eſt 100. Vel $1''$ multiplicatum ſeu continuo auctum ad ſexta ſcrupula, facit $1''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$; quorum radix inuenitur $1'.0''.0'''$: quæ diametrus eſt ſtatuenda vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli. Pariter capacitas cylindri duorum ſecundorum, ſunt duæ centeſimæ partes menſuræ: quarum radix inuenitur $1'.4''.1'''$. nam $\frac{2}{100}$ per $\frac{1000000}{1}$ faciunt $\frac{2000000}{100}$, ſeu 20000: quorum latus eſt 141. Vel $2''$, reducta ad 0^{vi}, faciunt $2''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}$. quorum radix $1'.4''.1'''$, diameter exſiſtit duorũ ſecundorum menſuræ ſcrupulorum. &c. Has ſecundorum diametros e tabella radicum integrarum menſurarum mutuari licet: ſola numerorum tabellæ denominatione variata, vnoque gradu minuta: ita vt pro $1.0'.0''.0'''$, ſubſtituantur $1'.0''.0'''.0^{iv}$: vel (omnino prætermiſſis ſcrupulis quartis, tãquam ſuperuacaneis hoc loco.) $1'.0''.0'''$: & pro $1.4'.1''.4'''$, ſcribantur $1'.4''.1'''.4^{iv}$, vel $1'.4''.1'''$. &c.

Inſertio autem harum diametrorum ſit ope ſuperius paratæ diametri chartaceæ A B. Exempli cauſſa, vnius ſecundi menſuræ ſcrupuli diameter, nimirum $1'.0''.0'''$, ita in regulam transfertur. Charta A B, primæ diametro quadratæ integrarum menſurarum a c applicatur: & ſcrupula $1'.0''.0'''$, in columnis b, e, k, ſuis quæque locis numerantur, ac regulę imprimuntur. Similiter etiam ſcrupula ſequentium diametrorum ordine in chartæ A B, columnis numerantur: laborque inſertionis diametrorum e canone tandiu continuatur, donec ſegmenta decima ſecundi ordinis, regulæ inſculpta, æqualia videantur: quod fere circa diametrum octo primorum, & ſequentes, contingit: vbi poſtmodum cuiuſque primi ſcrupuli ſpatium in decem partes æquales ſecatur, ad diametrum vſque duarum menſurarum: hinc ſequentia interualla, ad diametrum octo menſurarum, quia magis magiſque exigua ſunt, ſingula in quinque ſaltem partes diuiduntur, binas

ſignificantes: & reliqua deinceps omnia biſecantur; quæ biſegmenta, quina ſecundi ordinis ſcrupula repræſentant.

De diametris Tertiorum ſcrupulorum ſingularum menſurarum.

Latera capacitatis cylindrorum in ſcrupulis tertiis, pro diametris vſurpantur (quod e ſuperioribus intelligi poteſt) tertiorum menſuræ ſcrupulorum: quæ latera e canone radicum primorum ſcrupulorum tranſſumi queunt; denominatione vno gradu minuta: ita vt pro $3'.1''.6'''$, ſubſtituantur $3''.1'''.6^{iv}$, vel $3''.2'''$——: pro $4'.4''.7'''$, ponantur $4''.4'''.7^{iv}$, vel $4''.5'''$—— &c. Harum diametrorum inſertio & ipſa perficitur ope chartaceę ſuperioris diametri A B: quæ tamen vix vltra ſeptem vel octo ſecunda ſcrupula primæ menſuræ, ob interualli exilitatem, continuari poteſt. Sequentium ſecundorum ſcrupulorum denaria ſectio, ad menſuras circiter octo mentis oculique attentione peragitur. Reliquarum vero omnium menſurarum ſecunda ſcrupula, partitionem minutiorem difficulter admittunt: ideoq; ſecundis iſthic ſcrupulis geodætes contentus eſt.

De diametris Quadrantum menſurarum.

Si quis menſuræ quadrantes malit, quam decimas: is ſpatia altimetra ſingula in quatuor æquales partes ſecabit: baſimetri autem menſuræ cuiuslibet ſpatii primum quadrantem habebit in medio fere ſpatio, quod duobus & tribus primis ſcrupulis interiacet: alterum, præciſe in quinq; primorum termino: tertium, in medio fere ſpatii, quod ſeptem & octo primis interiectum eſt.

Inuentio omnium diametrorum, primam ſequentium, ex hypoteinuſa trianguli orthogonii, data quantitate continua diametri vnius menſuræ, vel vnius decimæ.

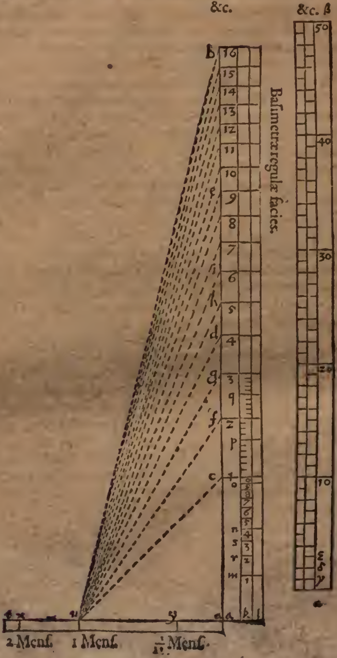
Diametrorum inuentionis mechanicum eſt artificium, e data ſolius primæ diametri quantitate continua. Diametro enim vnius menſuræ, æqualis linea ἐπ' ὀρθὰς inſiſtens, crura trianguli rectanguli præbet, cuius hypoteinuſa ſecundæ menſuræ diameter eſt. Hæc porro duarum menſurarum inuenta diameter, eidem monometræ diametro inſiſtens, crura exhibet trianguli orthogonii, cuius hypotheinuſa proxime ſequentis menſuræ diameter eſt. Quę praxis eodem ſemper modo, quouſque libet, continuari poteſt.

Exempli ergo cauſſa, in tabula plana & polita, pedes ſeptem circiter

longa,

longa, & duos lata, ad marginem inferiorem, & lateralem dextrum, rectæ perpendiculares deſcribantur a b, quæ baſimetra poſtmodum futura eſt regulæ pars: & a t, linea fabricæ adminiſtra. Deinde in vtramque hanc lineam è puncto ſectionis vel concurſus a, primæ diametri quantitas continua, iam ſupra inuenta, & circino accuratiſſime excepta, transferatur ab a, tum in c, tum in u. Hinc termini u & c, recta u c connectantur; vt triangulum prodeat rectangulum u c a, habens crus a c, vnius menſuræ; itidemque crus a u, vnius: & ob id τὴν ὑποτείνουσαν, ſeu latus angulo recto oppoſitum u c, duarum menſurarum. Interuallum porro u c, tranſponatur ad lineam baſimetram, ex a, in f: vnde, connexis u f, terminis, trigonum prodit, cuius baſis u f, diametrum ſuppeditat a g, trium menſurarum: quia crura a u, & a f, coniuncta tres menſuras habent. Sic triangulorum u g a, vel x f a, baſes u g, vel x f, ſunt diameter a d, quatuor menſurarum. Et baſes u d, vel x g, ſunt diameter a h, quinque menſurarum. Perpetuo namque baſios potentia, crurum potentiæ reſpondet: per prop. 47, & 48, lib. 1 Euclidis. Idem plane de menſurarum decimis ſtatuendum. Primæ enim decimæ diameter a m, & a y, trigonum conſtituit, ſi y & m nectantur, cuius baſis y m, diameter eſt a r, duarum decimarum; quia crus vtrumque vnius decimæ. Et baſis y r, diameter eſt a s, trium decimarum. &c.

Schema declarans pleraq; iam allata.


&c.
&c.
Baſimetræ regulæ facies.
Altimetræ regulæ facies.
2 Menſ.
1 Menſ.
Menſ.

Hoc

Hoc diagrammate cylindrimetrica regula ob oculos ponitur. Cuius pars altimetra α β, altitudinis ſegmenta æqualia habet, pollic. 1.0′, ex hypotheſi noſtra: nimirum ſegmentum γ, vnius menſuræ: δ, duarum: ε, trium menſurarum, &c. Vt autem cylindrorum altitudo accurate numerari poſſit; quodlibet ſegmentum altimetrum in decem ęquas partes, ſiue ſcrupula prima diuiditur; & horum ſcrupulorum ſingula itidem in decem ſecunda dirimuntur: quæ tamen ſecunda, ob ſpatii exilitatem, actu imprimi regulæ nequeunt, ſed fida oculi acie potius æſtimanda.

Baſimetra regulæ par a b, ad altitudinem monometram α γ, pollicis 1.0′, conſtructa eſt. Vnde prima diametrus a c, vnius menſuræ, pollicum 12.6′.2″——, ad c terminatur. Hæc ipſa, interuallis paribus continuata, ad d, e, b, &c. diametros menſurarum cardinales, ſeu quadratas, profert: alteram a d, menſurarum quatuor: tertiam a e, menſurarum nouem: quartam a b, menſurarum ſedecim. &c.

Hinc diametri quadratis interiectæ, e laterum quadratorum canone inſertæ ſunt: nimirum duarum menſurarum ad f; quia ſpatium c f, partium eſt 4′. 1″. 4‴, qualium diametrus monometra a c, eſt 1.0′.0″.0‴. Sic diametrus trium menſurarum, impreſſa eſt regulæ ad g; quia ſpatium c g, partium eſt 7′. 3″. 2‴. Quatuor menſurarum diametrus iam conſtat. Quinque menſurarum, ad h terminatur; quia ſpatium d h, partium eſt 2′. 3″. 6‴. Menſurarum ſex diameter ad i literam finitur; quia ſpatium d i, partium eſt 4′. 4″. 9‴. &c.

Amplius in baſimetræ regulæ columna k, prima menſurarum ſcrupula notata ſunt, & per totam regulæ longitudinem notari poſſunt. In columna l, ſecunda ſcrupula deſcribi queunt: diagramma vero recipere hæc, ob ſpatii anguſtiam, non potuit.

Commoditas cylindrimetricæ regulæ, ad partem altimetram vnius pollicis conſtructa.

Propoſita hactenus cylindrimetricæ ſectio, ad altitudinem poll. 1.0′, inſtituta, valde apta eſt, & opportuna: ideoque hanc vnicam, quoties cylindrimetrica vti placuerit, retinebimus. Primum enim, quia partes eius altimetræ, pollices ſunt regulæ noſtræ cubimetricæ: idem inſtrumentum vtramque regulam ſimul exhibet. Deinde, quoniam altitudo menſuræ exigua adſumitur, nimirum vnius ſaltem pollicis; fit, vt regulæ partes baſi-

metræ ſatis magnæ conſurgant: quæ poſtea rectius in ſcrupula decima ſubdiuidi queunt. Continuata enim regulæ baſimetræ ſectione etiam ad duodecimam quadratam diametrum, quæ longitudinem pedum tredecim fere attingit: ſupremæ menſuræ interuallum, ſeu potius incrementum, proxime præcedenti menſuræ adiiciendum, (quod minimum eſt omnium inferiorum) particulas habet 4″. 1‴ ſpatii monometri: quæ maiores ſunt, quam poll. 0. 5′. 1″. 7‴ regulæ noſtræ cubimetricæ: ideoque interuallum dictum in decem ſcrupula prima non incommode diuidi poteſt. Præterea inferiorum menſurarum prima ſcrupula, in ſecunda aliquouſque dirimere licet: quod fieri non niſi in pauciſſimis menſuris poſſet, ſi altimetræ partes magnæ ſtatuerentur.

Quamuis autem cylindrimetrica ſex ſeptemue pedes raro excedere ſoleat: nihilominus, ſi altitudo menſuræ ſolitariæ pollice vno definiatur, baſimetrę partes etiam ad vigeſimam vſq; diametrum quadratam extendi, ac menſuris ſingulis dena ſua ſcrupula prima diſtinctim adſignari poſſunt. Tum enim menſuræ extremæ ſeu quadringenteſimæ ſpatium particularum eſt ſpatii monometri 2″. 5‴, ſuperans quantitatem poll. 0. 3′. 1″. 5‴. regulæ cubimetricæ noſtræ, & ob id in decem ſegmenta diuiſibile.

Capvt XXII.

De vulgari fabrica regulæ cylindrimetricæ: e canone radicum quadratarum; & vaſe cylindraceo, notæ capacitatis.

Hactenus cylindrimetricæ fabrica, e tabella noſtra cyclica. Proximum eſt, vt & fabricam e cylindro notæ capacitatis, vulgaribus vſitatam aperiamus.

2. Heic (vti & ſupra) menſurarum partes altimetræ arbitrariæ ſunt, ſed omnes æquales: baſimetræ vero inæquales, e laterum quadratorum canone adſumendæ.

3. Quantitas autem partium baſimetrarum cōtinua, modo a ſuperiori noſtro diſcrepante inueſtigatur. Qui ſic habet.

4. Primo dati cylindri, notæ capacitatis, pręciſe dimetienda eſt tum altitudo, tum baſios diameter, regula noſtra cubimetrica; vel qualibet alia, partibus æqualibus & minutis diſtincta.

5. Hinc

5. Hinc capacitas inquirenda ſegmenti cylindri propoſiti, vna parte altimetra, baſiq; tota comprehenſi: multiplicando capacitatem totius cylindri, per datam vnius menſuræ altitudinem; factumque vniuerſa cylindri altitudine diuidendo.

6. Tum eiuſdem capacitatis dicti ſegmenti (ad particulas 1000000, vel $1.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}$, reductæ) inueſtiganda radix quadrata: baſioſq; diameter in tot æquales partes ſecanda, quot vnitates inuenta radix habuerit.

7. Verum, quia radix capacitatis ſegmenti, ob ſcrupula integris adhærentia, difficilem ſpatii diametri ſectionem præſtat: numerus alius adſumēdus, minutiis carens, facileque diuiſibilis, qualis vel maxime numerus eſt millenariis aliquot ſeu quadratis tabulæ diametris conſtans: & huic conueniēs ſpatium, diametro partibus homogeneum, inquirendum: multiplicando numerum adſumtum per diametrum baſios; factumque radice capacitatis ſegmenti diuidendo. Quotus enim ſpatium in regula dabit, ex adſumti numeri præſcripto æquabiliter in quadratas diametros ſecandum.

8. Tandem vnius quadratarum diametrorum ſpatio in 1000 particulas æquales ſecto: inuenta erit continua quantitas ſcrupulorum decimorum tertii ordinis: quibus omnia e canone transſumta menſurarum (imo & decimarum) latera æſtimari, & circino excepta regulæ baſimetræ imprimi debent.

Vulgares regulæ ſuæ cylindrimetricæ partes altimetras maiores vel minores, pro placito; ſed tamen æquales omnes, conſtituunt; ſingulaſq; in alias minores diuidunt. Pro baſimetris autem latera quadrata capacitatis ſingularum menſurarum, e canone proprio, quem præcedens habet caput, ſubſtituunt: nimirum pro diametro vnius menſuræ, 1000. particulas æquales, pro diametro duarum menſurarum 1414. &c. Quantitatem autem harum particularum continuam ope vaſis vinarii indagant. Ad quem vſum vas deſiderant (vt ipſi loquuntur) bene proportionatum: hoc eſt, quod baſes, ſeu diametros, mediam & extremas obtinet non plurimum diſſimiles. Et quidem vas vere cylindraceum iuſtæ capacitatis, dextreque fabricatū, hæc requirerent, ſi ſtereometricum negotium probe callerent. Tali vero deſtituti, baſes inæquales vaſis vinarii diametrorum iunctarū biſectione exæquant: poſtea reliquam vaſis geodæſiam cylindri modo pertexunt. Quæ, ſi hactenus a nobis allata probe teneantur, percipi omnia facillime poterunt.

Exempli gratia, eſto hæc vulgarium ratione fabricanda cylindrimetrica. Primum altimetris partibus certa ſua quantitas libere adſignanda: quam heic ſtatuemus poll. 5. 0′. regulæ noſtræ cubimetricæ. Hæque partes interuallis paribus continuandæ: & ſingulæ in denas minutias ſecandæ.

Deinde cylindrus aliquis eſto (nam curticoni figuram ab hac fabrica prorſus excludimus, infra cap. 31.) notæ capacitatis, 300 vel 400 circiter menſurarum, regula noſtra cubimetrica dimetiendus: quem hoc loco ponemus 353 menſurarum: eiuſque altitudinem poll. 55.9′, & baſios diametrum, poll. 31.7′.

Tertio, ad datam altitudinem vnius menſuræ, poll. 3.0′, cylindri propoſiti ſectio inſtituenda, & ſegmenti ſub altitudine trium pollicum capacitas quærenda. Totius ergo cylindri capacitas, menſ. 353, multiplicata per altitudinem vnius menſuræ, poll. 3.0′, producit 1059.0′: quæ, cylindri altitudine poll. 55.9′ diuiſa, capacitatem ſegmenti quæſitam oſtendunt, menſ. 18.9′.4″.4‴.5⁗.—

353.0′. capacitas dati cylindri.
3.0′. pars altimetra.
1059.0′.

```
      232
    51450
   50089445
 105900000
  55999999
   555555
    5555
 ----------
  44721665
   503339
    2227.
     22.
```

(menſ. 18.9′.4″.4‴.5⁗.)

Quarto, capacitatis menſ. 18.9′.4″.4‴.5⁗. latus quadratum in particulis 1.0′.0″.0‴.0⁗.0^{v}.0^{vi} (quoniam & canon radicum quadratarum eaſdem habet) inueſtigandum, e doctrina cap. 3. huius. Inueniturque hoc latus 4.3′.5″.2‴.— Qui numerus indicat, ſpatium diametri, poll. 31.7′, in particulas æquales 4352 ſecandum eſſe: tumque ſpatiola hæc veram quantitatem continuam tertiorum canonis ſcrupulorum, ſeu partium milleſimarum repræſentare.

Capa-

```
                                         2 4 5
                                       2 4 5 2 0 9 6
Capacitas ſegmenti, altit. 3.0'. menſ. 1 8|9 4|4 5|0 0  (latus, 4.3'.5".2'''.
                                       1 6 8 9 6 5 0 4
                                         2 4 8 2 7
                                           4 3 8 4
                                             1 7
```

Idem quoque latus ab ignaris analyſeωs, per partem proportionalem quæri poteſt, e canone radicum quadratarum: ſed interdum paullo minus accurate. Veluti in noſtro exemplo, radix menſurarum 18, in canone datur 4.2'.4".2''', & 19. menſurarum, 4.3'.5".9''': quarum differentia 1'.1".7''', habet partem proportionalem 1'.1".0''': quæ adiecta canonis radici proxime minori 4.2'.4".2''', præbet radicem capacitatis ſegmenti quęſitam 4.3'.5".2'''.

```
Menſ. 19.          radix 4.3'.5".9'''.    Menſ. 1 8.  9'.4".4'''.5''''.
      18.                4.2.4. 2.              1 8.  0. 0. 0. 0.
Diff. menſ. 1.     diff. rad. 1'.1".7'''.   diff. menſ. 9'.4".4'''.5''''.
                                                      1'.1". 7'''.
                                                6  6  1  1  5
                                                9  4  4  5
                                             9  4  4  5
                                        1'. 1".0'''.5''''.0v.6vi.5vii.
```

Regula aurea ſic colligit: Si differentia menſ. 1, habet differentiam rad. 1'.1".7''': ergo differentia menſ. 0.9'.4".4'''.5'''', habebit differentiam rad. 1'.1".0'''.

Quincto. Diuiſurus ſpatium aliquod in multas minutaſque particulas: primo ſpatium illud in maiores aliquot ęquales circini adminiculo partitur: deinde harum quamlibet in alias minores: tum rurſus haſce ſingulas in quotuis alias adhuc minores: ita gradatim ad minimos pergendo. Vnde perſpicuum fit, ſpatium diametri poll. 31.7', in 4352 partes æquales noſtro negotio idoneas diuidi non poſſe. Licet enim numerus 4352, biſectionem octies admittat, veluti in 2176, 1088, 544, 272, 136, 68, 34, 17.

videre eſt: vt datum ſpatium poll. 31.7′, non incommode primum in duas partes; hinc, ſingulis continuo dimidiatis, in 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, tandemque, poſtremarum qualibet deciesſepties æquabiliter ſecta, in 4352, diuidi poſſe videatur: attamen, quia ſpatium diuidendum poll. 31.7′, ſatis exiguum eſt; pars eius ducenteſima quinquageſimaſexta in alias ſeptendecim oculis diſcernendas ſecari nequit. Quare in hoc diametri ſegmento, partibus milleſimis 17 conſtante, acquieſcendum eſſet: indeque continuæ quantitas radicum quadratarum canonis æſtimanda, & regulæ inſerenda. Verum numeris eiuſmodi primis, denario maioribus, non niſi multo labore diametrorum fit impreſſio. Ideoque loco radicis inuentæ 4.3′.5″.2‴, alius numerus millenariis aliquot conſtans (nam maioris ſpatii ſectio errori minus opportuna eſt) pro libito adſumendus: & huic æquale ſpatium, in pollicibus, ſeu partibus diametro homogeneis, inquirēdum: quod poſtea ad numeri iſtius præſcriptum in quadratas diametros ſecandum. In hunc autem vſum ſeligemus numerum 8.0′.0″.0‴: qui baſios diametro 31.7′. multiplicatus, facit 253.6′: qui rurſus numerus ſegmenti radice 4.3′.5″.2‴. diuiſus, ſpatium exhibet poll. 58.2′.7″.2‴. Si enim 4.3′.5″.2‴, æquantur 31.7′: ergo 8.0′.0″.0‴, æquātur 58.2′.7″.2‴. Hoc ſpatium in regula quam accuratiſſime ſignandum, & circini ope in partes octo æquales diuidēdum: quia numerus adſumtus eſt octo integrarum diametrorum. His poſtmodum plures eiuſmodi partes, ſi opus videatur, eodem interuallo adiungi poſſunt. Hæ autem partes ſunt diametri cardinales, ſeu quadratæ, vel potius quadratarum menſurarum: prima videlicet vnius menſuræ; altera, quatuor menſurarum; tertia, nouem; quarta, ſedecim; octaua, ſexaginta quatuor; nona, octoginta vnius menſurarum; &c.

Baſios diameter 31.7′.
Radix adſumta 8.0′.0″.0‴.

253.6′.0″.0‴.0⁗.

3 8 2

```
        3   8 2
      1 1 1 3 9 5
    3 6 0 8 4 6 6 6
  2 5 3.6 0 0 0 0 0
    4 3 5 2 2 2 2 2
      4 3 5 5 5 5
        4 3 3 3
          4 4
  ------------------
  2 1 7 6 0 6 4 4 4
    3 4 8 1 0 6 0
        8 7 4 7
      • 3 0 8
```

(poll. 58. 2′. 7″. 2‴. ſpatium octo diametrorum quadratarum: differens a ſpatio eodem ſuperiori capite inuento ſaltem 4‴.

Quod ſi radicem adſumamus ſex diametrorum quadratarum, nimirum 6.0′.0″.0‴. faciemus cum diametro 31.7′ numerum 190.2′: qui diuiſus ſegmenti radice 4.3′.5″.2‴, ſpatium ſuppeditat ſex cardinalium diametrorum, ſeu triginta ſex menſurarum; nimirum poll. 43.7′.0″.4‴.

```
          1
      3 0 6 7 1
    1 6 1 2 4 6 9 2
  1 9 0 2 0 0 0 0 0
    4 3 5 2 2 2 2 2
      4 3 5 5 5 5
        4 3 3 3
          4 4
  ------------------
  1 7 4 0 8 6 4 0 8
    1 3 0 5 6 4
      3 0 4 7
          1
```

(poll. 43.7′.0″.4‴. ſpatium ſex quadratarum diametrorum.

Poſtremo, ſpatium vnius quadratæ diametri ſeorſim in chartam, vel lignum politum transferendum, & in mille æquales partes ſecandum: vt huius ſubſidio diametri tum menſurarum, tum decimarum partium, e ſuis canonibus notæ, regulæ inſerantur. Quæ omnia e capite ſuperiori proximo patent.

Alia cylindrimetricæ fabrica: parte altimetra exſiſtente poll. 2.0′.

I. Eſto altimetra pars poll. 2.0′.

II. Et cylindrus, 353 menſurarum capax, altitudinē habeat poll. 55.9′, baſiosq; diametrum poll. 31.7′.

III. Capacitas ſegmēti cylindri, ſub altitudine monometra poll. 2.0′, inuenitur menſurarum 12.6′.2″.9‴.6⁗, in ratione videlicet ſubſeſquialtera ad capacitatē ſegmenti altitudinis poll. 3.0′: nam cylindri æquales baſi, ſunt vt altitudines; e prop. 14 lib. 12. Eucl.

IIII. Latus capacitatis ſegmenti eſt 3.5′.5″.4‴.—

V. Quamobrem, ſi ſpatium 3.5′.5″.4‴, æquatur pollic. 31.7′: ſpatium 6.0′.0″.0‴, æquabitur poll. 53.5′.1″.7‴.1⁗. Quod ſpatium in 6 partes diuiſum, quantitatem exhibet ſex quadratarum diametrorum. Et harum vna, 1000 partibus æqualibus diſtincta; milleſimas canonis radicum quadratarum, cylindrimetricæ propoſitæ congruas, metitur.

CAPVT XXIII.

De Vſu cylindrimetricæ regulæ: deq; ſcrupulorum menſuræ decimorum ad quadrantes horumque octonas particulas reductione.

FAbrica cylindrimetricę talis eſt. Huius altimetra cylindri altitudo examinatur; & baſimetra baſios diameter, in menſuris, ac menſurarum decimis ſcrupulis, vel primis, vel etiām ſecundis atq; tertiis. Quibus inuicem multiplicatis, capacitas prodit cylindri, in menſuris, ac decimis: ad quartalia, ohmas & vehes reducenda.

Exempli gratia, quæritur capacitas cylindri, cuius baſios diameter, menſur. 3.7′: altitudo, menſur. 36.3′. Vtimur autem regula cylindrimetrica, cuius pars altimetra vni pollici ſtereometricæ noſtrę regulę eſt ęqualis. Multiplicatione igitur altitudinis & diametri, ſecundū doctrinam cap. 2 huius, elicitur capacitas dati cylindri menſurarum 134.3′.1″. quæ ſunt Ohma 1, Quartalia 13. Menſuræ 2, quadr. 0¼.— Decimæ autem menſurarum, facile quadrantibus & horum octonis permutari queunt, ope canonis, quem in rudiorum gratiam ſubiecimus.

Altitu-

Altitudo cylindri, menſ. 3 6. 3′.
diameter baſios 3. 7′.

2 5 4 1 — Menſ. 1(2 / 1 3 4(quart. / 4 4 — (1 / 3 (3 (ohm. 1. / 2 0
1 0 8 9

capacitas, menſ. 1 3 4. 3′. 1″.

Tabella reductionis decimorum menſura ſcrupulorum, ad quadrantes, & quadrantum octonas partes.

Scrup. decima, ′	″	‴	⁗	v	Quadr.	Scrup. decima, ′	″	‴	⁗	v	Quad.
	3	1	2	5	0 1/8	5	3	1	2	5	2 1/8
	6	2	5	0	0 1/4	5	6	2	5	0	2 1/4
	9	3	7	5	0 3/8	5	9	3	7	5	2 3/8
1	2	5	0	0	0 1/2	6	2	5	0	0	2 1/2
1	5	6	2	5	0 5/8	6	5	6	2	5	2 5/8
1	8	7	5	0	0 3/4	6	8	7	5	0	2 3/4
2	1	8	7	5	0 7/8	7	1	8	7	5	2 7/8
2	5	0	0	0	1	7	5	0	0	0	3
2	8	1	2	5	1 1/8	7	8	1	2	5	3 1/8
3	1	2	5	0	1 1/4	8	1	2	5	0	3 1/4
3	4	3	7	5	1 3/8	8	4	3	7	5	3 3/8
3	7	5	0	0	1 1/2	8	7	5	0	0	3 1/2
4	0	6	2	5	1 5/8	9	0	6	2	5	3 5/8
4	3	7	5	0	1 3/4	9	3	7	5	0	3 3/4
4	6	8	7	5	1 7/8	9	6	8	7	5	3 7/8
5	0	0	0	0	2	10	0	0	0	0	4

Si numerus ſcrupulorum in tabella præciſe non inueniatur; numerus proxime minor vel maior ſumitur; qui dato videlicet minus eſt inæqualis.

Aliud exemplum.

Quæritur capacitas putei, cuius baſios diameter menſ. 17. 5′. 4″. altitudo, menſ. 1 1 7. 2′. Multiplicatione altitudinis & diametri, prodeunt men-

ſuræ 2055.6′.8″.8‴.quæ ſunt Vehes 4, Ohma 1, Quartalia 13, Menſuræ 3, quadrant. $2\frac{3}{4}$—

```
Altitudo   117.2′.
  diam.     17.5′.4″.
          ---------
           4688
          5860
         8204
        1172
        ---------
Menſ.2055.6′.8′.8‴.
```

```
            113        1              (1
Menſ. 2055 (quart. 5(1|:(ohm.25(Veh.4
            444        2 2|0          6
```

Aliud exemplum.

Quæritur capacitas cylindri, cuius baſios diameter menſ. 3.0′.5″. altitudo menſ. 39.7′. Prodeunt menſ. 121.0′.8″.5‴. quæ ſunt Ohma 1, Quartalia 10, Menſ. 1, quadrant. $0\frac{1}{2}$.

```
altit.    39.7′.
diam.     3.0′.5″.
        ---------
         1985
        1191
      ----------
      121.0′.8′.5‴.
```

Exemplum aliud. Quæritur capacitas vaſculi ſtannei, quo theriaca adſeruanda, cuius baſios diameter menſ. 0.8′.5″.8‴. altitudo menſ. 13.4′. Heic notandum, tertia ſcrupula reapſe vix niſi in octo ſecundis primæ menſuræ baſimetrarum dari poſſe: attenta tamen oculi acie hæc quoque vbiuis (præſertim ſi baſios diameter exigua) numeranda eſſe, dum geodæſiæ præciſio requiritur Multiplicatis porro 8′.5″.8‴. per 13.4′. prodeunt menſ. 11.4′.9″.7‴.2⁗. ſeu menſ. 11. quadrant. 2—

Exemplum, vbi maior baſios diameter, quam regula ipſa.

In hiſce exemplis (vt e capite 16 huius patet) diametri longitudo regulæ altimetræ partibus, quæ interuallis paribus in infinitum continuari poſſunt, numeranda: inque partes aliquot æquales, regula baſimetra minores, diuidenda. Tum ſegmenti menſuræ, in baſimetra inuentę, quadrato denominationis ſegmenti multiplicandæ: vnde propoſitæ magnæ diametri menſurę prodeunt. Hæ tandem cum altitudine multiplicatæ, dati cylindri capacitatem definiunt.

Eſto

Eſto igitur cylindrus, cuius altitudo menſ. 2 1 6 4'. Baſios autem diameter, maior regula baſimetra, conſtare deprehendatur regulæ altimetræ menſuris, ſeu pollicibus 1 24.2'.6''. Huius diametri pars dimidia, nimirum poll. 62.1'.3''. ſi baſimetræ regulæ applicetur, monſtrat menſuras 24.2'.5''. quæ multiplicatæ quadrato denominationis vnius ſecundæ, videlicet quaternario, proferunt datæ diametri menſuras 97.0'. Tandem menſuræ 97, per altitudinem menſ 2 1 6. 4', multiplicatæ, faciunt dati cylindri capacitatem menſ. 20990. 8'. quæ ſunt Veh es 43. Ohm. 4. Quart. 7. Menſ. 2. Quadr. 3 $\frac{1}{4}$.

Altit. 2 1 6. 4'.
diam. 9 7.
1 5 1 4 8
1 9 4 7 6
2 0 9 9 0. 8'.

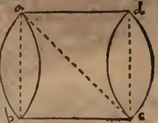
Menſ.
4 1 3 2 — 2 4
2 0 9 9 0. 8'. (Oh. 2 6 2 (Vch. 43. Oh. 4. Q. 7.
8 8 8 — 6 6
4

Capvt XXIV.

De ſpeciali ſtereometria cylindri, æqualis cum baſios diametro altitudinis, per regulam propriam, Triangularem vulgo dictam: deque huius fabrica e canone noſtro cyclico: accedente tabulæ radicum cubicarum ſubſidio.

Si cylindri altitudo baſios ſuæ diametro æqualis ſit, vel non multum inæqualis; ſtereometria per triangularem regulam promtiſſime abſoluitur.

Eſt autem regula triangularis inſtrumentum, ſectum vnica ſoliditatis linea cylindri æqualis altitudinis cum baſios diametro. Et vocatur triangularis regula; quia ſegmentum eius quodlibet latus eſt trianguli orthogonii ad cylindri dati altitudinem & baſios diametrum conſtructi.



Ceterum regulæ huius ſectio dupliciter inſtitui poteſt: vel e crure alterutro, exēpli gratia b c, vel b a, dati orthogonii a c b: vel ex hypoteinuſa eiuſdem a c. Regula crurum ſegmenta habens, Perpendicularis nuncupatur: quia in vſu geodætico perpendiculariter cylindrorum vel baſi a b, vel altitudini b c, aptatur. Diagonalis vocatur, quæ hypoteinuſas ſolas metitur, a baſi ad baſin, per cylindri axin, oblique tendens, inſtar diagonii, a c.

Segmenta vtriuſque triangularis regulæ alia Cardinalia ſunt, quorum menſuræ numerus cubicus eſt: vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, &c. alia Interiecta cardinalibus; vt 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, &c.

Trigona regula Perpendicularis.

Inuentio ſegmentorum perpendicularis regulæ cyclici adminiculo talis eſt. Primum ſoliditas cylindri propoſiti quæritur: multiplicando numerũ menſurarum eo ipſo cylindro contentarum, per numerum cuborum vnius menſuræ, nimirum per $125.0'$. Exempli cauſſa: ſi quærendum ſit octauum ſegmentum cardinale, quod eſt menſurarum 512: multiplicantur menſuræ 512, per cubos pollicares 125: vnde cylindri 512 menſurarum capacis prodit ſoliditas cub. 64000.

Secundo, quia hæc ſoliditas numerus quidam factus eſt, cuius factores ſunt, cylindri dati altitudo, & baſis, diametrum hoc loco habens altitudini æqualem: ob id in canone cyclico factores ambo quæruntur, (factus enim in eo non continetur) examinando hinc inde areas, ſeu baſes, cum ſuis diametris, quæ heic altitudinem cylindri repræſentant; donec diameter inueniatur, quæ area ſua multiplicata, dati cylindri ſoliditatem proxime conſtituat. Quoniam autem factores in canone præciſe non exſtant: proxime minores & maiores transſcribũtur: ac ſoliditates, multiplicatione diametri atque areæ ſuæ, conſtituuntur. Vt in exemplo propoſito: ſoliditas proxime maior inuenitur, $64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}$, e baſi $1479.4'.0''.4'''.6^{iv}.7^{v}.8^{vi}.4^{vii}$, & altitudine $43.4'$: itemque proxime minor ſoliditas $63763.3'.6''.3'''.4^{iv}.8^{v}.7^{vi}.0^{vii}.1^{viii}$, e baſi $1472.5'.9''.4'''.9^{iv}.9^{v}.9^{vi}.7^{vii}$, & altitudine $43.3'$.

Baſ.

Baſ. $1479.4'.0''.4'''.6^{iv}.7^{v}.8^{vi}.4^{vii}.$

Altit. $43.4'.$

5917618 7136
44382140352
5917618 7136

$64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}.$ ſoliditas.

Baſis $1472.5'.9''.4'''.9^{iv}.9^{v}.9^{vi}.7^{vii}.$

Altit. $43.3'.$

441778499 91
44177849991
58903799988

$63763.3'.6''.'''.4^{iv}.8^{v}.7^{vi}.0^{vii}.1^{viii}.$

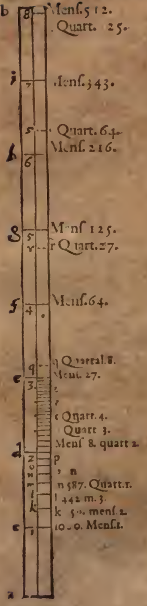
Poſtremo e trium ſoliditatum, maioris, minoris, datæque differentiis, altitudo propoſitæ ſoliditati congrua elicitur, hoc modo: Si differentia ſoliditatum $442.7'.9''.9'''.5^{iv}.5^{v}.5^{vi}.5^{vii}.5^{viii}$, habet differentiam altitudinis $1'$: ergo differentia ſoliditatum $236.6'.3''.6'''.5^{iv}.1^{v}.2^{vi}.9^{vii}.9^{viii}$, habet differentiam altitudinis $5''.3'''$—+—: quæ addita altitudini ſoliditatis proxime minoris $43.3'$, exhibet quæſitum ſegmentum cardinale octauum, cylindri, æqualis cum baſios diametro altitudinis, menſurarum 512 capacis; videlicet poll. $43.3'.5''.3'''$—+—.

$64206.1'.6''.3'''.0^{iv}.4^{v}.2^{vi}.5^{vii}.6^{viii}$	$64000.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}.$
63763.3. 6. 3. 4. 8. 7. 0. 1.	63763.3. 6. 3. 4. 8. 7. 0. 1.
442.7. 9. 9. 5. 5. 5. 5. 5.	236.6. 3. 6. 5. 1. 2. 9. 9.

Diuid. $2366365129900^{x}.(5''.3'''.$

Diuiſor $442799555 55^{viii}.$

Hoc ſpatium, pollicum $43.3'.5''.3'''$, in regula cubimetrica numeratum, & in octo partes æquas diuiſum (nam radix cubica numeri capacitatis 512, eſt 8.) ſegmentorum cardinalium interualla monſtrat, æquabiliter quousque libet continuanda.



Sic in ſchemate adiecto ſpatium a b, conſtans pollicibus regulæ noſtræ 43. 3′. 5″. 3‴, —— in octo partes ſect um eſt: quarum prima, a c, pollicum 5. 4′. 1″. 8‴. 9⁗. —— diameter eſt baſios cylindri vnius menſuræ, ſi altitudo par ſit diametro: altera, a d, octo menſurarum: tertia, a e, 27 menſurarum: quarta, a f, 64 menſurarum: &c Cylindri enim ſimiles triplicatam habent rationem homologorum laterum: ex elem. 15. lib. 4. Geom. P. Rami. Vnde, ſi cylindrus cuius baſios diameter, itemque altitudo, ſunt poll. 5. 4′. 2″. —— capit mēſurā 1: ſane cylindrus dimenſiones illas duplas habens, nim. poll. 10. 8′. 4″. —— capiet menſuras 8. Dupla enim ratione triplicata, ſeu rationis duplæ ter poſitis terminis, & inuicem multiplicatis, octupla ratio prodit: hoc modo:

$$\frac{2-2-2}{1-1-1} \text{ faciunt } \frac{8}{1}$$

vel:

$$\frac{2-2}{1-1} \text{ faciunt } \frac{4}{1} : \& \ \frac{4-2}{1-1} \text{ faciunt } \frac{8}{1}$$

Impreſſis regulæ ſegmentis cardinalibus; intermedia ſimiliter e cyclico canone elici queunt. Verum expedita magis via eſt e tabella radicum cubicarum: quā ad menſuras 200 confectam ex Andrea Helmrico mutuati ſumus, & ad 240 ſiue menſuras, ſiue quartalia, continuauimus. Spatium ergo vnius cardinalis diametri, poll. 5. 4′. 2″——, ſeorſim in charta deſignatum, in 1000 partes æquales, ſeu 0′. 0″. 0‴. ſcrupula diuiditur: hincq; ſingularum mēſurarum diametri regulę inſeruntur: nimirum duarum menſurarum ad k. vbi ſcrupula 2′. 5″. 9‴ terminantur: trium, ad l, vbi ſcrupula 4′. 4″. 2‴: &c. Vſus regulæ huius perfacilis eſt. Dia-

metrus enim baſios dati cylindri a b, regulæ partibus dimenſa, capacitatem adſcriptam protinus commonſtrat.

Diagonalis trigona regula.

E trigono orthogonio conſtructa regula perpendicularis, quam modo propoſuimus, in vſu eſſe, quod equidem ſciam, non ſolet. Diagonalis vero a quibuſdam vſurpatur. Cuius fabrica, noto perpendicularis regulæ ſegmēto monometro, per propoſ. 47, lib. 1. Eucl. ita inſtituitur. Quadrata diametri baſios, & altitudinis, inuicem adduntur: ſummæ radix eſt diagonius monometra regulæ diagonalis: qua notata, & in partes mille diuiſa, reliquæ omnes diagonii e cubicorum laterum canone regulæ, eodem quo prius docuimus modo imprimuntur. Veluti in exemplo noſtro, vbi cylindri altitudo, baſioſque diameter æquantur: quadratum diametri 5.4′.1″.8‴.9⁗ ——, eſt 29.3′.6″.4‴.4⁗.7^{v}.7^{vi}.2^{vii}.1^{viii}: idemque etiam eſt altitudinis quadratū. Summa vtriuſq; exſiſtit 58.7′.2″.8‴.9⁗.1^{v}.4^{vi}.4^{vii}.2^{viii}. Huius latus 7.6′.6″.3‴.4⁗. —— diagonius prima eſt cardinalium regulæ diagonalis. Spatium ergo a c: pollicum regulæ cubimetricæ 7.6′.6″ ——, in ſcrupula decima primi, ſecundi, tertiiq; ordinis diſtributum, quantitatem definit ſcrupulorum, canonis radicum cubicarum: quibus ſingularum menſurarum interualla numerata, ad duas ohmas, ſeu 160 menſuras, regulæ inſcribuntur: vnius ſcilicet menſuræ ad c, vbi 1.0′.0″.0‴. canonis terminantur: duarum menſurarū, ad k, vbi 2′.5″.9‴: trium, ad l, vbi 4′.4″.2‴: quatuor ſeu vnius quartalis, ad m, vbi 5′.8″.7‴: &c. Verum vltra duas ohmas aſcendendo, menſurarum ſpatia nimis anguſta euadunt: ob id ſuperioribus regulæ partibus non menſuræ ſed quartalia imprimuntur. Hoc fine ſpatium quatuor menſurarum, ſeu vnius quartalis a m, (quod prima eſt cardinalis διαγώνιος quartalium) paribus interuallis continuatur: vt altera exſtat diagonius, octo quartalium, ad literam q: tertia, viginti ſeptem quartalium, ad r: quarta, ſexaginta quatuor quartalium, ad s: quincta, centum vigintiquinq; quartalium, ad t: &c. Quo peracto, idem ſpatium vnius quartalis a m, in mille partes diuiditur: cuius ſectionis miniſterio quartalium diagonii, cardinalibus interiectæ, ex laterū cubicorum tabella tranſſumta, ad duas vſq; vehes, ſeu 240 quartalia regulæ inſeruntur: duorum videlicet quartalium, ad d, vbi huius eſt ſcrupulorum 2′.5″.9‴, qualiū διαγώνιος vnius quartalis a m habet 1.0′.0″.0‴: triū ad u, vbi 4′.4″.2‴: quatuor, ad x: quinq;, ad y: ſex, ad z. &c. In vſu geodætico regula hæc diagonalis cylindrū interius oblique metitur, demiſſa ab vnius baſios ora ſuprema a, ad alterius infimam c. Capacitatem vero regulę immerſæ lōgitudo adſcriptam exhibet.

Fabrica triangularis regulæ, ad quamlibet dimenſionum cylindri proportionem.

Licet regula præcedens triangularis conſtructa ſit ad proportionem æqualitatis dimenſionum cylindri, altitudinis videlicet, baſiosque diametri: ſimilis tamen regula etiam ad quamuis dimenſionum illarum proportionem inæqualitatis parari poteſt.

Exempli gratia: fabricanda eſto regula triangularis ad proportionem diametri baſios & altitudinis ſeſquiſextam: quando videlicet diameter baſios ſeptem eſt partium, qualium altitudo ſex.

1. *Soliditas cylindri menſurarum 512, octo habens ſegmenta cardinalia, eſt cuborum 64000: vt & paullo ante.*
2. *Areæ circularis in canone cyclico hincinde quæritur, quæ cum altitudine ſua proportionali conſtituat ſoliditatem dati cylindri, nimirũ cubos 64000. Et quia talis area præciſe in cyclico non exſtat: ex areis proxime maiori & minori, multiplicatis per altitudines ſuas proportionatas, ſoliditates proxime maior minorque conſtituuntur.*

Altitudo autem proportionalis diametro areæ, elicitur e terminis datæ rationis ſeſquiſextæ: hoc modo: Diameter 7, altitudinem habet 6, ex hypotheſi: ergo diameter areæ cyclicæ proxime maioris, poll. $45.7'$, altitudinem habet poll. $39.1''$ [illegible]: quæ cum area ſua 1640. $3'.6''.2'''.8^{iv}.6^{v}.3^{vi}.9^{vii}$ facit ſoliditatem proxime maiorem $64254.6'.5''.3'''.7^{iv}.4^{v}.1^{vi}.8^{vii}.2^{viii}.6^{ix}.9^{x}$. Eadem quoque ratione diametrus areæ proxime minoris poll. $45.6'$, altitudinem habet poll. $39.0'.8''.5'''$ [illegible]: quæ cum area ſua $1633.1'.9''.1'''.8^{iv}.8^{v}.7^{vi}.4^{vii}$, facit ſoliditatem proxime minorem $63833.3'.0''.4'''.9^{iv}.1^{v}.9^{vi}.0^{vii}.2^{viii}.9^{ix}$.

3. *Et tum ſoliditatum, maioris, minoris, dataque differentiis, diametrus datæ ſoliditati congrua elicitur, hoc modo:*

Soliditas maior	$64254.6'.5''.3'''.7^{iv}.4^{v}.1^{vi}.8^{vii}.2^{viii}.6^{ix}.9^{x}$.
minor	63833. [illegible] .0. 4. 9. 1. 9. 0. 2. 9. 0.
diff.	42 [illegible] .3. 4. 8. 8. 2. 2. 7. 9. 7. 9.
Soliditas data	$64000.0'.0''.0'''.0^{iv}.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}.0^{ix}$.
minor	63833.3.0. 4. 9. 1. 9. 0. 2. 9.
diff.	166.6.9. 5. 0. 8. 0. 9. 7. 1.

Si differentia ſoliditatum 421.3′.4″.8‴, &c. habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia ſoliditatum 166.6′.9″, &c. habet differentiam diametrorum 5″.9‴—: quæ, addita diametro ſoliditatis proxime minoris 45.5′, exhibet diametrum ſoliditatis propoſitæ cuborum 64000: videlicet, poll. 45.6′.3″.9‴—

Diuidendus 16.6.6.9.5.0.8‴
Diuiſor 421. .4.8‴. (5″.9‴.—

4. Altitudo autem diametro 45.6′.3″.9‴. proportionalis ſic indagatur. Diameter 7, altitudinem habet 6: ergo diameter 45.6′.3″.9‴—, altitudinem habet 39.·′.1″.9‴—

5. Tandem, quia diametrus & altitudo cylindri crura ſunt trianguli orthogonii; radix ſummæ vtriuſque cruris quadrati, hypotenuſæ vices agit. Eſt autē diametri quadratum 2[illegible]82.9.1″.8‴.3⁗.2ᵛ.1ᵛⁱ, & altitudinis quadratum 1530.2′.9″.6‴.1⁗.6ᵛ.1ᵛⁱ: quæ addita, faciunt 3612.2′.1″.4‴.4⁗.8ᵛ.2ᵛⁱ: cuius latus 60.1′.1″.·‴.— baſis eſt quæſita trianguli rectanguli.

6. Hinc ergo triangularis regula triplex fingi poteſt: latere trianguli ſingulo in partes octo æquas diuiſo; vnde cardinalia regulæ ſegmenta oriuntur: & horum vno in 1000 partes diſtincto; vnde intericcta ſegmenta ope cubicarum radicum canonis interſeruntur. Prima regula eſt perpendicularis, ex altero crure trianguli, nimirum diametro baſios cylindri, pollicum regulæ cubimetricæ 45.6.3″.9‴: cuius ſegmentum monometrum eſt poll. 5.7′.0″.4‴— Altera regula & ipſa eſt perpendicularis, e reliquo trigoni crure, ſcilicet altitudine cylindri, poll. 39.1′.1″.9‴: cuius diametrus monometra poll. 4.8′.9″—

Tertia regula eſt diagonalis, e baſi trianguli, poll. 60.1′.1″.0‴.—: cuius [διαγώνιος] monometra poll. ‑.5′.1″.3‴—

Prima harum regularum cylindri baſios diametrum metitur: ſecunda, altitudinem eiuſdem cylindri: tertia, diagonium. Stereometria vero eodem recidit, quacunque regula Geodætes vtatur: hactenus tamen diagonalis ſola mechanicis nota fuit.

Alia triangularis regulæ fabrica: ad proportionem diametri baſios & altitudinis ſeſquiſeptimam: quando diametrus partium 8, eſt altitudo 7.

Si diameter 8, altitudinem habet 7; ergo diameter areæ proximæ

maioris, poll. 45.4′, altitudinem habet poll. 39.7′.2″.5‴ —+—: quæ cum area ſua 1618.8′.9″.7‴.0^{iv}.6^{v}.0^{vi}.2^{vii}, facit ſoliditatem proxime maiorẽ 64310.6′.8″.5‴.7^{iv}.1^{v}.6^{vi}.4^{vii}.4^{viii}.5^{ix}. Pariter diameter areæ proxime minoris, poll. 45.3′, altitudinem habet poll. 39.6′.3″.7‴ —+—: quę cum area ſua 1611.7′.7″.3‴.2^{iv}.0^{v}.9^{vi}.5^{vii}, facit ſoliditatem proxime minorem 63885.8′.5″.4‴.7^{iv}.0^{v}.4^{vi}.9^{vii}.5^{viii}.1^{ix}.5^{x}.

Hinc, ſi differẽtia ſoliditatum 42[illegible].8′.3″.1‴.0^{iv}.1^{v}.1^{vi}.4^{vii}.9^{viii}.3^{ix}.5^{x}, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia ſoliditatum 114.1′.4″.5‴.2^{iv}.9^{v}.5^{vi}.[illegible]^{vii}.4^{viii}.8^{ix}.5^{x}, habet differẽtiam diametrorum 2″.6‴ —+—: quæ addita diametro ſoliditatis proxime minoris 45.3′, offert diametrum propoſitæ ſoliditatis cuborũ 64000, videlicet, poll. 45.3′.2″.6‴ —+—: cuius octaua pars, poll. 5.6′.6″.5‴ —+—, monometrum regulæ eſt ſegmentum.

Altitudo huic diametro proportionalis, eſt poll. 3[illegible].6′.6″.0‴ —+—: cuius octaua pars, poll. 4.9′.5″.7‴ —+—, monometra regulæ diametrus eſſe poteſt.

Quod ſi diametrus & altitudo inuentæ, crura ſtatuantur orthogonii trianguli: baſis eiuſdem erit poll. [illegible]0.2′.[illegible]″.7‴: cuius octaua pars, poll. 7.5′.2″.8‴, ſpatium eſt monometrum regulę diagonalis: nam diametri quadratum eſt 205[illegible].4′.4″.6‴.2^{iv}.7^{v}.6^{vi}, & altitudinis quadratum 15[illegible]2.9′.1″.5‴.6^{iv}: quæ iuncta, conſtituunt 3[illegible]27.3′.6″.1‴.8^{iv}.7^{v}.6^{vi}, cuius latus eſt 60.2′.2″.7‴ —+—.

Triangularis regulæ alia fabrica: ad proportionem diametri baſios & altitudinis ſeſquitertiam quando diametrus partium quatuor eſt, altitudo trium.

Si diameter 4, altitudinem habet 3: ergo diameter areæ proxime maioris, poll. 47.8′, altitudinem habet poll. 35.8′.5″: quæ cum area ſua 1794.5′.8″.2‴.0^{iv}.6^{v}.0^{vi}.2^{vii}, facit ſoliditatẽ proxime maiorem 64335.7′.6″.6‴.8^{iv}.5^{v}.8^{vi}.1^{vii}.7^{viii}.

Ita diameter areæ proxime minoris, poll. 47.7′, altitudinem habet, poll. 35.7′.7″.5‴: quæ cum area ſua 178[illegible].0′.8″.1‴.2^{iv}.0^{v}.3^{vi}, facit ſoliditatem proxime minorem 63932.8′.3″.0‴.0^{iv}.3^{v}.7^{vi}.3^{vii}.2^{viii}.5^{ix}.

Hinc, ſi differentia ſoliditatum [illegible]02.9′.3″.6‴.8^{iv}.2^{v}.0^{vi}.8^{vii}.4^{viii}.5^{ix}, habet differentiam diametrorum 1′: ergo differentia ſoliditatum 67.1′.6″.9‴.9^{iv}.6^{v}.2^{vi}.6^{vii}.7^{viii}.5^{ix}, habet differẽtiam diametrorũ 1″.6‴ —+—: quæ addita dia-

dita diametro ſoliditatis proxime minoris, poll. 47.7′, exhibet diametrum propoſitæ ſoliditatis cuborum 64000, nimirũ poll. 47.7′.1″.6‴—+—: cuius octaua pars, poll. 5.9′.6″.4‴—+—, monometrum regulæ eſt ſegmentum.

Altitudo huic diametro proportionalis, eſt poll. 35.7′.8″.7′, —+— cuius pars octaua, poll. 4.4′.7″.3‴—+—, monometra diametrus eſt regulæ.

Si tandem diametrus & altitudo inuentæ, crura ponantur trianguli rectanguli: baſis huius erit 59.6′.4″.4‴—+—: cuius octaua pars, poll. 7.4′.5″.5‴—+—, ſpatium eſt monometrum regulæ diagonalis.

Notanda.

I. Regula quælibet triangularis, non niſi vni cylindrorum ſimilium generi (quorum & axes, & baſium diametri ſint proportionales: e defin. 24, lib. 11 Eucl.) poteſt adhiberi: ei videlicet, ad cuius dimenſionum certam proportionem regula eſt conſtructa. Sic enim omnes cylindri, cuiuſcunque magnitudinis, habentes diametri baſios & altitudinis rationem, verbi gratia, ſeſquitertiam; vna eademq; regula triangulari, ad dictam rationẽ ſpeciatim fabricata, recte examinantur. Cylindri vero, quibus alia dimenſionum ratio, alias etiam regulas triangulares depoſcunt. Cauſſa eſt: quoniam ſegmenta triangularis regulæ lineas ſoliditatem cylindrorum dimetientes non niſi homologas repræſentant.

II. Geodæſia triangularibus vix vnquam accurate ſatis abſoluitur. Interualli enim ſegmentorum regulæ anguſtia, ſcrupuloſam menſurarum confectionem non admittit: vnde in praxi minima particula neglecta, grandis erroris cauſſa eſſe poteſt. Nobis tamen & hanc regulam, artis ſtereometricæ varietatem vti oſtenderemus, adducere placuit.

Canon laterum cubicorum, integrorum, ordine ab vnitate ſe conſequentium, in partibus millies milleſimus; ſeu ſcrupulis decimis ſexti ordinis.

Capacitas, in mẽſuris.	Radices capacitatis.				Mẽ-ſurę	Radices.				Mẽ-ſuræ	Radices.			
	0	′	″	‴		0	′	″	‴		0	′	″	‴
1	1	0	0	0	24	2	8	8	4	47	3	6	0	8
2	1	2	5	9	25	2	9	2	4	48	3	6	3	4
3	1	4	4	2	26	2	9	6	2	49	3	6	5	9
4	1	5	8	7	27	3	0	0	0	50	3	6	8	3
5	1	7	0	9	28	3	0	3	6	51	3	7	0	8
6	1	8	1	7	29	3	0	7	2	52	3	7	3	2
7	1	9	1	2	30	3	1	0	7	53	3	7	5	6
8	2	0	0	0	31	3	1	4	1	54	3	7	7	9
9	2	0	8	0	32	3	1	7	4	55	3	8	0	2
10	2	1	5	4	33	3	2	0	7	56	3	8	2	5
11	2	2	2	3	34	3	2	3	9	57	3	8	4	8
12	2	2	8	9	35	3	2	7	1	58	3	8	7	0
13	2	3	5	1	36	3	3	0	1	59	3	8	9	2
14	2	4	1	0	37	3	3	3	2	60	3	9	1	4
15	2	4	6	6	38	3	3	6	1	61	3	9	3	6
16	2	5	1	9	39	3	3	9	1	62	3	9	5	7
17	2	5	7	1	40	3	4	1	9	63	3	9	7	9
18	2	6	2	0	41	3	4	4	8	64	4	0	0	0
19	2	6	6	8	42	3	4	7	6	65	4	0	2	0
20	2	7	1	4	43	3	5	0	3	66	4	0	4	1
21	2	7	5	8	44	3	5	3	0	67	4	0	6	1
22	2	8	0	2	45	3	5	5	6	68	4	0	8	1
23	2	8	4	3	46	3	5	8	3	69	4	1	0	1

Meſ.	Radices.				Meſ.	Radices.				Meſ.	Radices.			
	0	′	″	‴		0	′	″	‴		0	′	″	‴
70	4	1	2	1	98	4	6	1	0	126	5	0	1	3
71	4	1	4	0	99	4	6	2	6	127	5	0	2	6
72	4	1	6	0	100	4	6	4	2	128	5	0	3	9
73	4	1	7	9	101	4	6	5	7	129	5	0	5	2
74	4	1	9	8	102	4	6	7	2	130	5	0	6	5
75	4	2	1	7	103	4	6	8	7	131	5	0	7	8
76	4	2	3	5	104	4	7	0	2	132	5	0	9	1
77	4	2	5	4	105	4	7	1	7	133	5	1	0	4
78	4	2	7	2	106	4	7	3	2	134	5	1	1	7
79	4	2	9	0	107	4	7	4	7	135	5	1	2	9
80	4	3	0	8	108	4	7	6	2	136	5	1	4	2
81	4	3	2	6	109	4	7	7	6	137	5	1	5	5
82	4	3	4	4	110	4	7	9	1	138	5	1	6	7
83	4	3	6	2	111	4	8	0	5	139	5	1	8	0
84	4	3	7	9	112	4	8	2	0	140	5	1	9	2
85	4	3	9	6	113	4	8	3	4	141	5	2	0	4
86	4	4	1	3	114	4	8	4	7	142	5	2	1	7
87	4	4	3	0	115	4	8	6	2	143	5	2	2	9
88	4	4	4	7	116	4	8	7	7	144	5	2	4	1
89	4	4	6	4	117	4	8	9	0	145	5	2	5	3
90	4	4	8	1	118	4	9	0	4	146	5	2	6	5
91	4	4	9	7	119	4	9	1	8	147	5	2	7	7
92	4	5	1	4	120	4	9	3	1	148	5	2	8	9
93	4	5	3	0	121	4	9	4	6	149	5	3	0	1
94	4	5	4	6	122	4	9	5	9	150	5	3	1	3
95	4	5	6	2	123	4	9	7	3	151	5	3	2	5
96	4	5	7	8	124	4	9	8	6	152	5	3	3	7
97	4	5	9	4	125	5	0	0	0	153	5	3	4	8

Mẽſ	Diametri.				Mẽſ	Diametri.				Mẽſ	Diametri.			
154	5°	3'	5''	9'''	183	5°	6'	7''	8'''	212	5°	9'	6''	2'''
155	5	3	7	1	184	5	6	8	8	213	5	9	7	2
156	5	3	8	3	185	5	6	9	8	214	5	9	8	2
157	5	3	9	4	186	5	7	0	8	215	5	9	9	1
158	5	4	0	6	187	5	7	1	8	216	6	0	0	0
159	5	4	1	8	188	5	7	2	8	217	6	0	0	9
160	5	4	2	8	189	5	7	3	8	218	6	0	1	8
161	5	4	3	9	190	5	7	4	8	219	6	0	2	7
162	5	4	5	1	191	5	7	5	8	220	6	0	3	6
163	5	4	6	2	192	5	7	6	8	221	6	0	4	6
164	5	4	7	3	193	5	7	7	8	222	6	0	5	5
165	5	4	8	4	194	5	7	8	8	223	6	0	6	4
166	5	4	9	5	195	5	7	9	8	224	6	0	7	3
167	5	5	0	6	196	5	8	0	8	225	6	0	8	2
168	5	5	1	7	197	5	8	1	8	226	6	0	9	1
169	5	5	2	8	198	5	8	2	8	227	6	1	0	[illegible]
170	5	5	3	9	199	5	8	3	8	228	6	1	0	9
171	5	5	5	0	200	5	8	4	8	229	6	1	1	8
172	5	5	6	1	201	5	8	5	7	230	6	1	2	6
173	5	5	7	2	202	5	8	6	7	231	6	1	3	5
174	5	5	8	3	203	5	8	7	7	232	6	1	4	4
175	5	5	9	3	204	5	8	8	7	233	6	1	5	3
176	5	6	0	4	205	5	8	9	6	234	6	1	6	2
177	5	6	1	4	206	5	9	0	6	235	6	1	7	1
178	5	6	2	5	207	5	9	1	5	236	6	1	8	0
179	5	6	3	5	208	5	9	2	5	237	6	1	8	8
180	5	6	4	6	209	5	9	3	4	238	6	1	9	7
181	5	6	5	6	210	5	9	4	3	239	6	2	[illegible]	6
182	5	6	6	7	211	5	9	5	3	240	6	2	1	4

C A-

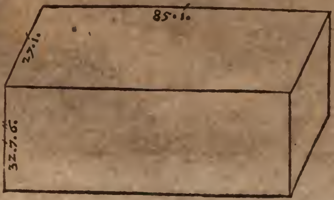
CAPVT XXV.

De Coni ſtereometria: deq́; Conimetricæ regulæ fabrica. Coni altitudinis directio, eſt triens altitudinis.

BAſis coni eſt planũ rotundũ: cuius longitudo, periphereiæ dimidium eſt; latitudo, radius. Altitudo coni directa, eſt tertia pars altitudinis a vertice ad baſin. Factus igitũ a plano baſios coni, & triente altitudinis, ſoliditas eſt: q a conus ſubtrilp' eſt cylindri, baſi & altitudine æqualis: e prop. 10, lib. 12 Eucl.



Exẽpli gratia, quęratur ſoliditas & capacitas coni, cuius baſios diameter poll. 54.2′: altitudo 98.5′. Lõgitudo baſios, ſeu dimidiũ periphereiæ, e regione diametri 54.2′, in canone plani circu-

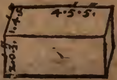


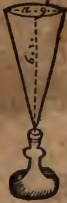
laris eſt 85.1′—Latitudo eſt 27.1′. Hinc planities in eodem canone datur 2307.3′. Quæ per altitudinis trientem, 32.7′.6″.6‴—, facit ſoliditatem cuborum 75600.9′.9″—, hoc eſt, Vehem 1, Ohmam 1, Quartal. 11, Menſ. o, quadr. 3¼.

Eadem producitur ſoliditas 75602, ſi baſios 2307.3′ triens, nim. 769, 1′. tota altitudine 98.5′ multiplicetur.

Planities,	2 3 0 7. 3′
Altitudo;	3 2. 7′. 6″. 6‴.
	1 3 8 4 3 8
	1 3 8 4 3 8
	1 6 1 5 1 1
	4 6 1 4 6
	6 9 2 1 9
	7 5 6 0 0. 9′. 9″. 1‴. 8⁗.

Aliud exemplum. Poculi conici, cuius baſios diameter poll. 2.9′ altitudo 6.1′, quæritur ſoliditas. Diameter baſios 2.9′, in cyclico exhibet aream planam 6.6′.—quæ per altitudinem directam, nimirum 2.0′.3″.3‴— facit ſoliditatem 13.4′—hoc eſt, quadr. 2⅞. Reperitur autem longitudo baſios in cyclico, 4.5′.5″. Latitudo eſt radius, videlicet 1.4′.5″.





Altitudo	2. 0′. 3″. 3‴.
planities	6. 6′.
	1 2 1 9 8
	1 2 1 9 8
	1 3. 4′. 1″. 7‴. 8⁗.

Quot huiuſmodi pocula conſtituunt menſuram? Si cubi 13.4′, æquantur vni poculo: ergo cubi 125. 0′, æquantur poculis 9.3′— & proinde menſura continet eiuſmodi pocula nouẽ, cum tribis decimis vnius poculi.

```
      1
      5 1
    4 4 8 2
1 1 5.0.0.5 (pocul. 9.3'.2"—
   1 3 4 4 4
    1 3 3
      1
—————————
1 2 0.6 2 8
    4 0 6.
      2
```

Exemplum aliud.

Eſto conus, cuius baſios diameter 50.2': altitudo 123.4'. Diameter baſios in tabella circulari planitiem habet 1979 3'— quæ per altitudinem directam, nimirum 41.1'.3".3'''— facit ſoliditatem 81414.5'— hoc eſt, Vehem 1, Ohmas 2, Quartal. 2, Menſ. 3, quadrant. 1 $\frac{1}{4}$.

Exemplum aliud. Eſto conus, cuius baſios diameter poll. 162.8'. altitudo, poll. 324.6. Diameter baſios in cyclica non exſtat. Eius autem pars dimidia, poll. 81.4'. aream in canone habet 52 4.2'.2".8'''.— quæ (vt cap. 16. huius docetur) quadrato denominationis ſegmenti, videlicet quaternario, multiplicata, planitiem datæ diametri 162.8'. promit, pollicum quadratorum 20816.9'.— Hæc per altitudinis trientem, nim. 108.2'. facit ſoliditatem, cub. 2252388.5'.8".— hoc eſt, Vehes 37, Ohmas 3, Quartalia 4, Menſ. 3, quadrant. $0\frac{1}{2}$.

```
Planities  2 0 8 1 6.9'.
               1 0 8.2'.
          ——————————————
             4 1 6 3 3 8
           1 6 6 5 3 5 2
         2 0 8 1 6 9
         ———————————————
         2 2 5 2 3 8 8.5'.8"
```

Speciatim quoq; conimetrica regula parari poteſt e regula cylindrimetrica: ſi, manentibus baſimetris partibus, altimetræ ſingulæ trifariam æquabiliter ſecentur. Horum autem ſegmentorum quodlibet menſuram dabit altitudinis: deniſq; ſcrupulis primis dirimetur. Quod ſi retinere altimetras partes placeat: baſimetrarum numeri triplicari debent. Nam vnius men- *Conimetrica regula fabrica.*

ſuræ cylindrimetricę diameter, eſt trium menſurarum conimetricę diameter: duarum cylindrimetricæ, eſt ſex conimetricæ; & ſic deinceps quælibet diameter cylindrimetricæ, triplicis eſt potentiæ in conis metiendis. Quare 12 menſurarum diameter cylindrimetricæ, erit 36 menſurarum diameter conimetricæ. Proinde ſpatium illud diuiſum in ſex partes æquales exhibebit ſex quadratas conimetricæ diametros: quæ porro continuari, & prima ſeu monometra in 1000 partes diſtincta, interiectæ quoque diametri e canone laterum quadratorum inſeri poſſunt.

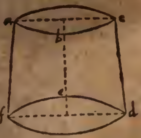
Caput XXVI.

De vera Coni curti ſtereometria. Vbi de cono curto abſoluendo.

Conus curtus a conico faſtigii experte, baſique gemina comprehenditur: vt in a b c d e f videre eſt.

2. Eius directio perfectionem geodæticam prius requirit: vt altitudo coni partibus ſuis abſoluti innoteſcat. Hāc directio excipit tum totius coni, tum adiectę faſtigiatæ partis: vt tandem faſtigii ſoliditate totius ſoliditati detracta, curtæ partis ſoliditas relinquatur.

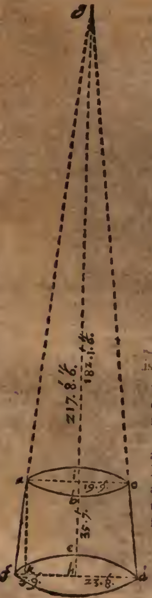
3. Perfectio coni geodætica in plano commodiſſime inſtituitur: latera curta ad mutuam interſectionem continuando.



Coni curti vtraq; baſis dirigi poteſt: ſed altitudo propter inordinationem curticoni nequaquam, niſi perficiatur conus. Pars ergo faſtigiata deficiens curtæ parti adiungenda: vt altitudo totius pateat. Quoniam vero ſimplex altitudo heic quæritur: perfectionem coni in plano abſoluere ſatis eſt: pro cono curto a b c d e f, triangulum curtum a c d f adſumendo: diametros baſium a c, & f d, pro ipſis baſibus a b c, & f e d: gemina vtrinq; latera a f, & c d, pro vna conica ſuperficie a f b e c d. Hinc, lateribus f a, & d c, ad interſectionem in g protenſis, conicum triangulum f g d in plano abſolutum eſt.

4. Altitudo coni perfecti, eſt perpendicularis a vertice coni ad maioris baſios centrum: quæ in plano delineata, cum radio baſios maioris, & latere conico, duplex triangulum orthogonium æquale comprehendit.

5. Huius



5. Huius trianguli datur crus alterum, nimirũ radius baſios maioris: datur etiam reliqui cruris pars, altitudo videlicet curta: quæritur autem crus hoc integrum, ſeu coni perfecti altitudo.

Vt in ſchemate: conus in plano perfectus, eſt f d g. Baſis maior f d: minor, a c. Altitudo perfecta, h g: curta h i. Latera, f g, & d g. His duplex triangulum rectangulum æquale efformatur: f h g, & d h g. Datur vero radius maioris baſios, f h, pollicum 23.8′. minoris baſios radius a i, poll. 19.9′. altitudo curta, h i, poll. 35.7′. Quæritur altitudinis perfecta h g quantitas, in partibus eiuſdem menſuræ.

6. Inuentio autem perfectæ altitudinis eſt e triangulo alio minore, notorum crurum; dato triangulo & angulis æquali, & ob id homologis lateribus proportionali: quod conſtruitur, demittendo perpendicularem ab extrema diametro minoris baſios, ad baſin maiorem: vt crura huius trianguli ſint, perpendicularis demiſſa, curtæ altitudini æqualis; & ſegmentum, quo maior radius minorem excedit.

7. Notis ergo minoris huius trianguli cruribus: vt ſegmentum datum eſt ad perpendicularem datam; ita radius datus baſios maioris, ad perfecti coni altitudinem quæſitam.

Altitudo coni abſoluti h g, & radius baſios amplioris f h, crura ſunt trigoni rectanguli f h g. E dato autem radio f h, pollicum 23.8′, & parte altitudinis h i, pollicum 35.7′, inquirẽda eſt altitudinis perfectæ h g quantitas. Quod fit, conſtituendo e duabus hiſce datis magnitudinibus

triangulum aliquod crurum notorum, & ad crura dati trianguli f h g proportionalium. Tale vero triangulum æqualium cum dato triangulo f h g ſit angulorum neceſſe eſt: nam triangula proportionalia cruribus æqualis anguli, ſunt æquiangula: e prop. 6. lib. 6. Eucl. Exſtruitur porro hoc trigonum, a termino baſios minoris a ad maiorem baſin f d, perpendicularem a k ducendo. Hinc etenim triangulum f a k ſurgit, dato triangulo f g h angulis æquale. Recta namque a k, in triangulo f g h, quia parallela eſt baſi h g; deſecat triangulum f a k, æquiangulum toti f g h: per conſectar. elementi 9. lib. 7. Geometriæ P. Rami. Quod inductione quoque patet. Nam angulus a f h, æqualis eſt angulo g f h: quia numero idem eſt. Et angulus a k f, æqualis eſt angulo g h f: quia vterque rectus recticrurus: per conſect. elem. 8. lib. 3. Geom. Rami. Angulus denique f a k, æqualis eſt angulo f g h: quia binis angulis duorum triangulorum æquatis, etiam reliqui æquantur: per πόρισμα elem. 3. lib. 7. Geom. Rami. Quare triangulũ f a k, angulis æquale eſt triangulo f g h. Verum & cruribus idem eidem eſt proportionale: quia ambo ſunt æquiangula: per prop. 4. & 5. lib. 6. Eucl. Vt enim f k ad k a, ita f h ad h g. Et, vt f k ad f h, ita h i ad h g. Nota autem ſunt crura minoris huius trianguli: alterum enim k a, curtæ altitudini h i æquale, pollicum eſt 35. 7'. reliquum, eſt exceſſus, quo maior radius f h poll. 23. 8'. minorem a i poll. 19. 9'. ſuperat, nimirum f k, poll. 3. 9'. Quamobrem aurea proportionum regula, e crurum notorum trianguli [illegible] constructi ratione, altitudinem quæſitam concludit, hoc [illegible]do: Vt 3. 9'. ad 35. 7'. ita 23. 8'. ad 217. 8'. 6''. Vel: vt 3. 9'. ad 23. 8'. [illegible] 35. 7'. ad 217. 8'. 6''. Coni ergo perfecti altitudo eſt poll. 217. 8'. 6''. Generatim ita licet inferre: Vt differentia radii maioris & minoris ad curtam altitudinem; ita radius maior ad totam ſeu perfectam altitudinem: itemque permutatis terminis,

Vt 3. 9'. ad 23. 8'. ita 35. 7'. ad 217. 8'. 6''.

23. 8'.
2856
1071
714
849. 6'. 6''. 0'''. (217. 8'. 6''.
3. 9'.

1. Con

8. *Cono ita perfecto, directio inſtituitur tum abſoluti coni, tum faſtigii additi, ſeorſim cuiuslibet, e plano baſios, & triente altitudinis.*

9. *Poſtremo ſoliditas minoris coni, a ſoliditate maioris ſubducitur: & reſtat curti coni ſoliditas.*

Curti coni directio non niſi implicite ſeu oblique fieri poteſt, dirigendo conum geminum, quorum vnus minor eſt, vt in ſuperiori diagrammate a c g, pars videlicet curtum conum abſoluens: alter maior f d g, e minore curtoque conis compoſitus. Praxis ſtereometrica ſic inſtituitur. Maior conus baſios diametrum habet f d, pollicum 47.6′: altitudinē h g, poll. 217.8′.6″.—— cuius triens 72.6′.2″. Diameter in cyclico canone dat planitiem 1779.5′.9″. quæ per altitudinis trientem 72.6′.2″. facit ſoliditatem 129233.8.—— Minor conus baſios diametrum habet a c, pollic. 39.8′. altitudinem i g, poll. 182.1′.6″. (parte enim 35.7′, detracta toti 217.8′.6″, relinquitur pars 182.1′.6″:) cuius triens 60.7′.2″. Diameter in circulari tabella dat planitiem 1244.1′.5″.—— quæ per altitudinis trientem 60.7′.2″. facit ſoliditatem 75544.8′.—— Tandem ſoliditas minor a maiore ſubtracta, relinquit ſoliditatem coni curti 53689.0′: quę ſunt Ohmæ 5, Quartalia 7, Menſ. 1. quadr. 2.

Conſtructio parallelepipedi, cono curto æqualis.

Dirigitur baſis coni curti alterutra, maior, vel minor: vt ſemiperipheria baſios conicæ, ſit lōgitudo baſios parallelepipedi; & radius, latitudo eiuſdē. Hinc ſoliditas coni curti diuiditur plano directæ ſuæ baſios: & quotus altitudinem exhibet æqualis parallelepipedi. Vt, in exemplo propoſito, baſis curti coni maior, e regione diametri ſuæ 47.6′. in cyclico habet ſemiperipheriam poll. 74.7′.7″.—— quæ longitudo eſt baſios parallelepipedi conſtruendi. Eiuſdem baſios radius, poll. 23.8′. latitudo eſt. Ex his planus oritur maioris baſios 1779.5′. in cyclica tabula: quo diuiſa ſoliditas coni curti, nim. poll. 53689.0′. exhibet altitudinem parallelepipedi quæſitam poll. 30.4′.7″.—— Idem quoque minoris baſios conicæ directione præſtari poteſt. Hęc enim e regione diametri ſuæ 39.8′. in tabella circulari ſemiperipheriam habet, poll. 62.5′.2″.—— quæ longitudo eſt baſios parallelepipedi. Latitudo eiuſdem eſt radius, poll. 19.9′. Hinc planus in cyclica inuenitur 1244.1′: quo diuiſa coni curti ſoliditas, nimirum 53689.0′, altitudinem ſuppeditat quæſitam, poll. 43.1′.5″——

Aliud ſtereometriæ curticoni exemplum.

Eſto curticoni exploranda capacitas, cuius baſios maioris diameter poll. 54.5′, & radius 27.2′.5″: minoris diameter 50.3′; & radius 25.1′.5″. altitudo 27.6′.

Differentia radii maioris & minoris eſt poll. 2.1′. Ergo, vt 2.1′, ad 27.6′: ita 27.2′.5″, ad 358.1′.4″ —+— Altitudo igitur maioris coni eſt 358.1′.4″ —+— eius triens, 119.3′.6″.—+— Minoris coni altitudo poll. 330.5′.4″. eius triens, 110.1′.8″..

Porro maioris baſios diameter 54.5′, in cyclica dat planitiem pollicum quadratorum 2332.9′.2″—+—: quæ per trientem altitudinis 119.3′.6′, facit ſoliditatem 278457.3′—+—.

Minoris baſios diameter 50.3′, in eadem cyclica planitiem habet 1987.2′—+—: quæ per trientem altitudinis 110.1′.8″, facit ſoliditatem 218949.6′—+—.

Tandem ſoliditas minor a maiori ablata, relinquit dati coni curti ſoliditatem, cuborũ 59507.7′: qui ſunt Ohmæ 5, Quart. 19, Menſ.o, quadrãt.o$\frac{1}{4}$.

Exemplum aliud.

Eſto conus curtus, cuius baſios maioris diameter 2.9′: & radius 1.4′.5″: minoris diameter 1.4′; & radius 7′: altitudo 3.5′. Differentia radii maioris & minoris eſt 7′.5″. Ergo vt 7′.5″, ad 3.5′: ita 1.4′.5″, ad 6 7′.6″—+—. Quare altitudo abſoluti coni eſt 6.7′.6″—+—. eius triens 2.2′.5″. Minoris coni altitudo, ſi curta altitudo 3.5′, de abſoluti coni altitudine 6.7′.6′, auferatur, reſtat 3.2′.6″: eius triens 1.0′.8″—+—.

Porro maioris baſios diameter 2.9′, in cyclica planitiem habet 6.6′: quæ per trientem altitudinis 2.2′.5″, facit ſoliditatem cuborum 14.8′.5″. Minoris baſios diameter 1.4′, in cyclica dat planitiem 1.5.3″—+—: quæ per tertiam partem altitudinis 1.0′.8″, facit ſoliditatem 1.6′.5″. Minor hæc ſoliditas a maiori ablata, relinquit curticoni ſoliditatem 13.2′: hoc eſt quadr. o$\frac{1}{2}$.

Quot vero huiuſmodi curticoni menſuram conſtituunt? Si cubi 13.2′, æquantur vni cono: ergo cubi 125.0′, æquantur conis 9.4′.6″.

CA-

Capvt XXVII.

De alio curti coni ſtereometriæ modo, per Metamorphoſin conocylindraceam.

CVrticoni modo tradita eſt geodæſia: quæ tamen aliter quoque, & facilius, citra coni perfectionem, cylindri inſtar, abſolui poteſt. Nam curticoni transformatione conicylindrica inſtituta: ſtereometria e plano baſios & altitudine promta eſt.

2. *Transformatio hæc curticoni in cylindrum æquicapacem, manente curticoni altitudine, primo baſium datarum areas ſibi inuicem exæquat: deinde cylindraceum æquata baſios exceſſum, conico decremento proportionali compenſat, & corrigit.*

Ordinata figura eſt æquitermina, & æquiangula: elem. 7. lib. 4. Geom. P. Rami. Proinde curticonus vtroque nomine inordinatus eſt: cylindrus vero rectus, cui baſes oppoſitæ ſunt parallelę, & ad altitudinē perpendiculares, quia figuram non quidem æquiterminam, ſed tamen æquiangulam habet; ob id non abſolute ordinatus, verum coni reſpectu ordinatior, ſeu minus inordinatus vocari meretur. Inæquales enim curticoni baſes, ſuperficierum terminantium, gibbæ, & planarum, angulorumque, omnino iam inæqualitatem & inordinationem: cylindri autem baſes æquales, ſuperficierum terminantium & angulorum aliquam æqualitatem ac ordinationē faciunt. Cum igitur coni curti geodæſia, perfectionem coni moleſtam, geminique coni ſtereometriam, requirat: vitandi huius faſtidii gratia, facile nō minus quam iucundum hoc transfigurationis coni atq; cylindri compendium perquiſiuimus.

Tranſmutatio porro noſtra coni, ſeu figuræ minus ordinatæ, in cylindrum, figuram ordinatiorem, circa id quod in data figura curticonica inordinatius eſt occupatur: nimirum circa ſolas baſes; manente altitudine.

Huius mutationis baſium partes duæ ſunt: prior, Æquatio baſium cylindracea: poſterior, Correctio conica.

3. ***Aequatio curticoni baſium perfacilis eſt, e coniunctarum arearum biſectione.***

Exempli gratia: eſto curticonus, cuius baſios maioris diameter poll. 47.6′: minoris diameter poll. 39.8′. altitudo poll. 35.7′. Areæ diametri maioris 1779.5′.9″ —+—, & minoris 1244.1′.5″ —+—, coniunctæ faciunt 3023.7′.4″: quarum dimidium 1511.8′.7″, eſt baſis cylindraceę æquata.

Diametri baſios maioris 47.6′. area, 1779.5′.9″.} add.
minoris 39.8 area, 1244.1′.5″.}

3023.7′.4″. totum.
Area baſios æquatæ; 1511.8′.7″. dimidium.

4. *Correctio conica baſios æquatæ, baſin altitudini curticonicæ proportionatam ſuppeditat: & inſtituitur ex area diametri æquatæ, ſeu circuli medii ipſius curticoni: differentiæ triente minori areæ addito; vel bese eiuſdem maiori areæ detracto. Unde area prodit conocylindrica quæſita.*

Curticonus, baſibus coniunctis, & rurſum dimidiatis, æquatus, nondum tamen cylindri naturam omnino induit. Quemadmodum enim ſoliditas coni integri, duabus tertiis, ſoliditate minor eſt ſoliditate cylindri baſibus & altitudine æqualis; e prop. 10. lib. 12. Euclidis: etiam coni curti ſoliditas minor ſit neceſſe eſt ſoliditate cylindri baſibus & altitudine æqualis: quia curticonica figura, reſpectu cylindraceæ iſoperimetræ, inordinatior, & proinde minor exſiſtit: per elem. 11, lib. 4, Geom. P. Ramſi. Hinc baſin iunctarum dimidiam haud eſſe veram, ſed conocylindricâ maiorem, euidens eſt. Quo etiam fit, vt baſis illa æquata, multiplicata cum altitudine curticoni, ſoliditatem iuſto maiorē exhibeat. Vt in exemplo propoſito æquatæ baſios area 1511.8′.7″, cum altitudine curticoni 35.7′. multiplicata, ſoliditatem facit 53973.7′: quæ vera dicti curticoni ſoliditate 53689.0′, (e doctrina capitis proxime præcedentis inuenta,) maior eſt 284.7′.

Area baſios æquatæ, 1511.8′.7″.
Altitudo, 35.7′.

105 8 3 0 9
755 9 3 5
4535 6 1

Soliditas maior, 53973.7′.5″.9‴.
vera, 53689.0′.

Exceſſus, 284.7′.

Hic

Hic autem exceſſus ſoliditatis, cauſſam habet exceſſum areæ baſios æquatæ: qui compendio eſt ad in niculo areæ diametri æquatæ: deducendo aream hinc, ab area baſios æquatæ: & tertiam partem differentiæ, ad aream diametri æquatæ adiiciendo. Areis enim æquatæ baſios, & diametri æquatæ inuicem collatis: illa conocylindricam duplo eius excedere deprehenditur, quo iſta conocylindrica eadem minor eſt. Quare exceſſus baſios æquatæ, ſunt duo trientes differentiæ arearum æquatæ baſios, & æquatæ diametri: defectus autem areæ diametri æquatæ, eſt triens eiuſdem differentiæ dictarum arearũ. Sic in exemplo noſtro, diameter maior eſt poll. 47.6′, & minor 39.8: compoſitarum dimidium, nempe poll. 43.7, eſt æquata diameter.

Diameter maior, 47.6′.
minor, 39.8′.
compoſita, 87.4′.
æquata, 43.7′.

Huius æquatæ diametri area, in cyclico reperta, 1499.9′.2″, ſubtrahenda eſt ab area æquatæ baſios 1511.8′.7″: & differentiæ 11.9′.5″, triens, nimirum 3.9′.8″, areæ diametri æquatæ 1490.9′.2″, addendus; vel bes, nimirum 7.9′.6″, ab æquatæ baſios area 151 .8′.7″, detrahendus: ſic enim pariter vtrobique area vera producitur baſios conocylindricæ, 1503.9: quæ multiplicata per altitudinem 35.7′, veram dati curticoni ſoliditatem 53689. conſtituit.

Area baſios æquatæ 1511.8′.7″.
diametri æquatæ 1499.9′.2″.
Differentia 11.9′.5″.
triens 3.9′.8″. } add.

Area conocylindrica, 1503.9′.0″.

Vel:

Area æquatæ baſios 1511.8′.7″.
diametri 1499.9′.2″.
differentia, 11.9′.5″.
bes 7.9′.6″. } ſubtrah.

Area conocylindrica, 1503.9′.1″.

Eadem quoq; baſis elicitur, ſi ſoliditas curticonica 53689, altitudine curticoni 35.7′, diuidatur: hoc modo:

Soliditas, 53689.0′.0″.0‴. (baſis: 1503.8′.9″.
altitudo, 35.7′.

Praxis hæc correctionis arearum planarum, e ſolidorum ſtereometria facilius intelligi poteſt. Nam ſoliditas cylindri, per aream baſios æquatæ formati, vera curticoni ſoliditate maior; & ſoliditas cylindri, per aream diametri æquatæ conſtituti, eadem vera ſoliditate minor deprehenditur: ea proportione, vt exceſſus illius, ad iſtius defectum duplus ſemper exſiſtat. Ita ſoliditas dati curticoni vera, ſuperius cum perfectione inuenta eſt 53689.0: altera autem eiuſdem ſoliditas, e baſios æquatæ area, eſt 53973.7′, maior vera 284.7′: rurſuſque tertia eiuſdem ſoliditas, ex area diametri æquatæ 1499.9′.2″, per altitudinem 35.7′, prodit 53547.1′, minor vera ſoliditate 141.9′. Vbi exceſſus duplus eſt ad defectum: nam bis 141.9′, faciunt 283.8′. [*Obiter hic notetur, leuiculam & nullius momenti eſſe differentiam 283.8′, & 284.7′. nimirum, nouem primorum ſcrupulorum: eamque diſcrepantiam oriri e decimis cyclicæ tabellæ, verarum minutiarum ἐν πλάτει vicariis*] Ratio problematis eſt: quod area baſios æquatæ 1511.8′.7″, cum altitudine curticoni 35.7′, complectitur ſoliditatem miſtam, duplicis generis; nimirum & veram integramque curticoni ſoliditatem 53689.0′, & præterea abundantiam illam cylindraceam 284.7′, qua cylindrus datum curticonum æqualium baſium & altitudinis ſuperat: ortam e multiplicatione cylindracea totius baſios æquatæ, per totam altitudinem; loco multiplicationis conicæ, vel totius baſios per altitudinem proportionatam, vel totius altitudinis per baſin proportionatam. Area vero diametri æquatæ 1499.9′.2″, cum altitudine curticoni 35.7′, vnius ſaltem generis ſoliditatem producit, videlicet curticonicæ ſoliditatis partem 53547.1′, cui 141.9′ deſunt ad totam curticonicam ſoliditatem complendum: qui defectus ſubduplus eſt, ad miſtæ ſoliditatis exceſſum. Hinc tandem correctionis exſtruitur artificium. De maiore enim cylindro, miſtæ ſoliditatis conicæ, & excedentis cylindraceæ, 53973.7′, ſubtractus minor cylindrus, ſoliditatis ſimpliciter conicę, ſed incōpletæ, 53547.1′, relinquit cylindrum miſtæ ſoliditatis conicæ, & ſimul conicam excedentis cylindraceæ, 426.6′. Quoniam autem non niſi curticonica ſoliditas hoc loco quæritur; atq; cylindrus

lindrus quilibet coni æqualis baſios & altitudinis triplus eſt, e prop. 10. lib. 12. Eucleidis: ob id cylindri poſtremo inuenti tertia pars 142.2′, conica exſiſtens, ſoliditati homogeneæ 53547.1′ adiicitur: vnde ſoliditas oritur curticonica perfecta 53689. Vel, quod eodem recidit, duæ tertiæ dicti cylindri partes 284.4′, exceſſum repræſentantes cylindraceum, a ſoliditate miſta 53973.7′ ſubducuntur: vnde itidem vera ſoliditas curticonica relinquitur, 53689.

Dicta autem hactenus de proportione cylindrorum æquealtorum, ex area baſios æquatæ, & diametri æquatæ; eadem baſibus quoque ipſorum conueniant, neceſſe eſt: quod videlicet area baſios æquatæ maior ſit conocylindrica vera; & area diametri æquatæ minor eadem; in dupla exceſſus ad defectum ratione. Baſes enim æquealtorum cylindrorum, ſunt vt ipſi cylindri: e prop. 11. lib. 12. Eucl. Quare baſios æquatæ area, cum ſit planities miſta e tota conocylindrica, & abundantia cylindracea, qua cylindrus conſtituendus datum curticonum æqualis baſios & altitudinis ſuperat: area vero diametri æquatæ, ſit pars planitiei conocylindricæ, defectum habens ſubduplum abundantiæ cylindraceæ: ſi hæc ab illa ſubtrahitur, pars ſcilicet conocylindrica, a toto conocylindrico, & abundantia cylindracea; neceſſario relinquitur tum pars conocylindricam planitiem (vt ſic loquar) integrans; tum cylindracea illa exſuperantia, ad conicam planitiem integrantem dupla. Vnde, differentia arearum baſios æquatæ, & diametri æquatæ, trifariam ſecta: hinc triente addito areæ baſios æquatæ; vel beſſe demto areæ diametri æquatæ: prodit area conocylindrica vera. Exemplum vnum præceſſit: plura mox ſequentur.

5. Tandem area conocylindrica, cum data curticoni altitudine, cylindrum efformat dato curticono æqualem. Quod erat faciendum.

Cylindrus, comprehenſus gemina baſi conocylindrica, & data curticoni altitudine, æqualis eſt capacitatis cum dato curticono. Vt, baſios conocylindricæ area in ſuperiori exemplo eſt 1503.9′, altitudo 35.7′: quibus inuicem multiplicatis, ſurgit cylindri ſoliditas 53689.2′.3″: quæ facit Ohmas 5, Quartal.7, Menſ.1, quadrant.2.

Area conocylindrica 1 5 0 3. 9′.
Altitudo curticoni 3 5. 7′.

1 0 5 2 7 3
7 5 1 9 5
4 5 1 1 7

ſoliditas, 5 3 6 8 9. 2′. 3″.

Notandum (quod & alias monuimus) calculum hoc loco nonnihil variare a ſtereometria perfectionis conicæ, proxime præcedētis capitis 23: tum, quia decimæ vicariæ, minutiarum verarum accurationem haud adſequuntur; tum quia in coni abſolutione interdum altitudinis tantillum negligitur. Sed error hic tolerabilis eſt: neque gēodæſiam deprauare poteſt.

Exempla.

Eſto curticonus, cuius baſios maioris diameter poll. 40. 4′: minoris, poll. 36. 4′: altitudo, poll. 30. 1′. Quæritur capacitas?

Diametri maioris 40. 4′ area, 1 2 8 1. 9′. 4″.
minoris 36. 4′ area, 1 0 4 0. 6′. 6″.
76. 8′ 2 3 2 2. 6′. 0″. area baſios compoſ.
1 1 6|1. 3′. 0″. area baſios æquatæ.
æquatæ 38. 4′ area, 1 1 5 8. 1′. 6″. area diam. æq.
3. 1′. 4′. differentia.
1. 0. 4. 6 . triens.
1 1 5 9. 2′. 0″. 6‴. area conocylindrica.
3 0. 1′. altitudo cupæ.
1 1 5 9 2 0 6
3 4 7 7 6 1 8
3 4 8 9 2. 1′. 0″. 6‴. 0⁗. ſoliditas.

hoc eſt, Ohm. 3. Quartal. 9. Menſ. 3. Quadr. 0½.

Aliud exemplum curticoni, cuius altitudo 27. 6′.

Diametri maioris 54. 5 area, 2 3 3 1. 9′. 2″.
minoris 50. 3′ area, 1 9 8 7. 1′. 0″.
104. 8′ 4 3 2 0. 1′. 2″. area baſios compoſitæ.
2 1 6 0. 0′. 6″. area baſios æquatæ.

æquatæ 5 2.4′ area, 2 1 5 6. 6′. 0″ area diam. æq.
3. 4′. 6″. differentia.
1. 1′. 5″. 3‴. triens.
2 1 5 7. 7′. 5″. 3‴. area conocylindrica.
2 7. 6′ altitudo.
1 2 9 4 6 5 1 8
1 5 1 0 4 2 7 1
4 3 1 5 5 0 6
5 9 5 5 3. 9′. 8″. 2‴. 8ᵛ. ſoliditas.
Ohm. Quartal. Menſ. Quadr.
5. 19. 0. 1¼.

Exemplum aliud curticoni, cuius alt°. 3. 5′.

Diametri maioris 2.9′. area, 6. 6′. 0″. } addend.
minoris 1.4′. area, 1. 5′. 3″.
4.3′. 8. 1′. 3″. area baſios compoſitæ.
4. 0′. 6″. 5‴. area baſios æquatæ.
æquatæ 2.1′. 5″. area, 3. 6′. 3″. area diametri æquatæ.
4′. 3″. 5‴. differentia.
1′. 4″. 5‴. triens.
3. 7′. 7″. 5‴. area conocylindrica.
3. 5′. altitudo.
1 8 8 7 5
1 1 3 2 5
1 3. 2′. 1″. 2‴. 5ᵛ. ſoliditas.
h. c. Quadr. 0½ +

Aliud exemplum curticoni, cuius alt°. poll. 9.0′.

Diametri maioris 1 1.0′ area, 9 5.0′. 3″.
minoris 7.0 area, 3 8.4′. 8″.
18.0′ 1 3 3.5′. 1. area baſios compoſitæ.
66.7′. 5″. 5‴. area baſios æquatæ.
æquatæ 9.0′ area, 6 3.6′. 1″. 9‴. area diametri æquatæ.

3.1′.3″.6‴.differentia
1.0′.4″.5‴.—triens.
64.6′.6″.4‴.area conocylindrica.
9. 0′. altitudo.
581.9′.7″.6‴.ſoliditas.
Quartal. 1, Menſ. 0, Quadr. 2½.—

Appendicula: de Coni ſtereometria ſimili, per metamorphoſin conocylindricam.

Curticoni ſtereometria iam tradita, cono etiam perfecto accommodari poteſt: licet magis expedita coni ſit geodeſia, e baſi, & altitudinis triente: vti capite 2 docuimus. Sed praxeos curticonum metiendi certitudo hinc plenius confirmari, & eluceſcere poterit. Stereometria autem hæc talis eſt. Dati coni baſes æquari debent. Quoniam vero vnica cono baſis eſt; hæc bifariam ſecta, pro æquata baſi ſumitur. Ab hac, area radii baſios, ſeu æquatæ diametri, mediiue circuli ipſius coni, detrahitur. Reſidui tandem pars tertia radii areæ adiicitur: proditq; baſis conocylindracea; (quæ ſemper triens eſt areæ baſios dati coni) cum data altitudine veram coni ſoliditatem comprehendens.

Exempli gratia; quæritur ſoliditas coni, cuius baſios diameter poll. 56.0′. altitudo 90.6′.

Diametri maioris 56.0′. area, 2 4 6 3. 1′.
minoris 0.0′. area, 0. 0′.
56.0′. 2 4 6 3. 1′. 0″. area baſios comp.
1 2 3 1. 5′. 5″. area baſios æquatæ.
æquatæ 28.0′. area, 6 1 5. 7′. 7″. area diamet. æquatæ.
6 1 5. 7′. 8″. differentia.
2 0 5. 2′. 6″. triens.
8 2 1. 0′. 3″. area conocylindrica.
9 0. 6′. altitudo.
4 9 2 6 1 8
7 3 8 9 2 7
7 4 3 8 5. 3′. 1″. 8‴. ſoliditas.

Veh. Oh. Quart. Menſ. Quadr.
1. 1. 8. 3. 0⅕—

C

CAPVT XXIIX.

De vulgata Curticoni vinarii, tam ſimplicis, (vernacula lingua Bütten) *quam geminati* (Faß) *transformatione pſeudocylindracea, per æquatæ diametri artem inſtituta. Deque ſtereometria illius pſeudocylindri, deſectu peccante. Vbi errores quorundam* ἀγεωμετρήτων *deteguntur.*

COni curti æmula ſunt vaſa vinaria nobis vſitata, quæ πίθοι, dolia & cupæ dicuntur.

2. Cupa enim ad conum curtum proxime accedit: quia conico faſtigii experte, baſiq; gemina cõprehenditur. Differunt tamẽ nonnihil: quod conicum cupæ ſecundum altitudinem a baſi ampliore ad anguſtiorem tendens, non (vt curticoni) prorſus rectum, ſed leuiter fere arcuatum eſt.



3. Cupa alia Simplex eſt: alia Geminata.

4. Simplex, duabus baſibus inæqualibus conſtat: maiore & minore.

5. Geminata, vas vinarium eſt vulgaris vſus, media parte amplius: conos curtos repræſentans geminos æquales, baſi communi maiore continuos; & extremis iiſque ſimilibus baſibus arctiores.

Cupa ſimplex eſt a b c d: cuius ſuperficies externa conica curta eſt, & faſtigio deſtituta: vnde baſes geminæ inæquales, b e c, & a f d. Verum ſuperficies conica a c e b, ad d f a, interdum non omnino recta eſt, ſed paullulum plærumque incuruata. Quia tamen hæc obliquitas vix eſt ſenſibilis, a ſtereometra citra errorem negligi poteſt. Geminata cupa eſt a b g h c d: conſtans duabus cupis ſimplicibus, a b c d, & g h c b, continuatis maiore baſi communi b e c: quarum extremæ ſtrictiores baſes ſimiles, a f d, & g i h.

6. Cupæ eiuſmodi genuina directio & ſtereometria e capitibus 26, & 27 huius, curticoni modo, inſtituenda: ſimplex ſimplicis; geminatæ gemina.

Geminatæ cupæ dimidium dirigitur, ſi probe fabricata, hoc eſt, vtrinque æqualis ſit cupa, & baſibus, & altitudine. Tum abſoluta dimidii ſtereometria, ſoliditas inuenta bis componitur, vt geminatæ cupæ ſurgat ſoliditas. Veluti cupæ a b c d, talis eſt ſtereometria, e coni perfectione: poſitis maioris baſios diametro, poll. 42.8'. minoris, poll. 36.2'. & altitudine, poll. 31.2'.

Diam. baſios mai. 42.8'	radius 21.4'.	area 1438.7.8'.
min. 36.2'	radius 18.1'.	1029.2.5'.
diff.	3.3'.	

Sicuti ergo differentia radiorum 3.3', ad altitudinem curtam 31.2': ita radius maior 21.4, ad altitudinem coni perfecti, nimirum ad 202.3.2': cuius triens eſt 67.4'.4''.

Curta altitudo 31.2', ſi deducta ab altitudine perfecta 202.3'.2'', relinquit altitudinem conici faſtigii deficientis, videlicet 171.1'.2': cuius triens eſt 57.0'.4''.

Perfecti, ſeu maioris coni baſis, 1438.7'.8'', per trientem ſuæ altitudinis, facit 97031.3'. Minoris autem, ſeu deficientis coni baſis, 1029.2.5'', per tertiam altitudinis propriæ partem, facit 58[illegible]8.4'.

Minore ſoliditate a maiore deducta, relinquitur cupæ ſimplicis a b c d ſoliditas 38322.9': quæ bis addita, geminatæ cupæ a b g h c d eſt ſoliditas, nimirum 76645.8': h.e. Veh. 1. Oh. 1, Quartal. 1 ; Menſ. 1. quad. 0½.

Eiuſdem vero cupæ conocylindrica geodæſia, e cap. 27 huius abſoluitur, ſi æquata & correcta baſis per cupæ altitudinem multiplicetur. Vt in exẽplo propoſito; vbi altitudo ſimplicis cupę eſt poll. 31.2': geminatę 62.4'.

Diame-

Diametri maioris 42.8′.area, 1438.7′.8″.
minoris 36.2′.area, 1029.2′.5″.

79.0′. 2468.0′.3″.0‴. area baſios compoſitæ.
1234.0′.1″.5‴. area baſios æquatæ.
æquatæ 39.5′ area, 1225.4′.6″.7‴. area diam. æquatæ.
8.5′.4″.8‴. differentia.
2.8′.4″.9‴. triens.
1228.3′.1″.6‴. area conocylindrica.
62.4′. altitudo cupæ

4913264
2456632
7369896

76646.9′.1″.8‴.4⁗. ſoliditas cupæ gemin.
V. O. Quart. Menſ. quadr.
1. 1. 13. 1. $0\frac{5}{8}$

7. Sed Pithometræ vulgares, geodæſiam vaſorum vinariorum feſtinam & extemporaneam deſiderantes, pro baſibus curticoni inæqualibus, medii circuli, ſeu æquatæ diametri area vtuntur: & ſtereometriæ reliquum cylindri inſtar expeditiſſime abſoluunt.

In omni quidem vaſorum genere ſtereometriæ promta facilitas exoptãda: cupa vero præcipue tum facilitatem, tum accurationem depoſcere videtur. Facilitatem: nam quotidianus & frequentiſſimus cuparum vſus in vino excipiendo, adſeruando, tranſportandoque, moram calculi difficilioris minime fert. Certitudinem vero magnopere heic œnopolæ requirunt: ne cõmiſſus error, in liquore nobili ac pretioſo, emtori aut venditori grauis accidat atque damnoſus.

Quoniam igitur geodæſia curticoni legitima, ſiue perfectione coni, e cap. 2[illegible], ſiue conocylindrica transformatione, e cap. 27, inſtituatur, difficultatis non nihil habet: illa enim altitudinis curtæ integrationem, ſtereometriã coni gemini, minoriſque de maiore ſubductionem: iſta triplicis areæ collationem, requirit. Ideo mechanici, vaſis vinarii capacitatem exploraturi, facili ſane methodo, figuram dati vaſis curticonicam cylindraceæ æquecapaci permutare ſtudent: aream circuli medii, ſeu diametri æquatæ:

ipſius dati curticoni, pro vera baſi concylindrica adſumendo. Haecque baſi cum altitudine data, cylindrum curticono æquecapacem conſtitutum eſſe, arbitrantur. Ex horum ergo præſcripto, ſi cupa dimetienda offeratur, primo baſium inæqualium diametri coniunctæ biſecandæ; vt diameter æquata eliciatur: deinde huius æquatæ diametri area, e cyclico canone tranſſumta, per altitudinē datam multiplicanda; vt datæ cupæ prodeat ſoliditas.

Exempli loco eſto cupa vinaria geminata: cuius baſios maioris diameter 42.8′. minoris diameter 36.2′. altitudo 62.4′. Diametri compoſitæ faciunt 79.0′. quarum dimidium 39.5′. eſt diameter æquata. Huic in tabella plani circularis reſpondet area 1225.4′.6″. quæ per altitudinem 62.4′. multiplicata, producit 76468.7′. ſoliditatem cupæ quæſitam.

Diameter, maior 42.8.
minor 36.2′.

79.0′.

æquat. 39.5′. huius area 1225.4′.6″.
alt. cupæ 62.4′.

490184
245092
735276

ſoliditas cupæ 76468.7′.0″.4‴.

Veh.	Oh.	Quart.	Menſ.	quadr.
1.	1.	12.	3.	3.

Aliud exemplum.

Diameter maior: 50.7′. Altitudo, 43.0′.
minor: 45.6′.

96.3′.0″.

æquat. 48.1′.5″. huius area 1820.9′.6″.
altitudo 43.

546288
728384

ſoliditas cupæ, 78301.2′.8″.

Veh.	Oh.	Quart.	Menſ.	quadr.
1.	1.	16.	2.	$1\frac{1}{4}$

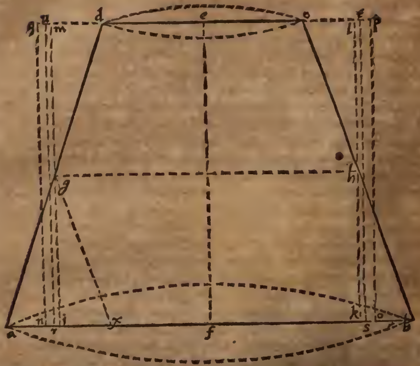
Notan-

Notandum,in cupæ geminatæ ſtercometria duarum ſaltem baſium, maioris ſcilicet minoriſque, fieri mentionem. Extremæ enim baſes, ſi dolium rite paratum ſit, æquales ſibi inuicem exſiſtunt: ideoque heic pro vna habentur, & cum maiore comparantur.

8. Hæc vulgaris cupæ ſtercometria, quia ſoliditatem iuſta minorem exhibet, merito infida & erronea cenſetur.

Facilis ſane, at non æque accurata eſt curticoni illa in cylindrum mutatio, vulgaribus nunc vbique conſueta & familiaris, e baſium ad æquatæ diametri aream æquatione. Cum autem hanc mechanicorum praxin, quæ cõſideratione digna eſt, nemo (quod ſciam) vere atque e fundamentis vnquã explicauerit: nos eam deinceps trutinando ad geometriæ principia reuocare, & quantum valeat expendere conabimur.

Dicimus ergo, receptam vulgo cuparum ſtercometriam, e diametrorum æquatione, mancam eſſe, ſeu defectu laborare. Soliditas enim cylindracea, nata ex altitudine & area circuli medii dati curticoni, vera eiuſdem curticoni ſoliditate minor eſt: quod iam ſupra ad element. 4. cap. 27. exemplo probauimus: & nunc in diagrammate quoque monſtrabimus. Nam eſto curticonus a b c d: cuius altitudo e f, poll. 30. maioris baſios diameter a b, poll. 40; huius area 1256.6′.8″: minoris diameter d c, poll. 20; & area 314.1′.7″. Diameter igitur æquata, ſeu diameter circuli medii g h, eſt poll 30; & area huius 706.8′.8″. quæ cum altitudine poll. 30. comprehendit cylindrum i k l m, cuborum 21206.4′. Area baſios æquatæ eſt 785.4′.2″. cuius diameter in cyclica reperitur 31.6′.2″.—— Area vero hæc cum altitudine poll. 30. conſtituit cylindrum n o p q, cuborum 23562.6′. Conocylindricæ baſios area eſt 7;3. ′.6″. cuius diameter in tabula circulari inuenitur 30.5′.5″.—— Area tandem hæc, cum altitudine poll. 30. facit cylindrum r s t u, cuborum 21991.8′.



Ceterum in diagrammate adiecto ſuperficiei curticonicæ & cylindraceę ad medium curticoni circulum in g & h mutua interſectio, ſegmenta conica ἐναλλάξ conſtituta inæqualia habet: maius quidem i g a, ad maiorem baſin in ipſo curticono: minus m g d, circum baſin minorem extra curticonum. Quia igitur curticoni in cylindrum mutatio, per altitudinem mediique circuli aream inſtituta, ſegmentum i g a, quod maius eſt, a dato curticono aufert, & minus ſegmentum m g d adiicit: neceſſario ſoliditas cylindri iſtius i k l m minor futura eſt ſoliditate propoſiti curticoni a b c d. Segmentum autem conicum i g a, maius eſſe ſegmento m g d, vel ipſa minoris m g d in conum translatio ſeu inſcriptio, nimirum i g x, teſtatur: cum ſegmentum conicum circumſcriptum, ſegmento inſcripto, æqualis baſios diametri & altitudinis maius eſſe, nemo ignoret. Geodæſia igitur cuparum vulgaris accurata non eſt.

9. Error

9. Error autem triplex potiſſimum a vulgaribus heic committitur. Primũ etenim in diagrammate, quo cupæ cylindraceam tranſmutationem in plano delineant, grauiſſime alucinantur: dum e triangulorum planorum æqualitate, ſegmentorum conicorum, triangulis illis reſpondentium, æqualitatem adſtruunt.

Hanc equidem erroris ipſorum fere vnicam, vel ſane potiſſimam eſſe cauſam exiſtimo. Cupam enim deſcribentes a d c b, cuius maioris baſios diameter a b, minoris d c: medii circuli diametrum adpingunt g h: cui maiorem minoremque diametros exæquant: illi exceſſum i a, & k b dementes; iſti defectum d m, & c l adiicientes. Tum diametrorum æquatarum extrema rectis vtrinque iungunt, m i, & l k. Tandem cylindrum i k l m æqualem dicunt eſſe curticono a b c d: nam curticono, aiunt, decedere portionem i g a; cylindro autem accedere portionem m g d, quæ prorſus ſint æquales, cum & terminantes lineæ, & harum anguli homogenei æquentur. Verum ἀνακολούθως hoc loco ſegmentorum conicorum æqualitatem e trapezii triangulis planis demonſtrari, geometris perſpectiſſimum eſt. Trapeziũ quidem lateribus inæqualibus parallelum, rectangulo ita æquatur; & æquatũ ex æqualium triquetrorum additione ac ſubductione demonſtratur: vt ca. 12. huius videre eſt. At curticoni ſecus habet ratio. Segmenti namque conici i g a, baſis i a maior eſt, quia minori circumſcripta; latus i g, cylindraceum concauum; latus a g, conicum conuexum. Segmenti autem conici alterius m g d, vel (quod idem) i g x, baſis i x minor eſt, quia inſcripta; latus i g, cylindraceum conuexum; latus x g, conicum concauum. Quamobrẽ ſegmenta i g a, & m g d, lateribus & angulis diſcrepantia, minime ſunt æqualia: ideoque nec cylindrus eorum ablatione & additione conſtructus, curticono dato æqualis eſt.

10. Alter eſt error: quod æquatæ diametri aream pro media habent arcarum baſium datarum. Cum tamen circulorum rationes non diametris metiendæ ſint, ſed diametrorum quadratis.

Diametri inæquales æquantur, ſi coniunctæ biſecantur: vt cupæ, cuius baſios maioris diameter eſt 42.8′, minoris 36.2′, diameter æquata erit 39.5′: quæ a maiore minoreque diametro æqualiter diſtat, nimirum 3.3′: & geminata, ſimul vtramque extremam æquat, videlicet 79.0′. Non autem, ſi diameter 39.5′, media eſt arithmetice proportionalis diametrorum 42.8′, & 36.2′, propterea etiam area diametri 39.5′, nimirum 1225.4′, media eſt

Hh

arearum diametrorum 42. 8′,& 36.2′; ſcilicet 1438.7′.& 1029. 2′. Circuli enim non ſunt vt diametri, ſed vt quadrata diametrorum, e propoſ. 2. lib. 12. Eucl. quia plana ſimilia, non eandem, ſed duplicatam habent rationem homologorum laterum, e prop. 20, lib. 6, & prop. 11, ac 18, li. 8. Eucleid. Area autem vere media datarum; eſt dimidium compoſitarum; vt in propoſito exemplo 1233. 9′. 5″.

11. Tertius vulgarium error eſt: quod ſolam cylindraceam baſium curticoni æquationem, ad metamorphoſin conocylindricam ſatis eſſe opinantur. Nos enim correctionem conicam baſios cylindraceæ (ſiue baſios æquatæ area, ſiue medius circulus pro baſi adſumatur) neceſſario requiri, ſupra demonſtrauimus.

Omnis conus ſubtriplus eſt cylindri æqueâlti, & æqualis baſios. Ideo curticoni baſes æquatæ, vel biſectione iunctarum baſium, vel circulo æquatæ diametri; conice inſuper corrigendæ ſunt: vt cap. 27. plenius diſſeruimus.

12. Lapſus tamen ſtereometriæ vulgaris cuparum non vbique par eſt: ſed eo grauior, quo magis curticonus a cylindri forma deſciſcit.

13. Leuis quippe eſt error in cupa cylindro valde ſimili: cuius baſium diametri quantitate perparum diſcrepant; in ratione ſcilicet ſeſquiſexta, aut minore. Tum etenim, iactura tolerabili, in vehe liquoris integra ne menſura quidem vna deperit.

Stereometria cuparum per baſin cylindraceam, areæ medii circuli ſimilem, defectu ſemper peccat: minus quidem, ſi cupæ a cylindri forma leuiter deflectant: magis vero ſi plurimum cylindro ſint abſimiles. Cupæ ſiquidem cylindrorum inſtar metiendæ, forma cylindris non multum diſtent neceſſe eſt, ſi geodæſia inculpata futura ſit. Similitudo autem cupæ & cylindri facile hoc loco diametrorum baſium modica inæqualitate iudicatur. Leuiſque inæqualitas ea ſtatuitur, qua non vltra quingenteſimam ſoliditatis partem amittitur. Talis eſt diametrorum inæqualitas in ratione ſeſquiſexta: & omnis minor inæqualitas, in minore quauis ratione, videlicet ſeſquiſeptima, ſeſquidecima, ſuperbipartiente vigeſimas nonas, &c. ita vt ſeſquiſexta ratio diametrorum, maxima habeatur inæqualitas, cuius error ſtereometricus leuis cenſeri queat.

Exempli loco eſto cupa, cuius baſios maioris diameter poll. 21: minoris 18. Ratio harum diametrorum eſt ſeſquiſexta, qualis 6 ad 7, qui minimi ſunt huius rationis termini. Area diametri æquatæ eſt 298. 6′. 5″: conocylindrica

lindrica vero 299.2′.4″. Deſunt igitur priori areæ 5′.9″. Vnde ſi baſios pollicibus quadratis 298.6′.5″, deſunt pollices quadrati 5′.9″: ergo & ſoliditati cuborum 298.6′.5″, deerunt cubi 5′.9″: cylindri enim æquealti ſunt vt baſes: ac proinde cubis 60000, ſeu integræ vehi deerunt cubi 118.5′ -+- quæ ſoliditas minor eſt ſoliditate vnius menſuræ.

Vulgaris geodæſia.

Diameter maior 21. (1 3/21 | 1/6
minor 18.

39.0′.

æquat. 19.5′. huius area 298.6′.5″.

Conocylindrica geodæſia.

Diametri maioris 21.0′. area 346.3′.7″.
minoris 18.0′. area 254.4′.7″.

39.0. 600.8′.4″. area baſios compoſ.
300.4′.2″. area baſios æquatæ.

æquat. 19.5′. area 298.6′.5″.

diff. 1.7′.7″.
triens 5′.9″.

area conocylindr. 299.2′.4″.

Hinc aurea regula ita concludit: Si cuborum 298.6′.5″, in æquatione baſium vulgari, defectus eſt 5′.9″: ergo cuborum 60000, defectus eſt 118.5′ -+- 5′.9″. defectus.

60000. cubi vnius vehis.

Diuid. 35400.0′.0″.0.0. (118.5′.3″.
Diuiſ. 298.6′.5″.

Aliud exemplum rationis diametrorum ſupertripartientis quadrageſimas ſeptimas.

Diameter maior 50. (1 3/47
minor 47.

97.0′.

æquata 48.5′. huius area 1847.5′.2″.

Geodæſia conocylindrica.

Diametri maioris 50.0′. area 1963.5′.7″.
minoris 47.0. area 1735.0′.1″
97.0. 3698.5′.8″. area baſios compoſitæ.
1849.2′.9″. area baſios æquatæ.
æquatæ 48.5′. area 1847.5′.2″.
diff. 1.7′.7″.
triens 5′.9″.
area conocylindrica 1848.1′.1″.

Æquatio baſium vulgaris, in data cupa, & data ratione diametrorum, defectum habet 5′.9″. Vnde, ſi vulgatæ geodæſiæ ſoliditas 1847.5′.2″, defectum habet 5′.9″: ergo ſoliditas 60000, defectum habet 19.1′.6″.

14. Grauior contra lapſus eſt ſtereometriæ, in cupa cylindro valde diſſimili, cuius baſium diametri quantitate multum diuariant, in ratione nimirum ſeſquiquincta, vel maiore. Tum etenim liquoris iactura haud contemnenda in quauis vehe minimum vnius eſt menſuræ; & pluriũ deinceps, quo maior diametrorum adinuicem ratio.

Ea diametrorum inæqualitas magna heic ſtatuitur, qua vltra quingenteſimam ſoliditatis partem amittitur. Talis autem eſt diametrorum inæqualitas in ratione ſeſquiquincta; & omnis maior inæqualitas, in maiore qualibet ratione, videlicet ſuperbipartiente nonas, ſeſquiquarta, &c. ita vt ſeſquiquincta ratio diametrorum minima habeatur inæqualitas, cuius error ſtereometricus grauis cenſeri debeat.

Exemplum, rationis ſeſquiquinctæ diametrorum.

Geodæſia vulgaris.

3 3
Diameter maior 2 8. (1 3 | 1
minor 2 5. 2 5 | 5.
3 3.0′.
æquat. 1 6.5′. huius area 213.8′.3″.

Geodæ-

Geodæſia conocylindrica.

Diametri maioris 18. 0'.	area 254. 4'. 7".	} addenda.	
minoris 15. 0.	area 176. 7'. 2".		
33. 0'.	431. 1'. 9". 0'''.	area baſios comp.	
	215. 5'. 9". 5'''.	} area baſios æquat.	
æquatæ 16. 5'.	area 213. 8'. 3". 3'''.	} ſubtrahenda.	
diff.	1. 7'. 6". 2'''.	} addenda.	
triens	5'. 8". 7'''.		
area conocylindrica,	214. 4'. 2". 0'''.		

Deſunt igitur vulgari geodæſiæ 5'. 9". Quod ſi ſoliditatis 213. 8'. 3". defectus eſt 5'. 9": ergo ſoliditatis 60000 defectus proportionalis erit 165. 5'. 5".

15. Quare tandem concludimus, vulgarem hanc ſtereometriam, ἀκρίβειαν nunquam attingere: in cupis tamen cylindro parum diſſimilibus citra damnoſum errorem vſurpari poſſe.

Stereometria ex area diametri æquatæ tolerari poteſt, ſi diametrorum ratio non ſit maior ſeſquiſexta. Quod ſi maior ſit diametrorum inæqualitas; vulgaris illa ſtereometria minime idonea eſt, niſi correctio adhibeatur: de qua & cap. 27 egimus, & infra quoque cap. 30 tractabimus.

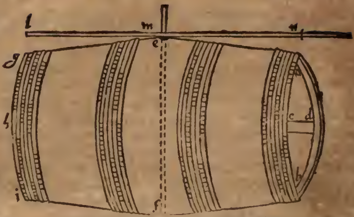
CAPVT XXIX.

De Cautelis quibuſdam practicis, in cuparum dimenſione notandis.

STereometria vaſis vinarii cautiones aliquas habet practicas, dimenſionis diametrorum & altitudinis. Quarum nonnullas ſubiiciemus.

1. Baſes ligneæ, regula gnauiter infra ſupraque adacta, metiendæ. Qua de cauſſa ipſius regulæ extremitates non craſſas nimis, ſed in acumen protenſas nonnihil eſſe, conuenit.

Stereometria enim vaſorum internam ſuperficiem conſiderat: ideoque & baſes ligneæ (vt heic a c b d, & g h i) vaſis vinarii, interiore ſui parte



dimetiendæ eſſent. Quia vero vndique occluſo vaſe hoc fieri nequit: ꝓpterea diametri quātitas externa parte eo accuratiꝰ eſt adnotanda. Nam vaſis vinarii amplitudo a b c d, foris ad baſes ligneas minor exſiſtens, continuo ad vſque maiorem baſin e f augetur: vnde fit, vt baſios ligneæ diameter interna facie largior paullo ſit externa.

3. Baſi lignea exacte rotunda non exſiſtente, ob fabri negligentiam: diameter eius decuſſatim exploranda, tum arctiore parte, tum ampliore: & differentię dimidium minori quantitati iungendum: totumque pro baſios illius æquata diametro adſeruandum.

Veluti, ſi baſis nonnihil oblongior ſit, vt diameter perpendiculariter (in a b) deprehendatur 18.7′; oblique vero, ſeu tranſuerſim (in c d) 18.5′: tunc diameter æquata erit 18.6′.

4. Baſibus ligneis extremis cupæ geminatæ (quæ probe conſtructæ æquales eſſe deberent) inæqualibus deprehenſis: diameter cuiuſlibet ſigillatim notanda: & differentiæ ſemiſſis minori addendus: totumque pro baſios vtriuſque diametro æquata tenendum.

Vt, ſi diameter anterioris baſios dolii a c b d, ſit 18.6′: poſterioris vero g h i, 18.9′: tunc diameter vtriuſque baſios æquata erit 18.7′.5″.

5. Diameter baſios maioris (qua binę cupę tanquam vniuntur & coeūnt) regula per oſculum vaſis perpendiculariter demiſſa, inquirenda: deinde (in vulgari geodæſia) cum minoris baſios diametro conferenda: differentiæ biſegmentum minori addendum: totumque pro æquata cupæ diametro retinendum.

Maioris báſios e f diameter, clauſo vaſe tantum perpendiculariter, non etiam

etiam tranſuerſim, vt in minoribus baſibus, explorari poteſt. Cauendum autem ne regula oblique demittatur: alias enim, ſi verſus baſin alterutram vergeret, lapſus geodæſiæ in exceſſu oriretur; ſi ad latera, in defectu. Ceterum, in vulgari cuparum ſtereometria, baſis minoris maioriſque diametri æquandæ: addendo ſemiſſem differentiæ (quem mediatrix regula expedite commonſtrat) ad minorem diametrum: vnde, ſi minor diameter ſit 18. 7′. 5″, & maior 21. 3′. 5″: tunc æquata totius cupæ diameter erit 20. 0′. 5″.

6. Altitudinis cupæ dimenſio perpendiculariter ad baſes, non oblique ſecundum ductum conicæ ſuperficiei, inſtituenda.

Obliqua etenim altitudo (vt a g ad e & a) vera (ab l ad m & n) maior eſt: vt patet.

7. Altitudo cupæ inæqualis deprehenſa, dimidio differentiæ æquanda.

Vt ſi altitudo parte vaſis ſuperiore (ad a & g) ſit 37. 6′; parte autem inferiore (ad b & i) 37. 2′: tunc æquata altitudo erit 37. 4′.

8. Altitudinis cupæ dimenſio, quia plærumque forinſecus peragenda eſt; aſſerum ad baſin vtramque exteriorem prominentia, imo & ipſarum baſium lignearum craſſities, a tota cupæ externa altitudine reſecanda. Vbi vulgares prominentiam ad baſin triplicatam vniuerſæ altitudini detrahere ſolent, pro ligni tam baſium, quam marginum abundantia. Vtriuſque enim baſios craſſitiem, margini vni pæne æqualem eſſe iudicant. Quamuis non ſit hoc perpetuum.

Vt, ſi altitudo vaſis vniuerſa ſit 37. 4′, & marginis 2. 1′: tunc triplicata marginis quantitas 6. 3′, ſubtrahitur a 37. 4′, & reſtat vera altitudo 31. 1′.

9. Altitudini proportionale quid addendum, vel detrahendum, ſi baſes ligneæ non prorſus planæ fuerint, ſed vel introrſum flexæ, vel foras protuberantes.

10. Ita fabri negligentiæ vtcunque medendum. At dolus œnopolæ non raro geodætem fallit: dum vel imi vaſis aſſerem, oſculo obiectum, excauari; vel, qui ad oſculum eſt tenuiorem, reliquos craſſiores qua baſibus interiacent, qua foris prominent omnes tenuiores, baſeſque valde craſſas, parari curat: vt hac ratione tum diametris, tum altitudini aliquid adcreſcat.

Artificioſa ſtereometria præſupponit vaſa rite & affabre, non inſcite, nec fraudulenter parata: quorum baſes nimirum vere circulares & planæ; aſſerum item lignearumque tabularum craſſities vndiquaq; æqualis ac polita. Mechanicus igitur datæ cupæ figuram diligenter contemplabitur: ſiq; vel ineptam, vel impoſtoriam deprehẽderit fabricam; erroris occaſionem, prudenter, vt iam monuimus, inſtituta dimenſione, anteuertet. Quod ſi nihilominus nęuus aliquis ſubſit, animaduerſionem oculati & exercitati practici fugiens: calculi lapſus arti minime imputari debet, quę (vt cap. 5. huius patuit) corporum ſaltem regularium capacitatem ſcrutatur.

11. Regulæ maioris ſeu ſtereometricæ apparatus, conueniens dimetiendis diametris & altitudini; itemque minoris alicuius mediatricis, ad æquationes, & marginum dimenſiones idoneæ: induſtriæ atque arbitrio periti geodætæ permittitur.

Sic enim regula ſtereometrica aliis continua placet, aliis fracta, quo duæ pluresue eius partes vſu poſcente connecti, & rectius baſibus applicari queant. Mediatrix autem regula decem pollicum, denis rurſum partibus ſectorum, ſufficere poteſt; ad medietatem inæqualium diametrorum & altitudinum, marginumq; quantitatem numerandum. De qua paucula heic monenda. Adpinximus mediatricem decem pollicum, centum æqualibus particulis diſtinctam, in prima columna a: ad dextram vero in eadem regulæ facie, ſub litera b, dimidiatas particulas expreſſimus: verſus ſiniſtrā, in facie collaterali, ad c, marginis triplicati numeros.

Vſus mediatricis.

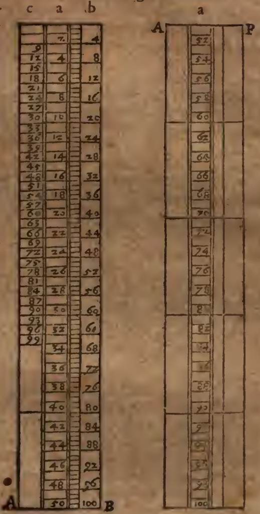
I. Inuentio medietatis differentiæ inæqualium diametrorum, & altitudinum. Notata quantitate minoris & maioris diametri, vel altitudinis, in regula ſtereometrica: ſi ſpatio differentiæ mediatrix applicetur; numerus particularum columnæ a id ſpatii æquantium innoteſcit: qui in b columna medii ſitum protinus oſtendit. *Exempli gratia*: ſi ſpatium differentiæ diametrorum, ſit particularum 34, columnæ a: medium, in ſtereometrica notandum, eſt particularum 34, columnæ b. Et, ſi ſpatium differentiæ diametrorum, ſit particularum $53\frac{1}{2}$, columnæ a, medium eſt particularum $53\frac{1}{2}$, columnæ b. Item, ſi ſpatium differentiæ altitudinum ſit particularum 7, columnæ a: medium eſt particularum 7, columnæ b. &c.

II. In-

II. Inuentio quantitatis, vtriuſque & marginis, & baſios, ab altitudine vaſis amputandæ. Notata quantitate vnius marginis, in regula mediatrice, ad columnam a: ſi huic & alter, & baſios ligneæ vtriuſque craſſities, æquari videantur: numerus ſiniſtris ſub c adſcriptus, detrahendarum altitudini particularum ponit modum. Vt, ſi margo aſſerum vltra baſes excurrentium ſit 20 particularum columnæ a: tum 60 æqualium particularum quantitas ab altitudine reſecanda. Si margo ſit 17 particularum: tum 51 altitudini demenda.

Quod ſi margines æquales non ſint; æquandi & baſium vera craſſities, quantum fieri poteſt accurate, coniectanda: vt exceſſu altitudinis ſublato, geodæſia rectius inſtituatur.

Mediatricis regulæ delineatio.



CAPVT XXX.

De vera & facilima cuparum ſtereometria, per æquationem diametrorum baſium, conocylindraceæ correctam: ope regulæ cylindrimetricæ.

STereometria cuparum vulgaris, ex area æquatæ diametri, regulæ noſtræ cubimetricæ, vel etiam cylindrimetricę partibus dimenſa, defectu laborat ſubduplo ad exceſſum ſtereometriæ ex area baſios æquatæ: vt cap.27 & 28 huius demonſtrauimus.

. Cum autem defectus remedium, deficientis ſit additio: ſubduplo illo ad aream æquatæ diametri adiecto, vice planitiei curticoni mediæ, vera & correcta conſtituitur area conocylindrica.

3. Id quomodo in vſu cubimetricæ, miniſterio cyclici canonis, præſtandum ſit; (triente differentiæ arearum baſios æquatæ, & diametri æquatæ, adiecto ad aream æquatæ diametri) cap.27 docuimus.

4. Nunc eandem correctionem regulæ etiam cylindrimetricæ accommodabimus. Vbi, loco areæ baſios æquatæ, eſt diameter æquatæ capacitatis datarum cupæ diametrorum: &, loco areæ diametri æquatæ, eſt diameter æquatæ longitudinis earundem diametrorum.

5. Capacitas hoc loco eſt quantitas diſcreta: numerus videlicet menſurarum & ſcrupulorum diametris adſcriptorum. Proinde capacitas vtriuſque diametri æquatur, ſi coniunctarum numeri (non interualla continua) bifariam ſecantur: vel, ſi capacitas exceſſus maioris diametri dimidiata, minori additur.

6. Longitudo eſt quantitas continua: ſpatium nimirum ipſarum diametrorum. Quod æquatur, iunctorum interuallorum biſectione: vel, ſi ſpatium exceſſus maioris diametri dimidiatum, minori adiicitur. Et hæc lõgitudinis æquatæ diameter perpetuo minor eſt diametro æquatæ capacitatis.

7. Hinc corrigitur diameter æquatæ longitudinis, adiecto triente differentiæ capacitatis & longitudinis.

8. Tandem diametrus æquata, & conocylindrice correcta, per altitudinẽ dati curticoni multiplicata, veram eius capacitatem aperit.

Curti-

Curticoni geodæſia, ſi dimenſio regula cylindrimetrica ſit facta, quatuor potiſſimum praxeos ſuæ partes habet, e demõſtratione capitis 27 huius exſtructas. Primum enim capacitas datarum diametrorum æquatur: numerando ſeorſim menſuras & ſcrupula, quæ exceſſu maioris diametri clauduntur: horumque dimidium ad minoris diametri capacitatem adiiciendo. Deinde, longitudo quoque earundem diametrorum æquatur: biſecando mediatrice regula eundem maioris diametri exceſſum. Tertio, æquationis geminæ intercapedo in tres æquales partes (ſi non capacitatis, quod in abaco fieri poteſt; ſaltem longitudinis, in ipſa regula) diuiditur: & harum vna longitudinis diametro adiicitur: vnde vera & correcta prodit diameter. Poſtremo, diametri ſic correctæ, & altitudinis datæ capacitates, inuicem multiplicantur: vt eliciatur dati curticoni capacitas.

Exempli cauſſa: eſto dolium, cuius maioris baſios diameter, menſ. 10. 0′. 5″: minoris, menſ. 6. 4′. 3″: altitudo (ſubtracta tamen abundantia baſium, & marginum) menſur. 61. 2′. Quæritur capacitas. Heic in regula cylindrimetrica primo creta notantur termini vtriuſque datarum diametrorum: & ſpatii virgulis terminorum intericcti, ſeu exceſſus maioris diametri, capacitas accurate numeratur; menſuræ nimirum cum ſuis ſcrupulis, quotquot ſpatio illo continentur: quæ hoc loco ſunt, menſ. 3. 6′. 2″: tum horum dimidium, menſ. 1. 8′. 1″, additur minori diametro: vnde ſurgit numeri vel capacitatis æquatio, menſ. 8. 2′. 4″, virgula notanda. Secundo, mediatricis ſubſidio, medietas eiuſdem exceſſus maioris diametri quæritur, & creta in regula notatur: quæ longitudinis ſeu interualli eſt æquatio, incidens fere in menſ. 8. 1′. 4″. Tertio, binarum æquationum interſtitium, menſ. 0. 1′, in tres partes dirimitur: & harum vna, ſcilicet 3″. 3‴ ⟜ longitudinis diametro iungitur: vnde correcta prodit diametrus, menſ. 8. 1′. 7″. 3‴. Tandem hæc diametrus, menſ. 8. 1′. 7″. 3‴, altitudine menſ. 61. 2′ multiplicata, producit dolii capacitatem quæſitam, menſur 500. 1′. 8″. 7‴. 6⁗: hoc eſt, Veh. 1, Quartal. 5, quadr. 0$\frac{1}{4}$.

Cylindrimetrica dimenſum hoc dolium, geodæſiam in abaco talem habet.

Diameter maior	menſ.	1 0. 0′. 5″.
minor		6. 4′. 3″.
		1 6. 4′. 8″.
Diameter æquatæ capacitatis,		8. 2′. 4″.
longitudinis,		8. 1′. 4″.
	diff.	1′. 0″. 0‴.
	triens,	3″. 3‴.
Diameter correcta:		8. 1′. 7″. 3‴.
altitudo,		6 1. 2′.
		1 6 3 4 6
		8 1 7 3
		4 9 0 3 8.
Capacitas menſ.		5 0 0. 1′. 8″. 7‴. 6⁗.

Abacum hunc intuenti, ſupputatio geodætica prolixa videri poteſt. Sed certe ſi quis praxin manuariam in regula ipſa aliquoties exercuerit, facilem non minus quam certam deprehendet. Notatis enim in cylindrimetrica diametris, maiore, & minore: differentiæ interuallum ſtatim ſe offert. Huius interualli duplex quæritur mediũ, in ipſo interuallo creta notandum: vnum capacitatis, diametrorum numeris in tabula aliqua compoſitis, & rurſus dimidiatis: alterum longitudinis, mediatrice ſitum in ipſa cylindrimetrica monſtrãte. Iam medii huius gemini interſtitium, (quod fere ſemper puſillum eſſe ſolet) in regula quoq; ipſa trifariam, oculi ſaltem diſcretione, diuiditur; triens diametro longitudinis adiicitur; ibidem creta ſignum figitur; & reliquæ notæ cretaceæ omnes delentur. Tandem correctę diametri capacitas (ad regulæ ſignum creta poſtremo impreſſum) in tabulam cõiecta, altitudine multiplicatur: vt quæſita dolii prodeat capacitas.

Hinc ergo manifeſtum fit, correctionem hanc noſtram ſatis expeditam & veluti extemporaneam eſſe poſſe. Nam ad inuentionem medii capacitatis quatuor numeri in abaco ſcribendi ſufficiunt: videlicet vtraque diametrus, harum totum, & dimidium. Longitudinis autem medium, differentia mediorum, huiuſque triens, non in abaco, ſed in ipſa regula notantur, ſi feſtinandum ſit.

Aliud

Aliud exemplum.

Eſto cupa, cuius maioris baſios diameter menſ. 5. 3′: minoris menſ. 4. 2′. 5″: altitudo menſ. 47. Quæritur capacitas.

Diam. mai. menſ.	5. 3′. 0″.
min.	4. 2′. 5″.
totum,	9. 5′. 5″. 0‴.
dimid.	4. 7′. 7″. 5‴.
Diam. æquat. long.	4. 4′. 3″. 0‴.
diff.	3′. 4″. 5‴.
triens	1′. 1″. 5‴
	4. 5′. 4″. 5‴

Diam. correct.	4. 5′. 4″. 5‴.
altit.	4 7.
	3 2 8 1 5
	1 8 1 8 0
Capacit. menſ.	2 1 3. 6′. 1″. 5‴.

h. e. Oh. 2, Quart. 1 3, Menſ. 1, quadr. $2\frac{1}{2}$ —

Appendix: de coni ſtereometria ſimili, per regulam cylindrimetricam.

Geodæſia curticoni modo explicata, cono etiam perfecto congruit. Diametri enim baſios geminum quæritur medium: capacitatis, biſecto numero diametri: longitudinis, dimidiato ſpatio continuo. Tum differētiæ mediorum pars tertia, medio longitudinis additur: vnde correcta emergit diametrus: quæ cum altitudine coni capacitatem exhibet. Exempli gratia: eſto conus, cuius baſios diameter menſ. 7. 2′: altitudo, menſ. 60. Capacitas inuenitur Oh. 1, Quart. 16.

Diameter, menſ.	7. 2′.
medium capacit.	3. 6′.
longit.	1. 8′.
diff.	1. 8′.
triens	6′.
diam. correct.	2. 4′.
altit.	6 0.
capacitas menſ.	1 4 4. 0′.

Breuius tamen hæc ipſa coni geodæſia abſoluitur, ſi datæ diametri pars tertia, altitudine tota multiplicatur. Sic enim in exemplo proximo, triens menſ. 7. 2′. ſunt menſ. 2. 4′. quæ cum altitudine 60. faciunt menſ. 144. &c.

Geodæſia conocylindrica.

Diametri maioris	50.0′.	area	1963.5′.7″.	
minoris	47.0.	area	1735.0′.1″	
	97.0.		3698.5′.8″.	area baſios compoſitæ.
			1849.2′.9″.	area baſios æquatæ.
æquatæ	48.5′.	area	1847.5′.2″.	
		diff.	1.7′.7″.	
		triens	5′.9″.	
area conocylindrica			1848.1′.1″.	

Æquatio baſium vulgaris, in data cupa, & data ratione diametrorum, defectum habet 5′.9″. Vnde, ſi vulgatæ geodæſiæ ſoliditas 1847.5′.2″, defectum habet 5′.9″: ergo ſoliditas 60000, defectum habet 19.1′.6″.

14. Grauior contra lapſus eſt ſtereometriæ, in cupa cylindro valde diſſimili, cuius baſium diametri quantitate multum diuariant, in ratione nimirum ſeſquiquincta, vel maiore. Tum etenim liquoris iactura haud contemnenda in quauis vehe minimum vnius eſt menſuræ; & pluriũ deinceps, quo maior diametrorum adinuicem ratio.

Ea diametrorum inæqualitas magna heic ſtatuitur, qua vltra quingenteſimam ſoliditatis partem amittitur. Talis autem eſt diametrorum inæqualitas in ratione ſeſquiquincta; & omnis maior inæqualitas, in maiore qualibet ratione, videlicet ſuperbipartiente nonas, ſeſquiquarta, &c. ita vt: ſeſquiquincta ratio diametrorum minima habeatur inæqualitas, cuius error ſtereometricus grauis cenſeri debeat.

Exemplum, rationis ſeſquiquinctæ diametrorum.

Geodæſia vulgaris.

Diameter maior	$1\overset{3}{8}$.	$(1\frac{3}{15}\mid\frac{1}{5}$
minor	15.	
	33.0′.	
æquat.	16.5′. huius area 213.8′.3″.	

Geodæ-

Geodæſia conocylindrica.

Diametri maioris 18. 0'. area 254. 4'. 7".
minoris 15. 0. area 176. 7'. 2". } addenda.

33. 0'. 431. 1'. 9". 0'''. area baſios comp.

215. 5'. 9". 5'''. } area baſios æquat.
æquatæ 16. 5'. area 213. 8'. 3". 3'''. } ſubtrahenda.

diff. 1. 7'. 6". 2'''. }
triens 5'. 8". 7'''. } addenda.

area conocylindrica, 214. 4'. 2". 0'''.

Deſunt igitur vulgari geodæſiæ 5'. 9". Quod ſi ſoliditatis 213. 8'. 3". defectus eſt 5'. 9": ergo ſoliditatis 60000 defectus proportionalis erit 1655. 5'. 5".

15. Quare tandem concludimus, vulgarem hanc ſtereometriam, *ἀκρίβειαν* nunquam attingere: in cupis tamen cylindro parum diſſimilibus citra damnoſum errorem vſurpari poſſe.

Stereometria ex area diametri æquatæ tolerari poteſt, ſi diametrorum ratio non ſit maior ſeſquiſexta. Quod ſi maior ſit diametrorum inæqualitas; vulgaris illa ſtereometria minime idonea eſt, niſi correctio adhibeatur: de qua & cap. 27 egimus, & infra quoque cap. 30 tractabimus.

CAPVT XXIX.

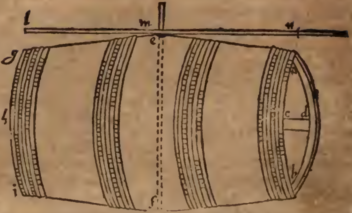
De Cautelis quibuſdam practicis, in cuparum dimenſione notandis.

STereometria vaſis vinarii cautiones aliquas habet practicas, dimenſionis diametrorum & altitudinis. Quarum nonnullas ſubiiciemus.

1. Baſes ligneæ, regula gnauiter infra ſupraque adacta, metiendæ. Qua de cauſſa ipſius regulæ extremitates non craſſas nimis, ſed in acumen protenſas nonnihil eſſe, conuenit.

Stereometria enim vaſorum internam ſuperficiem conſiderat: ideoque & baſes ligneæ (vt heic a c b d, & g h i) vaſis vinarii, interiore ſui parte

dimetiendæ eſſent. Quia vero vndique occluſo vaſe hoc fieri nequit: ꝓpterea diametri quãtitas externa parte eo accuratiꝰ eſt adnotanda. Nam vaſis



vinarii amplitudo a b c d, foris ad baſes ligneas minor exſiſtens, continuo ad vſque maiorem baſin e f augetur: vnde fit, vt baſios ligneæ diameter interna facie largior paullo ſit externa.

3. Baſi lignea exacte rotunda non exſiſtente, ob fabri negligentiam: diameter eius decuſſatim exploranda, tum arctiore parte, tum ampliore: & differentię dimidium minori quantitati iungendum: totumque pro baſios illius æquata diametro adſeruandum.

Veluti, ſi baſis nonnihil oblongior ſit, vt diameter perpendiculariter (in a b) deprehendatur 18.7′; oblique vero, ſeu tranſuerſim (in c d) 18.5′: tunc diameter æquata erit 18.6′.

4. Baſibus ligneis extremis cupæ geminatæ (quæ probe conſtructæ æquales eſſe deberent) inæqualibus deprehenſis: diameter cuiuſlibet ſigillatim notanda: & differentiæ ſemiſſis minori addendus: totumque pro baſios vtriuſque diametro æquata tenendum.

Vt, ſi diameter anterioris baſios dolii a c b d, ſit 18.6′: poſterioris vero g h i, 18.9′: tunc diameter vtriuſque baſios æquata erit 18.7′.5″.

5. Diameter baſios maioris (qua binę cupę tanquam vniuntur & coëunt) regula per oſculum vaſis perpendiculariter demiſſa, inquirenda: deinde (in vulgari geodæſia) cum minoris baſios diametro conferenda: differentiæ biſegmentum minori addendum: totumque pro æquata cupæ diametro retinendum.

Maioris báſios e f diameter, clauſo vaſe tantum perpendiculariter, non etiam

etiam tranſuerſim, vt in minoribus baſibus, explorari poteſt. Cauendum autem ne regula oblique demittatur: alias enim, ſi verſus baſin alterutram vergeret, lapſus geodæſiæ in exceſſu oriretur; ſi ad latera, in defectu. Ceterum, in vulgari cuparum ſtereometria, baſis minoris maioriſque diametri æquandæ: addendo ſemiſſem differentiæ (quem mediatrix regula expedite commonſtrat) ad minorem diametrum: vnde, ſi minor diameter ſit 18. 7′. 5″, & maior 21. 3′. 5″: tunc æquata totius cupæ diameter erit 20. 0′. 5″.

6. Altitudinis cupæ dimenſio perpendicularitur ad baſes, non oblique ſecundum ductum conicæ ſuperficiei, inſtituenda.

Obliqua etenim altitudo (vt a g ad e & a) vera (ab l ad m & n) maior eſt: vt patet.

7. Altitudo cupæ inæqualis deprehenſa, dimidio differentiæ æquanda.

Vt ſi altitudo parte vaſis ſuperiore (ad a & g) ſit 37. 6′; parte autem inferiore (ad b & i) 37. 2′: tunc æquata altitudo erit 37. 4′.

8. Altitudinis cupæ dimenſio, quia plærumque forinſecus peragenda eſt; aſſerum ad baſin vtramque exteriorem prominentia, imo & ipſarum baſium lignearum craſſities, a tota cupæ externa altitudine reſecanda. Vbi vulgares prominentiam ad baſin triplicatam vniuerſæ altitudini detrahere ſolent, pro ligni tam baſium, quam marginum abundantia. Vtriuſque enim baſios craſſitiem, margini vni pæne æqualem eſſe iudicant. Quamuis non ſit hoc perpetuum.

Vt, ſi altitudo vaſis vniuerſa ſit 37. 4′, & marginis 2. 1′: tunc triplicata marginis quantitas 6. 3′, ſubtrahitur a 37. 4′, & reſtat vera altitudo 31. 1′.

9. Altitudini proportionale quid addendum, vel detrahendum, ſi baſes ligneæ non prorſus planæ fuerint, ſed vel introrſum flexæ, vel foras protuberantes.

10. Ita fabri negligentiæ vtcunque medendum. At dolus œnopolæ non raro geodætem fallit: dum vel imi vaſis aſſerem, oſculo obiectum, excauari; vel, qui ad oſculum eſt tenuiorem, reliquos craſſiores qua baſibus interiacent, qua foris prominent omnes tenuiores, baſeſque valde craſſas, parari curat: vt hac ratione tum diametris, tum altitudini aliquid adcreſcat.

Artificioſa ſtereometria præſupponit vaſa rite & affabre, non inſcite, nec fraudulenter parata: quorum baſes nimirum vere circulares & planæ; aſſerum item lignearumque tabularum craſſities vndiquaq; æqualis ac polita. Mechanicus igitur datæ cupæ figuram diligenter contemplabitur: ſiq; vel ineptam, vel impoſtoriam deprehēderit fabricam; erroris occaſionem, prudenter, vt iam monuimus, inſtituta dimenſione, anteuertet. Quod ſi nihilominus nęuus aliquis ſubſit, animaduerſionem oculati & exercitati practici fugiens: calculi lapſus arti minime imputari debet, quę (vt cap. 5. huius patuit) corporum ſaltem regularium capacitatem ſcrutatur.

11. Regulæ maioris ſeu ſtereometricæ apparatus, conueniens dimetiendis diametris & altitudini; itemque minoris alicuius mediatricis, ad æquationes, & marginum dimenſiones idoneæ: induſtriæ atque arbitrio periti geodætæ permittitur.

Sic enim regula ſtereometrica aliis continua placet, aliis fracta, quo duæ pluresue eius partes vſu poſcente connecti, & rectius baſibus applicari queant. Mediatrix autem regula decem pollicum, denis rurſum partibus ſectorum, ſufficere poteſt; ad medietatem inæqualium diametrorum & altitudinum, marginumq; quantitatem numerandum. De qua paucula heic monenda. Adpinximus mediatricem decem pollicum, centum æqualibus particulis diſtinctam, in prima columna a: ad dextram vero in eadem regulæ facie, ſub litera b, dimidiatas particulas expreſſimus: verſus ſiniſtrá, in facie collaterali, ad c, marginis triplicati numeros.

Vſus mediatricis.

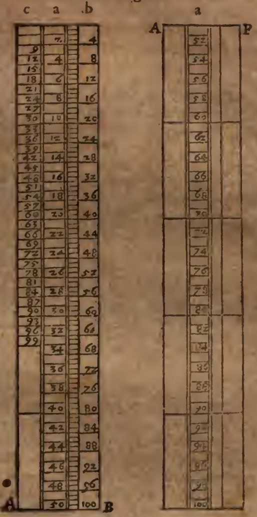
I. Inuentio medietatis differentiæ inæqualium diametrorum, & altitudinum. Notata quantitate minoris & maioris diametri, vel altitudinis, in regula ſtereometrica: ſi ſpatio differentiæ mediatrix applicetur; numerus particularum columnæ a id ſpatii æquantium innoteſcit; qui in b columna medii ſitum protinus oſtendit. *Exempli gratia*: ſi ſpatium differentiæ diametrorum, ſit particularum 34, columnæ a: medium, in ſtereometrica notandum, eſt particularum 34, columnæ b. Et, ſi ſpatium differentiæ diametrorum, ſit particularum 53½, columnæ a, medium eſt particularum 53½, columnæ b. Item, ſi ſpatium differentiæ altitudinum ſit particularum 7, columnæ a: medium eſt particularum 7, columnæ b. &c.

II. In-

II. Inuentio quantitatis, vtriuſque & marginis, & baſios, ab altitudine vaſis amputandæ. Notata quantitate vnius marginis, in regula mediatrice, ad columnam a: ſi huic & alter, & baſies ligneæ vtriuſque craſſities, æquari videantur: numerus ſiniſtris ſub c adſcriptus, detrahendarum altitudini particularum ponit modum. Vt, ſi margo aſſerum vltra baſes excurrentium ſit 20 particularum columnæ a: tum 60 æqualium particularum quantitas ab altitudine reſecanda. Si margo ſit 17 particularum: tum 51 altitudini demenda.

Quod ſi margines æquales non ſint; æquandi & baſium vera craſſities, quantum fieri poteſt accurate, coniectanda: vt exceſſu altitudinis ſublato, geodæſia rectius inſtituatur.

Mediatricis regulæ delineatio.



CAPVT XXX.

De vera & facilima cuparum ſtereometria, per æquationem diametrorum baſium, conocylindraceę correctam: ope regulæ cylindrimetricæ.

Stereometria cuparum vulgaris, ex area æquatæ diametri, regulæ noſtræ cubimetricæ, vel etiam cylindrimetricę partibus dimenſa, defectu laborat ſubduplo ad exceſſum ſtereometriæ ex area baſios æquatæ: vt cap. 27 & 28 huius demonſtrauimus.

. Cum autem defectus remedium, deficientis ſit additio: ſubduplo illo ad aream æquatæ diametri adiecto, vice planitiei curticoni mediæ, vera & correcta conſtituitur area conocylindrica.

3. Id quomodo in vſu cubimetricæ, miniſterio cyclici canonis, præſtandum ſit; (triente differentiæ arearum baſios æquatæ, & diametri æquatæ, adiecto ad aream æquatæ diametri) cap. 27 docuimus.

4. Nunc eandem correctionem regulæ etiam cylindrimetricæ accommodabimus. Vbi, loco areæ baſios æquatæ, eſt diameter æquata capacitatis datarum cupæ diametrorum: &, loco areæ diametri æquatæ, eſt diameter æquata longitudinis earundem diametrorum.

5. Capacitas hoc loco eſt quantitas diſcreta: numerus videlicet menſurarum & ſcrupulorum diametris adſcriptorum. Proinde capacitas vtriuſque diametri æquatur, ſi coniunctarum numeri (non interualla continua) bifariam ſecantur: vel, ſi capacitas exceſſus maioris diametri dimidiata, minori additur.

6. Longitudo eſt quantitas continua: ſpatium nimirum ipſarum diametrorum. Quod æquatur, iunctorum interuallorum biſectione: vel, ſi ſpatium exceſſus maioris diametri dimidiatum, minori adiicitur. Et hæc lõgitudinis æquatæ diameter perpetuo minor eſt diametro æquatæ capacitatis.

7. Hinc corrigitur diameter æquatæ longitudinis, adiecto triente differentiæ capacitatis & longitudinis.

8. Tandem diametrus æquata, & conocylindricę correcta, per altitudinẽ dati curticoni multiplicata, veram eius capacitatem aperit.

Curti-

Curticoni geodæſia, ſi dimenſio regula cylindrimetrica ſit facta, quatuor potiſſimum praxeos ſuæ partes habet, e demõſtratione capitis 27 huius exſtructas. Primum enim capacitas datarum diametrorum æquatur: numerando ſeorſim menſuras & ſcrupula, quæ exceſſu maioris diametri clauduntur: horumque dimidium ad minoris diametri capacitatem adiiciendo. Deinde, longitudo quoque earundem diametrorum æquatur: biſecando mediatrice regula eundem maioris diametri exceſſum. Tertio, æquationis geminæ intercapedo in tres æquales partes (ſi non capacitatis, quod in abaco fieri poteſt; ſaltem longitudinis, in ipſa regula) diuiditur: & harum vna longitudinis diametro adiicitur: vnde vera & correcta prodit diameter. Poſtremo, diametri ſic correctæ, & altitudinis datæ capacitates, inuicem multiplicantur: vt eliciatur dati curticoni capacitas.

Exempli cauſſa: eſto dolium, cuius maioris baſios diameter, menſ. 10. 0′. 5″: minoris, menſ. 6. 4′. 3″: altitudo (ſubtracta tamen abundantia baſium, & marginum) menſur. 61. 2′. Quæritur capacitas. Heic in regula cylindrimetrica primo creta notantur termini vtriuſque datarum diametrorum: & ſpatii virgulis terminorum interiecti, ſeu exceſſus maioris diametri, capacitas accurate numeratur; menſuræ nimirum cum ſuis ſcrupulis, quotquot ſpatio illo continentur: quæ hoc loco ſunt, menſ. 3. 6′. 2″: tum horum dimidium, menſ. 1. 8′. 1″, additur minori diametro: vnde ſurgit numeri vel capacitatis æquatio, menſ. 8. 2′. 4″, virgula notanda. Secundo, mediatricis ſubſidio, medietas eiuſdem exceſſus maioris diametri quæritur, & creta in regula notatur: quæ longitudinis ſeu interualli eſt æquatio, incidens fere in menſ. 8. 1′. 4″. Tertio, binarum æquationum interſtitium, menſ. 0. 1′, in tres partes dirimitur: & harum vna, ſcilicet 3″. 3‴ longitudinis diametro iungitur: vnde correcta prodit diametrus, menſ. 8. 1′. 7″. 3‴. Tandem hæc diametrus, menſ. 8. 1′. 7″. 3‴, altitudine menſ. 61. 2′ multiplicata, producit dolii capacitatem quæſitam, menſur 500. 1′. 8″. 7‴. 6⁗: hoc eſt, Veh. 1, Quartal. 5, quadr. 0¼.

Cylindrimetrica dimenſum hoc dolium, geodæſiam in abaco talem habet.

Aliud exemplum.

Eſto cupa, cuius maioris baſios diameter menſ. 5.3': minoris menſ. 4.2'. 5'': altitudo menſ. 47. Quæritur capacitas.

Diam. mai. menſ.	5.3'.0''.
min.	4.2'.5''.
totum,	9.5'.5''.0'''.
dimid.	4.7'.7''.5'''.
Diam. æquat. long.	4.4'.3''.0'''.
diff.	3'.4''.5'''.
triens	1'.1''.5'''
	4.5'.4''.5'''

Diam. correct.	4.5'.4''.5'''.
altit.	47.
	31815
	18180
Capacit. menſ.	213.6'.1''.5'''.

h. e. Oh. 2, Quart. 13, Menſ. 1, quadr. 2½.

Appendix: de coni ſtereometria ſimili, per regulam cylindrimetricam.

Geodæſia curticoni modo explicata, cono etiam perfecto congruit. Diametri enim baſios geminum quæritur medium: capacitatis, biſecto numero diametri: longitudinis, dimidiato ſpatio continuo. Tum differentiæ mediorum pars tertia, medio longitudinis additur: vnde correcta emergit diametrus: quæ cum altitudine coni capacitatem exhibet. Exempli gratia: eſto conus, cuius baſios diameter menſ. 7.2': altitudo, menſ. 60. Capacitas inuenitur Oh. 1, Quart. 16.

Diameter, menſ.	7.2'.
medium capacit.	3.6'.
longit.	1.8'.
diff.	1.8'.
triens	6'.
diam. correct.	2.4'.
altit.	60.
capacitas menſ.	144.0'.

Breuius tamen hæc ipſa coni geodæſia abſoluitur, ſi datæ diametri pars tertia, altitudine tota multiplicatur. Sic enim in exemplo proximo, triens menſ. 7.2'. ſunt menſ. 2.4'. quæ cum altitudine 60. faciunt menſ. 144. &c.

CAPVT XXXI.

De vulgarium Pithometrarum regula Pſeudocylindrica. Quæ eius fabrica. Et quod non niſi in vno diametrorum rationis genere vere vſurpari queat: in reliquis omnibus fraudulenta ſit ac impoſtoria: ideoq; penitus exterminanda.

GEodæſiam ex altitudine & æquata diametro, cupi: regula cylindrimetrica dimenſis non ſatisfacere, ſed iuſta ſemper minorem eſſe, ipſi quoq; vulgares cupametræ forſitan animaduerterunt. Cum autem geodæſiæ huius diminutæ correctio duplex eſſe queat: vna directa ex additione vel altitudinis, vel planitiei conice proportionatæ: obliqua altera, e ſegmentorum regulæ ſtrictura: hanc, ceu faciliorem, vulgares delegiſſe videntur. Segmentis enim vnius eiuſdemque ſpatii ſeu regulæ cylindraceis, maioribus, & ob id paucioribus, in curticonica ἀναλόγως minora & plura commutatis: non tantum defectus ſoliditatis vel capacitatis compenſatur; ſed (vt perſuaſum illi habent) pithometriæ calculus ex altitudine & æquata diametro promte recteque abſoluitur. Ceterum regulam paraturi curticonicam, hanc mediæ alicui diametrorum rationi accommodant: adminiculo & interuentu vaſis vinarii, bene (vt loquuntur) proportionati: hoc eſt, quod medium videtur eorum, quæ frequentius dimetienda occurrere ſolent; nõ ventricoſum nimis, nec omnino rectum. Hinc nimirum regulæ quandam oriri mediocritatem exiſtimant: quæ ad latitudinem aliquam extenſa, propinquarum rationum cupas inculpate quaſi metiatur, nec notabilem in maiore ratione defectum, aut in minore exceſſum pariat.

Interim tamen certam fabricæ proportionem minime vel præſcribunt, vel in praxi attendunt. Quo fit, vt maior huic, alii minor obtingat, pro dolii regulæ præparandæ inſeruientis modulo.

Conſtructionis vero eam prorſus incunt rationem, quam cap. 22. huius aperuimus: niſi quod pro cylindro curticonum adſumunt, inæqualibus baſium diametris æquatum.

Sed regulas ita e curticono præparatas (quales ſunt omnes a vulgaribus deſcriptæ) in vno ſaltem cuparum, homologis baſium diametris præditarum, genere, vere adhiberi poſſe; in reliquis omnibus falſas & erroneas eſſe, firma demonſtratione docebimus.

Stereo-

Stereometrica quælibet regula ſectionis ſuæ reſpicit originem: nec directe alia corpora, niſi quorum in conſtructione ſua dimenſiones & veluti characteres impreſſos accepit, metitur: per conſectar. elem. 5, li. 1. Geomet. P. Rami. Indirecte autẽ ea quoq; corpora metitur, quorũ figuræ ad regulæ datæ dimenſiones conformari & reduci poſſunt. Sic cubimetrica, non niſi parallelepipeda rectangula directe metitur: cylindrimetrica, cylindros: conos, conimetrica: curticonica proportionis, verbi gratia, ſeſquiquartæ diametrorum, ſimilis proportionis curticonos. Pyramide tamen, cylindro, cono, in parallelepipedum rectangulum figurarum directione, conuerſis: eorum geodæſiam cubimetrica inſtitui, ſed oblique, & veluti opere ſecundario, nihil vetat. Quod de aliis etiam omnibus regulariter figuratis corporibus accipiendum: comprobante id vniuerſa noſtra ſtereometria. Quoniam igitur regula vulgarium curticonica, non niſi ad vnam aliquam diametrorum curticoni inæqualium rationem conſtruitur; teſte ipſorummet fabrica, e vaſe vinario: ideo eadem regula ſolas cupas, homologis baſium diametris præditas, directe metitur: reliquas non niſi oblique, hoc eſt, ad fabricæ proportionem reductas. Cum autem reductio hæc curticoni ad curticonum, ſeu inordinatæ figuræ ad aliam inordinatam, tum inepta ſit, tum valde laborioſa; nec a cupametris vſpiam præcipiatur, directam vaſorum omnium vinariorum ſtereometriam vna & eadem regula curticonica inſtituentibus: plane conficitur, regulam hanc in cupis vnicam illam fabricæ rationem habentibus, fidam; in reliquis omnibus, vanam & fallacem eſſe. Exempli gratia: ſi quis vulgarium cupam deligat ad regulæ ſuæ fabricam, (factum autem hoc typi publici teſtantur) cuius baſios minoris diameter ſeptem ſit partium; maioris, vndecim; quæ ratio eſt ſuperquadrupartiens ſeptimas: tunc regula hæc non niſi illis doliis recte aptari poteſt, quorum diametrorum ratio ſuperquadrupartiens ſeptimas exſiſtit. In cylindris vero & curticonis aliarum quarumuis proportionum, mendax eſt & inepta hæc regula: abundans quidẽ in minoribus rationibus; deficiens in maioribus: idque vel plurimum, in remotis proportionibus; vel modice, in vicinis. Ita namque cylindri, hac regula curticonica dimenſi, ſoliditas, exceſſum habet, in qualibet liquoris vehe, cuborum, 971, hoc eſt, Menſ. 7, quadr. 3, —. Curticoni diametrorum proportio ſeſquidecima, in qualibet vehe exceſſum habet cuborum 920, hoc eſt, Menſ. 7, quadr. $1\frac{5}{8}$ —.

Et proportio ſeſquiſexta, frequentiſſime occurrens, in qualibet vehe abundat cubis 853, hoc eſt, Menſ. 6, quadr. 3 $\frac{1}{4}$. —— At Proportio ſupertripartiens quartas, defectum in qualibet vehe habet cuborum 481, hoc eſt Menſ. 3. quadr. 3 $\frac{1}{8}$. Qui ſane lapſus ſunt grauiſſimi & intolerabiles. Propinquæ rationes minus exſiſtunt deuiæ: nam ſuperquinctupartiens nonas, exceſſum in vehe habet ſaltem cub. 41, hoc eſt, quadr. 1 $\frac{1}{4}$. —— Et ſupertripartiẽs quinctas, defectũ in vehe non niſi cub. 75 habet, hoc eſt, quadr. 2 $\frac{1}{4}$. &c.

Vt autem errores hi diſtinctius pateant: rationes aliquot diametrorum præcipuas, a ſeſquidecima ad duplam, conſiderantes, primo ſubiungemus defectum ſoliditatis in vehe qualibet: ſi nimirum cylindrimetrica regula curticonorum fiat dimenſio; & geodæſia per æquationem diametrorum inſtituatur. Hinc enim diametrorum æquationis & cylindrorum ſtereometriæ, regula quauis pſeudocylindrica peractæ, patebit aberratio.

Defectus curticonorum geodæſiæ, cylindrimetrica regula & diametrorum æquatione inſtitutæ.

Ratio ſeſquidecima diametrorum curticoni, 1 $\frac{1}{10}$, vt 11 ad 10, defectum vehis habet cuborum 45: e doctrina cap. 28 huius.

Diametri maioris	11,	area	95.0′.3″.7‴.0⁗.
minoris	10,	area	78.5′.4″.3‴.0⁗.
	21		173.5′.8″.0‴.0⁗.
			86.7.9″.0‴.0⁗.
æquat.	10.5′		86.5′.9″.3‴.6⁗.
		diff.	1′.9″.6‴.4⁗.
		triens	6″.5‴.5⁗.

Quod ſi cubi 86. 5′. 9″. 3‴. 6⁗, defectum habent 6″. 5‴. 5⁗: ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45. 0′. Eademque praxis & reliquarum eſt rationum.

Seſquinona, 1 $\frac{1}{9}$, vt 10 ad 9, defectum habet cub. 55.

Seſquioctauæ, 1 $\frac{1}{8}$, vt 9 ad 8, defectus eſt 69 cuborum.

Seſquiſeptimæ, 1 $\frac{1}{7}$, vt 8 ad 7, defectus eſt cub. 88.

Seſquiſextæ, 1 $\frac{1}{6}$, vt 7 ad 6, defectus eſt cub. 118.

Seſquiquinctæ, 1 $\frac{1}{5}$, vt 6 ad 5, defectus eſt cub. 165.

Superbipartientis nonas, 1 $\frac{2}{9}$, vt 11 ad 9, defectus eſt cub. 200.

Seſquiquartæ, 1 $\frac{1}{4}$, vt 5 ad 4, defectus eſt cub. 147.

Super-

Superbipartientis ſeptimas, 1 $\frac{2}{7}$, vt 9 ad 7, defectus eſt cub. 313.
Supertripartientis decimas, 1 $\frac{3}{10}$, vt 13 ad 10, defectus eſt cub. 340.
Seſquitertiæ, 1 $\frac{1}{3}$, vt 4 ad 3, defectus eſt. cub. 408.
Supertripartientis octauas, 1 $\frac{3}{8}$, vt 11. ad 8, defectus eſt cub. 498.
Superbipartientis quinctas, 1 $\frac{2}{5}$, vt 7 ad 5, defectus eſt cub. 555.
Supertripartientis ſeptimas, 1 $\frac{3}{7}$, vt 10 ad 7, defectus eſt cub. 622.
Superquadrupartientis nonas, $\frac{4}{9}$, vt 13 ad 9, defectus eſt cub. 662.
Seſquialterius, 1 $\frac{1}{2}$, vt 3 ad 2, defectus eſt cub. 797.
Superquinctupartientis nonas, 1 $\frac{5}{9}$, vt 14 ad 9. defectus eſt cub. 945.
Superquadrupartientis ſeptimas, 1 $\frac{4}{7}$, vt 11 ad 7, defectus eſt cub. 987.
Supertripartientis quinctas, 1 $\frac{3}{5}$, vt 8 ad 3. defectus eſt cub. 1065.
Superquinctupartientis octauas, 1 $\frac{5}{8}$, vt 13 ad 8, defectus eſt cub. 1136.
Superbipartientis tertias, 1 $\frac{2}{3}$, vt 5 ad 2, defectus eſt cub. 1251.
Superſeptupartientis decimas, 1 $\frac{7}{10}$, vt 17 ad 10, defectus eſt cub. 1344.
Superquinctupartientis ſeptimas, $\frac{5}{7}$, vt 12 ad 7, defectus eſt cub. 1385.
Supertripartientis quartas, 1 $\frac{3}{4}$, vt 7 ad 4, defectus eſt cub. 1487.
Superſeptupartientis nonas, 1 $\frac{7}{9}$, vt 16 ad 9, defectus eſt cub. 1568.
Superquadrupartientis quinctas, 1 $\frac{4}{5}$, vt 9 ad 4, defectus eſt cub. 1652.
Superquinctupartientis ſextas, 1 $\frac{5}{6}$, vt 11 ad 6, defectus eſt cub. 1730.
Superſextupartientis ſeptimas, 1 $\frac{6}{7}$, vt 13 ad 7, defectus eſt cub. 1800.
Superſeptupartientis octauas, 1 $\frac{7}{8}$, vt 15 ad 8, defectus eſt cub. 1852.
Superoctupartientis nonas, 1 $\frac{8}{9}$, vt 17 ad 9, defectus eſt cub. 1893.
Supernonupartientis decimas, 1 $\frac{9}{10}$, vt 19 ad 10, defectus eſt cub. 1926.
Duplæ, vt 2 ad 1, defectus eſt cub. 2222.

Exceſſus ſtereometriæ cylindrorum, item curticonorum in cylindros mutatorum: ſi diameter pſeudocylindrica aliqua regula ſit examinata.

Addemus nunc quoq; exceſſum geodæſiæ cylindrorum, & curticonorum in cylindros e cap. 27. huius mutatorum, in vehe qualibet: ſi pſeudocylindrica regula, ad certam aliquam diametrorum proportionem conſtructa, cylindrorum fiat dimenſio. Vnde curticonicæ alucinationem æſtimare licet.

Pſeudocylindrica regula, conſtructa ad rationem ſeſquidecimam diametrorum curticoni, ſi cylindri geodæſiæ adhibeatur, exceſſum in quauis vehe gignit cuborum 45: hoc modo:

Diametri maioris	11	area	95.0'.3''.7'''.0''''.
minoris	10		78.5'.4''.3'''.0''''.
	21		173.5'.8''.0'''.0''''.
			86.7'.9''.0'''.0''''.
æquat. 10.5'.			86.5'.9''.3'''.6''''.
		diff.	1'.9''.6'''.4''''.
		triens	6''.5'''.5''''.
			86.6'.5''.9'''.1''''.

Quod ſi cubi 86.6'.5''.9'''.1''''. exceſſum habent 6''.5'''.5'''': ergo cubi vnius vehis, nimirum 60,000, defectum habebunt 45 cuborum. Simileque in omnibus reliquis rationibus examen inſtituetur.

Seſquinona exceſſum parit 55 cuborum.
Seſquioctauæ exceſſus eſt 69 cuborum.
Seſquiſeptimæ exceſſus eſt 88 cuborum.
Seſquiſextæ exceſſus eſt 118 cuborum.
Seſquiquinctæ exceſſus eſt 164 cuborum.
Superbipartientis nonas exceſſus eſt 199 cuborum.
Seſquiquartæ exceſſus eſt 246 cuborum.
Superbipartientis ſeptimas exceſſus eſt 311 cuborum.
Supertripartientis decimas exceſſus eſt 338 cuborum.
Seſquitertiæ exceſſus eſt 405 cuborum.
Supertripartientis octauas exceſſus eſt 494 cuborum.
Superbipartientis quinctas exceſſus eſt 550 cuborum.
Supertripartientis ſeptimas exceſſus eſt 616 cuborum.
Superquadrupartientis nonas exceſſus eſt 654 cuborum.
Seſquialterius exceſſus eſt 789 cuborum.
Superquinctupartientis nonas exceſſus eſt 930 cuborum.
Superquadrupartientis ſeptimas exceſſus eſt 971 cuborum.
Supertripartientis quinctas exceſſus eſt 1046 cuborum
Superquinctupartientis octauas exceſſus eſt 1113 cuborum.
Superbipartientis tertias exceſſus eſt 1224 cuborum.
Superſeptupartientis decimas exceſſus eſt 1297 cuborum.
Superquinctupartientis ſeptimas exceſſus eſt 1354 cuborum.
Supertripartientis quartas exceſſus eſt 1452 cuborum.
Superſeptupartientis nonas exceſſus eſt 1528 cuborum.

Super-

Superquadrupartientis quinctas exceſſus eſt 1589 cuborum.
Superquinctupartientis ſextas exceſſus eſt 1692 cuborum.
Superſextupartientis ſeptimas exceſſus eſt 1747 cuborum.
Superſeptupartientis octauas exceſſus eſt 1797 cuborum.
Superoctupartientis nonas exceſſus eſt 1835 cuborum.
Supernonupartientis decimas exceſſus eſt 1866 cuborum.
Duplæ exceſſus eſt 2143 cuborum.

Ex hoc proportionum & defectuum catalogo, lapſus curticonicæ cuiuſuis vulgarium regulæ iudicari extemplo poteſt. Ratio enim ad quam regula conſtructa eſt, exempli gratia ſuperquadrupartiens ſeptimas, nec exceſſu, nec defectu laborare ex hypotheſi ſtatuitur: ideoque exceſſus cuborum 971 eidem adſcriptus, reliquarum proportionum exceſſum veluti menſura & medium exſiſtit. Quamobrem minor exceſſus minoris cuiuslibet rationis, medio illi deductus geodæſiæ curticonica regula data peractæ exceſſus eſt: vt ſeſquidecimæ exceſſus in vehe eſt cub. 926: nam 45 de 971, relinquunt 926. A maiori autem exceſſu maioris cuiuslibet rationis medium illud ablatum, geodæſiæ defectum relinquit: vt defectus ſupertripartientis quinctas in vehe eſt 75: nam 971 de 1046, relinquunt 75: &c.

Tandem igitur ſtereometriam curticoni ex æquatione diametrorum ſic concludemus. Defectus e diametrorum æquatione obortus, non vnius eſt generis, ſed minor, maiorue, pro ratione inæqualitatis diametrorũ minore, vel maiore. Ideo medela quoque defectus illius (nimirum aut additio proportionatæ altitudinis, baſiosue; aut regulæ partium ſtrictura) in ſpecie varia ſit, ſingulisq; diametrorum rationibus priuatim accommodetur, neceſſe eſt. Quia enim ſoliditas curticoni oritur, altitudine & diametro æquata regula aliqua dimenſis, & inuicem multiplicatis: ſi ſoliditas iuſta minor deprehendatur, & ob id corrigenda veniat; ἀνάλογον quiddam conicũ addendum, vel regulæ ipſi, ſegmentorum numero ad certam diametrorum proportionem aucto, ſpatiiſque diminutis: vel altitudini, vera curticoni ſoliditate per baſin eiuſdem alterutram diuiſa: vel areæ diametri æquatæ, adiecto triente differentiæ arearum diametri æquatæ, & baſios æquatæ. Verum ſingulis cuparum ſpeciebus ſingulas parare curticonicas regulas, moleſtum & inconueniens eſt. Additio autem proportionatæ altitudinis, præpoſterum quid habet, nec tædio vacat:

quod conſtructio parallelepipedi curticono æqualis, cap. 26 huius teſtatur. Manentibus igitur regula cylindrimetrica, itemq; altitudine dati curticoni: reſtat, neceſſario ſoliditatis defectum ſarciendum eſſe, area curticonica media, in cylindraceam, altitudini proportionatam, conuerſa. Quod vt fieri debeat, capitibus 27 & 30 abunde ſatis explicatum eſt.

Quamobrem Geodætes, curticonico noſtro correctionis artificio inſtructus, cylindrimetrica regula tum per ſe cylindros, tum reductiue curticonos, quantæcunque diametrorum inæqualitatis, cylindracee transformatos, vere & accurate metietur: curticonicam autem vulgarium regulam, falſam, ineptam, & fundamentis geometricis repugnantem, minime admittet.

CAPVT XXXII.

De Sphæræ ſtereometria.

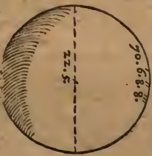
HActenus cylindri conique directio. Reſtat ſphæræ: quę ſolidorum a nobis propoſitorum ſpecies vltima eſt.

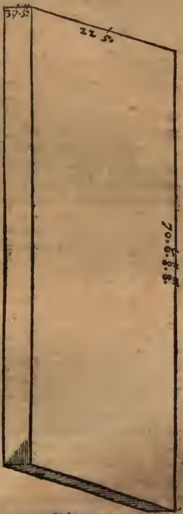
Sphæræ altitudinis directio, eſt ſextans diametri, ſiue triens radii.

Si ſphæra ſit dimetienda; baſis primum dirigenda eſt, deinde altitudo. Baſios vicem in ſphæra gerit ſphæricum: cuius longitudo maximus eſt ambitus: latitudo, axis, ſeu dimetiens linea. Sphærici autem directionem caput 17 huius docuit. Altitudo ſphæræ radius eſt: cuius triens, qui cum diametri ſextante idem eſt, directionem abſoluit. Quemadmodum enim cubi ſoliditas, latere, & ſexta vniuerſæ ſuperficiei parte comprehenditur: ita ſphæra (cum analoga ſit cubo,) diametro, quæ inſtar lateris ipſi eſt, & ſphærici ſexta parte, continetur. Vt latius ad element. 5 lib. 26 Geometriæ P. Rami videre eſt. Factus igitur a plano ſphærico, & diametri ſextante; vel a plani ſphærici ſexta parte, ac diametro; ſoliditas eſt ſphæræ.

Exempli cauſſa, quæratur ſphæræ ſoliditas & capacitas, cuius diameter poll. 22.5′: paullo maior vlna ciuili Reipublicę Francofurtenſis; quæ cōſtat regulæ cubimetricæ poll. 22.4′.8″.1‴.4⁗ —. Heic baſios lōgitudo eſt maxima piphercia; quā canō cyclicus e regione datæ diametri habet: nim. poll. 70.6′.8″.8‴.7⁗. Latitudo baſios, eſt diameter, pol. 22.5′. Hinc planus ſurgit poll.

poll. 590.4′.9″.5‴.7⁗.5ᵛ. Idem quoque planus prodit, e quadruplicata dimetientis datæ area, quam canon circularis ſuppeditat: nim. 397.6′.1″.3‴.9⁗.7ᵛ: hæc etenim quater addita, planitiem conſtituit 1590.4′.9″.5‴.8⁗.8ᵛ. Altitudo datæ ſphæræ, eſt ſexta pars diametri: nimirum poll. 3.7′.5″: quæ per planitiem 1590.4′.9″.5‴, facit ſoliditatem ſphæræ quæſitã poll. 5964.3′.5″.6‴. Quæ etiã ſoliditas elicitũ, ſi tota diametro ſphæricũ multiplicetur, factuſque ſenario diuidatur.





Nam 1590.4′.9″.5‴, per 22.5′, faciunt 35786.1′.3″.7‴.5⁗: quorum ſexta pars eſt 5964.3′.5″.6‴.2⁗ —, ſoliditas datæ ſphæræ: videlicet Quartalia 11, Menſ. 3, quadr. 2⁷⁄₁₀.

Area diam. 3 9 7. 6′. 2″. 3‴. 9⁗. 7^{v}.
4.

Area ſphærici, 1 5 9 0. 4′. 9″. 5‴. 8⁗. 8^{v}.
ſextans diam. 3. 7′. 5″.

7 9 5 2 4 7 9 4 0
1 1 1 3 3 4 7 1 1 6
4 7 7 1 4 8 7 6 4

ſolid. 5 9 6 4. 3′. 5″. 9‴. 5⁗. 5^{v}. 0^{vi}. 0^{vii}.

3. Compendium ſtereometriæ huius eſt geminum. Nam ſextans facti a maxima periphereia, & quadrato diametri, eſt ſphæræ ſoliditas.

Vt, in præcedente exemplo: maxima periphereia, e regione diametri 22.5′, in canone plani circularis reperitur 70.6′.8″.8‴.7⁗: diametri autem quadratum eſt 506.2′.5″. Hinc fiunt 35786.1′.5″.4‴.3⁗.7^{v}.5^{vi}. quorum ſextans 5964.3′.5″.9‴, ſphæræ ſoliditas eſt.

maxima periph. 7 0. 6′. 8″. 8‴. 7⁗.
quadr. diam. 5 0 6. 2′. 5″.

3 5 3 4 4 3 5
1 4 1 3 7 7 4
4 2 4 1 3 2 2
3 5 3 4 4 3 5

3 5 7 8 6. 1′. 5″. 4‴. 3⁗. 7^{v}. 5^{vi}.

3 2 2 3
3 5 7 6 6. 1. 5. 4.—+— (ſolid. 5964.3′.5″.9‴ —+—
6 6 6 6 6 6 6

4. Sed expeditiſſime, factus a beſſe plani maximæ periphereię, & diametro, ſoliditatem ſphæræ aperit.

Vt, planus maximæ periphereiæ, ſeu diametri iam datæ ſphæræ in tabella circularis areæ eſt 397.6′.2″.3‴.9⁗. Huius bes, ſeu duæ tertiæ ita quæruntur: $\frac{1}{3}$ ſunt 397.6′.2″.3‴.9⁗: ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 265.0′.8″.2‴.6⁗. Hi igitur bini trientes areæ maximæ periphereiæ, per diametrum 22.5′, faciunt

ſphæræ

ſphæræ ſoliditatem 5964.3′.5″.8‴—+—: hoc eſt, Quartal. 11, Menſ. 3, quadrant. $2\frac{2}{3}$.

3 ſunt 397.6′.2″.3‴.9⁗: ideo 2 ſunt 265.0′.8″.2‴.6⁗.

2

795.2′.4″.7‴.8⁗. (265.0′.8″.2‴.6⁗.

3

bes areæ maximæ periph. 2 6 5. 0′. 8″. 2‴. 6⁗.

Diameter 2 2. 5′.

1 3 2 5 4 1 3 0

5 3 0 1 6 5 2

5 3 0 1 6 5 2

ſolid. 5 9 6 4. 3′. 5″. 8‴. 5⁗. 0^v.

Aliud exemplum. Eſto globus excauatus, cuius diameter poll. 4.3′. Area e regione huius diametri in canone circulari eſt 14.5′.2″. Quod ſi $\frac{3}{3}$ ſunt 14.5′.2″: ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 9.6′.8″: quæ per diametrum 4.3′, faciunt ſoliditatem pollicum cubicorum 41.6′.2″.4‴: hoc eſt, quadrant. $1\frac{1}{2}$ fere. Quot vero huiuſmodi globi menſuram conſtituunt? Si cubi 41.6′.2″.4‴, vni globo æquantur: ergo cubi 125.0′, æquantur globis tribus: & proinde menſura liquoris tres eiuſmodi globi continentur.

Aliud. Eſto ſphæra, cuius diameter 6.2′. Area e regione huius diametri in canone cyclico datur 30.2′. (nam pro 9 ſcrupulis ſecundis, vnum primũ ſubſtitui poteſt) Quod ſi $\frac{3}{3}$ ſunt 30.2′: ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 20.1′.3″: quæ per diametrum 6.2′, faciunt ſoliditatem 124.8′.0″.6‴; hoc eſt, menſuram vnam.

Aliud exemplum. Eſto globus, cuius diameter poll. 241.5′. Hæc diametrus in cyclica non exſtat. Sumitur ergo e doctrina cap. 14 huius, pars eius aliquota, tertia nimirum, quarta, vel quincta, &c. nam nec dimidia adeſt. Tertia pars, videlicet 80.5′, exhibet aream 5089.8′—: quæ per quadratum nominis adſumti trientis, nimirum per 9, facit 45808.2′, aream planam peripheriæ, cuius diameter eſt 241.5′. Quod ſi $\frac{3}{3}$ ſunt 45808.2′: igitur $\frac{2}{3}$ ſunt 30538.8′. Hæc per diametrum 241.5′, faciunt ſoliditatem 7375120.2′: hoc eſt, Vehes 122, Ohmas 5, Quartalia 10, Menſ. 0. quadrant. $3\frac{7}{8}$.

Aliud. Quæritur capacitas globi, cuius diameter poll. 100.0′. Area e regione hui⁹ diametri in tabula circulari datur 7854.3′. Porro, ſi $\frac{3}{3}$ ſunt 7854.3′: ergo $\frac{2}{3}$ ſunt 5236.2′. Quæ per diametrum 100.0′, faciunt ſoliditatem 523620.0′. hoc eſt, Vehes 8, Ohmas 4, Quartalia 7, Menſ. 0, quadr. 3$\frac{7}{8}$.

CAPVT XXXIIJ.

De alia ſphæræ ſtereometria, per regulam ſpecialem ſphærometricam: deque huius fabrica, e canone noſtro cyclico: accedente tabulæ radicum cubicarum ſubſidio.

SPhæræ excauatæ raro occurrunt, quarum capacitas deſideretur: & ſi quando offerantur, facilem e capite præcedẽte geodæſiam habent. Sed pręterea regulam quoq; priuatam ſphærometricam ars inuenit; ſectam diametris ſphærarum, ſingulas menſuras, ab vna, ad quotuis alias, capientium.

Diametri autem ſphæricæ duorum ſunt generum: Cubicæ videlicet, ſeu cardinales, quarum menſuræ numerus cubicus eſt; vt 1, 8, 27, 64, 125, 216, 343, 512, 729, 1000: & Intermedię, vt 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 11, &c.

Cubicæ diametri omnes interuallo monometræ continuantur. Ideoq; vna harum inuenta, e canone cyclico, eiuſq; continua quantitate in regula notata; reliquæ omnes patent.

Inuentio autem cuiuſlibet diametri cubicæ, cyclici canonis ope, ſic inſtituitur. Primum, ſoliditas ſphæræ propoſitæ quæritur: multiplicando numerum menſurarum, ea ipſa ſphęra contentarum, per numerum cuborum vnius menſuræ, nimirũ 125.0′. Sic monometræ ſphæræ ſoliditas, ſunt cubi 125.0′: & ſphæræ duarum menſurarum ſoliditas, ſunt cubi 250.0′: trium menſurarum, cubi 375.0′. &c. Secũdo, quia ſoliditas datæ ſphæræ numerus quidam factus eſt; cuius factores ſunt, diameter eiuſdem ſphæræ, & duo trientes areæ diametro in cyclica adſcriptæ: ob id in eadem tabula factores ambo requiruntur, (factus enim in canõ exſtat) luſtrando hincinde areas, cum ſuis diametris; donec diameter inueniatur, quæ beſſe plani ſui multiplicata, datæ ſphæræ ſoliditatem proxime conſtituat. Tertio, quoniam factores in

ctores in canone præciſe non reperiuntur; proxime minores & maiores tranſcribuntur:& ſoliditates, multiplicatiõne diametri ac beſſis areæ ſuæ, conſtituuntur. Poſtremo, e trium ſoliditatum, minoris, maioris, datæque, differentiis, diametrus quæſita datæ ſoliditati proportionalis concluditur.

Exempli loco: ſi placeat octauam cubicam diametrum indagare, quæ eſt menſurarum 512: primum multiplicando 512 per 125, prodit ſoliditas ſphæræ, octauæ cubicæ diametri, poll. cubicorum 64000.

Menſuræ ſphæra data contentæ 512
cubi vnius menſuræ 125

	2560
	1024
	512
ſoliditas ſphæræ,	64000

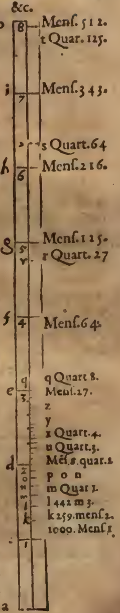
Mox in canone cyclico area ſtudioſe perquiritur, cuius duo trientes, diametro eiuſdem areæ multiplicati, datæ ſphæræ ſoliditatem proxime conſtituant: quod facit area $1932{:}2'.8''.3'''.6''''.6^{v}.1^{vi}.5^{vii}$: cuius duæ tertiæ, nimirum $1288.1'.8''.9'''.1''''.0^{v}.7^{vi}.6^{vii}$, multiplicatę per diametrum $49.6'$, gignunt ſoliditatem $63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$: quæ minor eſt ſoliditate propoſita.

Diamet. $49.6'$. area $1932.2'.8''.3'''.6''''.6^{v}.1^{vi}.5^{vii}$.
$\frac{2}{3}$: $1288.1'.8''.9'''.1''''.0^{v}.7^{vi}.6^{vii}$.
Diam. 4 9. 6.

7729134 6 456
1159370196 84
5152756430 4

ſoliditas, $63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$.

Cum autem ſoliditas hæc proxime minor ſit; iam porro etiam ſoliditas ꝓxime maior quæritur, ex area ſequenti $1940.0'.8''.2'''.9''''.8^{v}.2^{vi}.1^{vii}$: cuius duo trientes, videlicet $1293.3'.8''.8'''.6''''.5^{v}.4^{vi}.6^{vii}$, per diame-



trum $49.7'$ multiplicati, producunt ſoliditatem proxime maiorem $64281.4'.1''.6'''.1''''.3^{v}.3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}$: hoc modo:

Diametri $49.7'$. area, $1940.0'.8''.2'''.9''''.8^{v}.2^{vi}.1^{vii}$.
$\frac{2}{3}$: $1293.5'.8''.8'''.6''''.5^{v}.4^{vi}.6^{vii}$.
Diamet. $4\ 9.\ 7'$.

		9	0 5 3 7	2	0	5	8	2	2			
1 1 6 4 0 4 9	7	8	9	1	4							
5 1 7 3 5 5 4	6	1	8	4								

ſoliditas, $64281.4'.1''.6'''.1''''.3^{v}.3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}$.

Hinc differentiæ eliciuntur ſoliditatum proxime minoris & maioris, nimirum $387.2'.3''.6'''.3''''.9^{v}.6^{vi}.6^{vii}.6^{viii}$: itemq; proxime minoris & propoſitæ, ſcilicet $105.8'.2''.0'''.2''''.6^{v}.3^{vi}.0^{vii}.4^{viii}$.

$64281.4'.1''.6'''.1''''.3^{v}.3^{vi}.6^{vii}.2^{viii}$.	$64000.0'.0''.0'''.0''''.0^{v}.0^{vi}.0^{vii}.0^{viii}$.
$63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$.	$63894.1'.7''.9'''.7''''.3^{v}.6^{vi}.9^{vii}.6^{viii}$.
$387.2'.3''.6'''.3''''.9^{v}.6^{vi}.6^{vii}.6^{viii}$.	$105.8'.2''.0'''.2''''.6^{v}.3^{vi}.0^{vii}.4^{viii}$.

Tandem diametrus, ſoliditati 64000 conueniens, ita colligitur: Si differentia ſoliditatum $387.2'.3''.6'''$, &c. habet differentiam diametrorum $1'$: ergo differentia ſoliditatum $105.8'.2''.0'''$, &c. habebit differentiam diametrorum $0.0'.2''.7'''$—+—: quæ adiecta diametro ſoliditatis proxime minoris, $49.6'$, exhibet quæſitam diametrum cubicam octauam, ſphæræ menſurarum 512 capacis; nimirum poll. $49.6'.2''.7'''$.

$105.8'.2''.0'''.2''''.6^{v}.3^{vi}.0^{vii}.4^{viii}$. diff. ſolid.
$1'$. diff. diam.

$10.5'.8''.2'''.0''''.2^{v}.6^{vi}.3^{vii}.0^{viii}.4^{ix}.0.0^{x}$. (diff. diam. $2''.7'''$.
$387.2'.3''.6'''.3^{iv}.9^{v}.6^{vi}.6^{vii}.6^{viii}$.

Diametrum porro quæſitam, poll. $49.6'.2''.7'''$. ſatis præciſe inuentam eſſe, patet, ſi e cap. 14 huius, peripheria diametri quæratur, itemque area: & huius areæ bes diametro $49.6'.2''.7'''$ multiplicetur. Conſurget namque ſoliditas $63998.5'.7''.9'''.8''''$, &c. ne pollicari quidem ſeſquicubo vera ſoliditate minor.

Diametro exſiſtente poll. $49.6'.2''.7'''$. radius eſt poll. $24.8'.1''.3'''.5''''$.

Quare

Quare $\frac{49627}{10000}$ per $\frac{3490800}{1111111}$ multiplicata,
faciunt periphereiam [illegible],

hoc eſt, 1 9 3 4. 3′. 8″. 7‴. 9⁗. 3ᵛ. 0ᵛⁱ. 5ᵛⁱⁱ.
6 4 4. 7′. 9″. 5‴. 9⁗. 7ᵛ. 6ᵛⁱ. 8ᵛⁱⁱ.
$\frac{2}{3}$: 1 2 8 9. 5′. 9″. 1‴. 9⁗. 5ᵛ. 3ᵛⁱ. 7ᵛⁱⁱ.
Diam. 4 9. 6′. 2″. 7‴.

			9	0	2	7	1	4	3	6	7	5	9		
		2	5	7	9	1	8	3	9	0	7	4			
	7	7	3	7	5	5	1	7	2	2	2				
1	1	6	0	6	3	2	7	5	8	3	3				
5	1	5	8	3	6	7	8	1	4	8					

Solid. 6 3 9 9 8. 5′. 7″. 9‴. 8⁗. 8ᵛ. 6ᵛⁱ. 2ᵛⁱⁱ. 6ᵛⁱⁱⁱ. 9ⁱˣ. 9ˣ.

Hoc autem ſpatium, pollicum 49.6′.2″.7‴, in regula cubimetrica accurate notatum, & in octo æquales partes (ſic iubente cubica radice numeri 512) diuiſum; cubicarum diametrorum interualla monſtrat; pro placito deinceps æquabili differentia poll. 6.2′.0″.3‴.—— continuanda. Sic enim in ſchemate ſpatium a b, conſtans pollicibus regulæ cubimetricæ 49.6′.2″.7‴, in octo partes ſecatur, octo diametros cubicas repræſentantes: quarũ prima a c, pollicum 6.2′.0″.3‴—— diameter eſt ſphæræ vnius menſuræ: altera, a d, octo menſurarum: tertia a e, 27 menſurarum: quarta a f, 64 menſurarum, &c. Sphæræ enim, quia ſunt figuræ ſimiles, ac triplicis dimenſionis, triplicatam habent rationem diametrorum ſuarum; quæ, vt in circulis, ita in ſphæris quoq;, ſunt homologa latera. prop. 18, lib. 12 Eucl.

Iam vero ſingulæ diametri intermediæ cyclici quoque canonis miniſterio eodem modo quæri, ac regulæ imprimi poſſunt. Sed multo breuius hoc atque commodius e radicum cubicarum tabula, ſupra cap. 24 propoſita, abſoluitur. Sphæræ enim ſunt vt cubi diametrorum: ideoque capacitatis ſphærarum latera cubica, recte pro ſphærarum diametris vſurpari queunt. Spatium ergo vnius cubicæ diametri, ſeorſim in charta deſignatum, in mille partes æquales diuiditur: hincque ſingularum menſurarum diametri dimenſæ in regulam transferuntur: quemadmodum & ſupra in cylindrimetricæ fabrica, e canone laterum tum quadratorum, ca. 21, tum cubicorum, cap. 24, patuit: vt heic merito breuiores eſſe queamus.

FINIS.

SEQVITVR

TABELLA CYCLICA DIAMETRORVM, CIRCVMFERENTIARVM, ET PLANITIERVM: referenda ad caput 15. huius opuſculi.

A D L E C T O R E M.

C A N O N hic cyclicus diametros primum exhibet integrorum numerorum, ab vno, ad centum & octo, primorumque vniuſcuiuſque integri ſcrupulorum. Hinc diametris adiunctas tum periphereias, tum areas, protinus commõſtrat: illas ſextis ſcrupulis, iſtas etiam ſeptimis definitas. Calculus autem ratione tripla ſuperpartiente $\frac{157467}{1111111}$, Archimedea accuratiore, nititur, qui te, Lector, labore non leui leuabit.

Ceterum menſuram diametri, eandem & circumferentiæ atq; areæ tribuendam eſſe, nihil admonitus intelliges arbitror. Ita enim, ſi diametrus circuli alicuius ſit pollicum vndecim: periphereia eius pollicum erit $34.5'.5''.8'''.9''''.2^{v}.3^{vi}$ —+— & area ſeu planus, pollicum quadratorũ $95.0'.3''.7'''.0''''.3^{v}.9^{vi}.9^{vii}$ —+— Quod ſi diametrus vlnarũ ſit vndecim: ambitus circuli erit vlnarum $34.5'.5''.8'''$ —+— &c. atque area, vlnarum quadratarum $95.0'.3''.7'''$ —+— &c.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana*							
0		0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1		3	1	4	1	7	2		0	0	7	8	5	4	3
	2		6	2	8	3	4	4		0	3	1	4	1	7	2
	3		9	4	2	5	1	6		0	7	0	6	8	8	7
	4	1	2	5	6	6	8	8		1	2	5	6	6	8	8
	5	1	5	7	0	8	6	0		1	9	6	3	5	7	5
	6	1	8	8	5	0	3	2		2	8	2	7	5	4	8
	7	2	1	9	9	2	0	4		3	8	4	8	6	0	7
	8	2	5	1	3	3	7	6		5	0	2	6	7	5	2
	9	2	8	2	7	5	4	8		6	3	6	1	9	8	3
1	0	3	1	4	1	7	2	0		7	8	5	4	3	0	0
	1	3	4	5	5	8	9	2		9	5	0	3	7	0	3
	2	3	7	7	0	0	6	4	1	1	3	1	0	1	9	2
	3	4	0	8	4	2	3	6	1	3	2	7	3	7	6	7
	4	4	3	9	8	4	0	8	1	5	3	9	4	4	2	8
	5	4	7	1	2	5	8	0	1	7	6	7	2	1	7	5
	6	5	0	2	6	7	5	2	2	0	1	0	7	0	0	8
	7	5	3	4	0	9	2	4	2	2	6	9	8	9	2	7
	8	5	6	5	5	0	9	6	2	5	4	4	7	9	3	2
	9	5	9	6	9	2	6	8	2	8	3	5	4	0	2	3
2	0	6	2	8	3	4	4	0	3	1	4	1	7	2	0	3
	1	6	5	9	7	6	1	2	3	4	6	3	7	4	6	6
	2	6	9	1	1	7	8	4	3	8	0	1	4	8	1	5
	3	7	2	2	5	9	5	6	4	1	5	4	9	2	5	0
	4	7	5	4	0	1	2	8	4	5	2	4	0	7	7	1
	5	7	8	5	4	3	0	0	4	9	0	8	9	3	7	8
	6	8	1	6	8	4	7	2	5	3	0	9	5	0	7	1
	7	8	4	8	2	6	4	4	5	7	2	5	7	8	5	0
	8	8	7	9	6	8	1	6	6	1	5	7	7	7	1	5
	9	9	1	1	0	9	8	8	6	6	0	5	4	6	6	6
3	0	9	4	2	5	1	6	0	7	0	6	8	8	7	0	7

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
	'	0	'	"	'''	''''	v	vi	0	'	"	'''	''''	v	vi	vii
0		0							0							
	1	9	7	3	9	3	3	2	7	5	4	7	9	8	[illegible]	0
	2	10	0	5	3	5	0	4	8	0	4	2	8	0	3	9
	3	10	3	6	7	6	7	6	8	5	5	3	5	3	3	4
	4	10	6	8	1	8	4	8	9	0	7	9	5	7	1	5
	5	10	9	9	6	0	2	0	9	6	2	1	5	1	8	2
	6	11	3	1	0	1	9	2	10	1	7	9	1	7	3	5
	7	11	6	2	4	3	6	4	10	7	5	2	5	3	7	4
	8	11	9	3	8	5	3	6	11	3	4	1	6	0	9	9
	9	12	2	5	2	7	0	8	11	9	4	6	3	9	1	0
4	0	12	5	6	6	8	8	1	12	5	6	6	8	8	1	2
	1	12	8	8	1	0	5	3	13	2	0	3	0	7	9	5
	2	13	1	9	5	2	2	5	13	8	5	4	9	8	6	4
	3	13	5	0	9	3	9	7	14	5	2	2	6	0	1	9
	4	13	8	2	3	5	6	9	15	2	0	5	9	2	6	0
	5	14	1	3	7	7	4	1	15	9	0	4	9	5	8	7
	6	14	4	5	1	9	1	3	16	6	1	9	7	0	0	0
	7	14	7	6	6	0	8	5	17	3	5	0	1	4	9	9
	8	15	0	8	0	2	5	7	18	0	9	6	3	0	8	4
	9	15	3	9	4	4	2	9	18	8	5	8	1	7	5	5
5	0	15	7	0	8	6	0	1	19	6	3	5	7	5	1	9
	1	16	0	2	2	7	7	3	20	4	2	9	0	3	6	2
	2	16	3	3	6	9	4	5	21	2	3	8	0	2	9	1
	3	16	6	5	1	1	1	7	22	0	6	2	7	3	0	6
	4	16	9	6	5	2	8	9	22	9	0	3	1	4	0	7
	5	17	2	7	9	4	6	1	23	7	5	9	2	5	9	4
	6	17	5	9	3	6	3	3	24	6	3	1	0	8	6	7
	7	17	9	0	7	8	0	5	25	5	1	8	6	2	2	6
	8	18	2	2	1	9	7	7	26	4	2	1	8	6	7	1
	9	18	5	3	6	1	4	9	27	3	4	0	8	2	0	2
6	0	18	8	5	0	3	2	1	28	2	7	5	4	8	2	8

Diam.		Peripherese.							Areaplane.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	19	1	6	4	4	9	3	29	2	2	5	8	5	3	1
	2	19	4	7	8	6	6	5	30	1	9	1	9	3	2	0
	3	19	7	9	2	8	3	7	31	1	7	3	7	1	9	5
	4	20	1	0	7	0	0	9	32	1	7	1	2	1	5	6
	5	20	4	2	1	1	8	1	33	1	8	4	4	2	0	3
	6	20	7	3	5	3	5	3	34	2	1	3	3	3	3	6
	7	21	0	4	9	5	2	5	35	2	5	7	9	5	5	5
	8	21	3	6	3	6	9	7	36	3	1	8	2	8	6	0
	9	21	6	7	7	8	6	9	37	3	9	4	3	2	5	1
7	0	21	9	9	2	0	4	2	38	4	8	6	0	7	3	8
	1	22	3	0	6	2	1	4	39	5	9	3	5	3	0	1
	2	22	6	2	0	3	8	6	40	7	1	6	6	9	5	0
	3	22	9	3	4	5	5	8	41	8	5	5	5	6	8	5
	4	23	2	4	8	7	3	0	43	0	1	0	1	5	0	6
	5	23	5	6	2	9	0	2	44	1	8	0	4	4	1	3
	6	23	8	7	7	0	7	4	45	3	6	6	4	4	0	6
	7	24	1	9	1	2	4	6	46	5	6	8	1	4	8	5
	8	24	5	0	5	4	1	8	47	7	8	5	5	6	5	0
	9	24	8	1	9	5	9	0	49	0	1	8	6	9	0	1
8	0	25	1	3	3	7	6	2	50	2	6	7	5	2	5	0
	1	25	4	4	7	9	3	4	51	5	3	2	0	6	7	3
	2	25	7	6	2	1	0	6	52	8	1	2	3	1	8	2
	3	26	0	7	6	2	7	8	54	1	0	8	2	7	7	7
	4	26	3	9	0	4	5	0	55	4	1	9	9	4	5	8
	5	26	7	0	4	6	2	2	56	7	4	7	3	2	2	5
	6	27	0	1	8	7	9	4	58	0	9	0	4	0	7	8
	7	27	3	3	2	9	6	6	59	4	4	9	2	0	1	7
	8	27	6	4	7	1	3	8	60	8	2	3	7	0	4	2
	9	27	9	6	1	3	1	0	62	2	1	3	9	1	5	3
9	0	28	2	7	5	4	8	2	63	6	1	9	8	3	6	3

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.		*Periphereia.*							*Area plane.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	28	5	8	9	6	5	4	65	0	4	1	4	6	4	6
	2	28	9	0	3	8	2	6	66	4	7	8	8	0	1	5
	3	29	2	1	7	9	9	8	67	9	3	1	8	4	7	0
	4	29	5	3	2	1	7	0	69	4	0	0	6	0	1	1
	5	29	8	4	6	3	4	2	70	8	8	5	0	6	3	8
	6	30	1	6	0	5	1	4	72	3	8	5	2	3	5	1
	7	30	4	7	4	6	8	6	73	9	0	1	1	1	5	0
	8	30	7	8	8	8	5	8	75	4	3	2	7	0	3	5
	9	31	1	0	3	0	3	0	76	9	8	0	0	0	0	6
10	0	31	4	1	7	2	0	3	78	5	4	3	0	0	7	8
	1	31	7	3	1	3	7	5	80	1	2	1	7	2	2	2
	2	32	0	4	5	5	4	7	81	7	1	6	1	4	5	0
	3	32	3	5	9	7	1	9	83	3	2	6	2	7	6	6
	4	32	6	7	3	8	9	1	84	9	5	2	1	1	6	8
	5	32	9	8	8	0	6	3	86	5	9	3	6	6	5	6
	6	33	3	0	2	2	3	5	88	2	5	0	9	2	3	0
	7	33	6	1	6	4	0	7	89	9	2	3	8	8	9	0
	8	33	9	3	0	5	7	9	91	6	1	2	5	6	3	6
	9	34	2	4	4	7	5	1	93	3	1	6	9	4	6	8
11	0	34	5	5	8	9	2	3	95	0	3	7	0	3	9	5
	1	34	8	7	3	0	9	5	96	7	7	2	8	3	9	9
	2	35	1	8	7	2	6	7	98	5	2	4	3	4	8	9
	3	35	5	0	1	4	3	9	100	2	9	1	5	6	6	5
	4	35	8	1	5	6	1	1	102	0	7	4	4	9	2	7
	5	36	1	2	9	7	8	3	103	8	7	3	1	2	7	5
	6	36	4	4	3	9	5	5	105	6	8	7	4	7	0	9
	7	36	7	5	8	1	2	7	107	5	1	7	5	2	2	9
	8	37	0	7	2	2	9	9	109	3	6	3	2	8	3	5
	9	37	3	8	6	4	7	1	111	2	2	4	7	5	2	7
12	0	37	7	0	0	6	4	3	113	1	0	1	9	3	1	3

Diam.		*Peripheria.*							*Area plana.*							
o	'	o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	38	0	1	4	8	1	5	114	9	9	4	8	1	7	7
	2	38	3	2	8	9	8	7	116	9	0	3	4	1	2	7
	3	38	6	4	3	1	5	9	118	8	2	7	7	1	6	3
	4	38	9	5	7	3	3	1	120	7	6	7	7	2	8	5
	5	39	2	7	1	5	0	3	122	7	2	3	4	4	9	3
	6	39	5	8	5	6	7	5	124	6	9	4	8	7	8	7
	7	39	8	9	9	8	4	7	126	6	8	2	0	1	6	7
	8	40	2	1	4	0	1	9	128	6	8	4	8	6	3	3
	9	40	5	2	8	1	9	1	130	7	0	3	4	1	8	5
13	0	40	8	4	2	3	6	3	132	7	3	7	6	8	3	2
	1	41	1	5	6	5	3	5	134	7	8	7	6	5	5	6
	2	41	4	7	0	7	0	7	136	8	5	3	3	3	6	6
	3	41	7	8	4	8	7	9	138	9	3	4	7	2	6	2
	4	42	0	9	9	0	5	1	141	0	3	1	8	2	4	4
	5	42	4	1	3	2	2	3	143	1	4	4	6	3	1	2
	6	42	7	2	7	3	9	5	145	2	7	3	1	4	6	6
	7	43	0	4	1	5	6	7	147	4	1	7	3	7	0	6
	8	43	3	5	5	7	3	9	149	5	7	7	3	0	3	2
	9	43	6	6	9	9	1	1	151	7	5	2	9	4	4	4
14	0	43	9	8	4	0	8	4	153	9	4	4	2	9	5	3
	1	44	2	9	8	2	5	6	156	1	5	1	3	5	3	7
	2	44	6	1	2	4	2	8	158	3	7	4	1	2	0	7
	3	44	9	2	6	6	0	0	160	6	1	2	5	9	6	3
	4	45	2	4	0	7	7	2	162	8	6	6	7	8	0	5
	5	45	5	5	4	9	4	4	165	1	3	6	6	7	3	3
	6	45	8	6	9	1	1	6	167	4	2	2	2	7	4	7
	7	46	1	8	3	2	8	8	169	7	2	3	5	8	4	7
	8	46	4	9	7	4	6	0	172	0	4	0	6	0	3	3
	9	46	8	1	1	6	3	2	174	3	7	3	3	3	0	5
15	0	47	1	2	5	8	0	4	176	7	2	1	7	6	7	6

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	47	4	3	9	9	7	6	179	0	8	5	9	1	2	1
	2	47	7	5	4	1	4	8	181	4	6	5	7	6	5	2
	3	48	0	6	8	3	2	0	183	8	6	1	5	2	6	9
	4	48	3	8	2	4	9	2	18[illegible]	2	7	2	5	9	7	2
	5	48	6	9	6	6	6	4	188	6	9	9	5	[illegible]	6	1
	6	49	0	1	0	8	3	6	191	1	4	2	2	6	[illegible]	6
	7	49	3	2	5	9	0	8	193	6	0	0	6	5	9	7
	8	49	6	3	9	1	8	0	196	0	7	4	7	6	[illegible]	4
	9	49	9	5	3	3	5	2	198	5	6	[illegible]	5	7	[illegible]	7
16	0	05	2	6	7	5	2	4	201	0	7	0	1	0	0	1
	1	10	5	8	1	6	9	6	2[illegible]3	5	9	[illegible]	5	5	0	6
	2	50	8	9	5	8	6	8	206	1	2	8	2	6	9	7
	3	51	2	1	0	0	4	0	208	6	8	0	9	1	7	4
	4	51	5	2	4	2	1	2	211	2	4	9	2	7	[illegible]	7
	5	51	8	3	8	3	8	4	213	8	3	3	3	3	8	6
	6	52	1	5	2	5	5	6	216	4	5	5	1	1	2	1
	7	52	4	6	6	7	2	8	219	0	4	8	5	9	4	2
	8	52	7	8	0	9	0	0	221	6	7	9	7	8	4	9
	9	53	0	9	5	0	7	2	224	3	2	6	6	8	4	2
17	0	53	4	0	9	2	4	5	226	9	8	9	2	9	2	6
	1	53	7	2	3	4	1	7	229	6	6	7	6	0	9	1
	2	54	0	3	7	5	8	9	232	3	6	1	6	3	4	2
	3	54	3	5	1	7	6	1	235	0	7	1	3	6	7	9
	4	54	6	6	5	9	3	3	237	7	9	6	8	1	0	2
	5	54	9	8	0	1	0	5	240	5	3	7	9	6	1	1
	6	55	2	9	4	2	7	7	243	2	9	4	8	2	0	6
	7	55	6	0	8	4	4	9	246	0	6	7	3	8	8	7
	8	55	9	2	2	6	2	1	248	8	5	5	6	6	5	4
	9	56	2	3	6	7	9	3	251	6	5	9	6	5	0	7
38	0	56	5	5	0	9	6	5	254	4	7	9	3	4	5	4

Diam		*Periphereiæ.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	"	'''	''''	v	vi	0	'	"	'''	''''	v	vi	vii
	1	56	8	6	5	1	3	7	257	3	1	4	7	4	7	9
	2	57	1	7	9	3	0	9	260	1	6	5	8	5	9	0
	3	57	4	9	3	4	8	1	263	0	3	2	6	7	8	7
	4	57	8	0	7	6	5	3	265	9	1	5	2	0	7	0
	5	58	1	2	1	8	2	5	268	8	1	3	4	4	3	9
	6	58	4	3	5	9	9	7	271	7	2	7	3	8	9	4
	7	58	7	5	0	1	6	9	274	6	5	7	0	4	5	5
	8	59	0	6	4	3	4	1	277	6	0	2	4	0	6	2
	9	59	3	7	8	5	1	3	280	5	6	3	4	7	7	5
19	0	59	6	9	2	6	8	5	283	5	4	0	2	5	8	3
	1	60	0	0	6	8	5	7	286	5	3	2	7	4	6	8
	2	60	3	2	1	0	2	9	289	5	4	0	9	4	3	9
	3	60	6	3	5	2	0	1	292	5	6	4	8	4	9	6
	4	60	9	4	9	3	7	3	295	6	0	4	4	6	3	9
	5	61	2	6	3	5	4	5	298	6	5	9	7	8	6	8
	6	61	5	7	7	7	1	7	301	7	3	0	8	1	8	3
	7	61	8	9	1	8	8	9	304	8	1	7	5	5	8	4
	8	62	2	0	6	0	6	1	307	9	2	0	0	0	7	1
	9	62	5	2	0	2	3	3	311	0	3	8	1	6	4	4
20	0	62	8	3	4	4	0	6	314	1	7	2	0	3	1	4
	1	63	1	4	8	5	7	8	317	3	2	1	6	0	6	0
	2	63	4	6	2	7	5	0	320	4	8	6	8	8	9	2
	3	63	7	7	6	9	2	2	323	6	6	7	8	8	1	0
	4	64	0	9	1	0	9	4	326	8	6	4	5	8	1	4
	5	64	4	0	5	2	6	6	330	0	7	6	9	9	0	4
	6	64	7	1	9	4	3	8	333	3	0	5	1	0	8	0
	7	65	0	3	3	6	1	0	336	5	4	8	9	3	4	2
	8	65	3	4	7	7	8	2	339	8	0	8	4	6	9	0
	9	65	6	6	1	9	5	4	343	0	8	3	7	1	2	4
21	0	65	9	7	6	1	2	6	346	3	7	4	6	6	4	6

Diam.		*Peripheres.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	66	2	9	0	2	9	8	349	6	8	1	3	2	5	2
	2	66	6	0	4	4	7	0	353	0	0	3	6	9	4	4
	3	66	9	1	8	6	4	2	356	3	4	1	7	7	2	2
	4	67	2	3	2	8	1	4	359	6	9	5	5	5	8	6
	5	67	5	4	6	9	8	6	363	0	6	5	0	5	3	6
	6	67	8	6	1	1	5	8	366	4	5	0	2	5	7	2
	7	68	1	7	5	3	3	0	369	8	5	1	1	6	9	4
	8	68	4	8	9	5	0	2	373	2	6	7	7	9	0	2
	9	68	8	0	3	6	7	4	376	7	0	0	1	1	9	6
22	0	69	1	1	7	8	4	6	38	1	4	8	1	5	8	0
	1	69	4	3	2	0	1	8	383	6	1	1	9	0	4	6
	2	69	7	4	6	1	9	0	387	0	9	1	3	5	9	8
	3	70	0	6	0	3	6	2	390	5	8	6	5	2	3	6
	4	70	3	7	4	5	3	4	394	0	9	7	3	5	6	0
	5	70	6	8	8	7	0	6	397	6	2	3	9	[illegible]	7	0
	6	71	0	0	2	8	7	8	401	1	6	6	2	6	6	6
	7	7	3	1	7	0	5	0	404	7	2	4	2	6	4	8
	8	71	6	3	1	2	2	2	408	2	9	7	9	7	1	6
	9	71	9	4	5	3	9	4	411	8	8	7	3	8	7	0
23	0	72	2	5	9	5	6	7	415	4	9	2	5	1	1	5
	1	72	5	7	3	7	3	9	419	1	1	3	3	4	4	1
	2	72	8	8	7	9	1	1	422	7	4	9	8	8	5	3
	3	73	2	0	2	0	8	3	426	4	0	2	1	3	5	1
	4	73	5	1	6	2	5	5	430	0	7	0	0	9	3	5
	5	73	8	3	0	4	2	7	433	7	5	3	7	6	0	5
	6	74	1	4	4	5	9	9	437	4	5	3	1	3	6	1
	7	74	4	5	8	7	7	1	441	1	6	8	2	2	0	3
	8	74	7	7	2	9	4	3	444	8	9	9	0	1	3	1
	9	75	0	8	7	[illegible]	1	5	448	6	4	5	5	1	4	5
24	0	75	4	0	1	2	8	7	452	4	0	7	7	2	5	2

Diam.		*Periphereia.*							*Areæ plana.*							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	75	7	1	5	4	5	9	456	1	8	5	6	4	3	8
	2	76	0	2	9	6	3	1	459	9	7	9	2	7	1	0
	3	76	3	4	3	8	0	3	463	7	8	8	6	0	6	8
	4	76	6	5	7	9	7	5	467	6	1	3	6	5	1	2
	5	76	9	7	2	1	4	7	471	4	5	4	4	0	4	2
	6	77	2	8	6	3	1	9	475	3	1	0	8	6	5	8
	7	77	6	0	0	4	9	1	479	1	8	3	0	3	6	0
	8	77	9	1	4	6	6	3	483	0	7	0	9	1	4	8
	9	78	2	2	8	8	3	5	486	9	7	4	5	0	2	2
25	0	78	5	4	3	0	0	7	490	8	9	3	7	9	9	0
	1	78	8	5	7	1	7	9	494	8	2	8	8	0	3	6
	2	79	1	7	1	3	5	1	498	7	7	9	5	1	6	8
	3	79	4	8	5	5	2	3	502	7	4	5	9	3	8	6
	4	79	7	9	9	6	9	5	506	7	2	8	0	6	9	0
	5	80	1	1	3	8	6	7	510	7	2	5	9	0	8	0
	6	80	4	2	8	0	3	9	514	7	3	9	4	5	5	6
	7	80	7	4	2	2	1	1	518	7	6	8	7	1	1	8
	8	81	0	5	6	3	8	3	522	8	1	3	6	7	6	6
	9	81	3	7	0	5	5	5	526	8	7	4	3	5	0	0
26	0	81	6	8	4	7	2	8	530	9	5	0	7	3	3	0
	1	81	9	9	8	9	0	0	535	0	4	2	8	2	3	6
	2	82	3	1	3	0	7	2	539	1	5	0	6	2	2	8
	3	82	6	2	7	2	4	4	543	2	7	4	1	3	0	6
	4	82	9	4	1	4	1	6	547	4	1	3	3	4	7	0
	5	83	2	5	5	5	8	8	551	5	6	8	2	7	2	0
	6	83	5	6	9	7	6	0	555	7	3	8	9	0	5	6
	7	83	8	8	3	9	3	2	559	9	2	5	2	4	7	8
	8	84	1	9	8	1	0	4	564	1	2	7	2	9	8	6
	9	84	5	1	2	2	7	6	568	3	4	5	0	5	8	0
27	0	84	8	2	6	4	4	8	572	5	7	8	5	[illegible]	7	2

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	v	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	85	1	4	0	6	2	0	576	8	2	7	7	0	3	8
	2	85	4	5	4	7	9	2	581	0	9	2	5	8	9	0
	3	85	7	6	8	9	6	4	585	3	7	3	1	8	2	8
	4	86	0	8	3	1	3	6	589	6	6	9	4	8	5	2
	5	86	3	9	7	3	0	8	593	9	8	1	4	9	6	2
	6	86	7	1	1	4	8	0	598	3	0	9	2	1	5	8
	7	87	0	2	5	6	5	2	602	6	5	2	6	4	4	0
	8	87	3	3	9	8	2	4	607	0	1	1	7	8	0	8
	9	87	6	5	3	9	9	6	611	3	8	6	6	2	6	2
28	0	87	9	6	8	1	6	8	615	7	7	7	1	8	1	5
	1	88	2	8	2	3	4	0	62	1	8	3	4	4	4	1
	2	88	5	9	6	5	1	2	624	6	0	5	4	1	5	3
	3	88	9	1	0	6	8	4	629	0	4	3	0	5	5	1
	4	89	2	2	4	8	5	6	633	4	9	6	4	8	3	5
	5	89	5	3	9	0	2	8	637	9	6	5	5	8	0	5
	6	89	8	5	3	2	0	0	642	4	5	0	3	8	6	1
	7	90	1	6	7	3	7	2	646	9	5	0	9	0	0	3
	8	90	4	8	1	5	4	4	651	4	6	7	1	[illegible]	3	1
	9	90	7	9	5	7	1	6	655	9	9	9	0	5	4	5
29	0	91	1	0	9	8	8	9	660	5	4	6	6	9	6	0
	1	9	4	2	4	0	6	1	665	1	1	0	0	4	4	6
	2	91	7	3	8	2	3	3	669	6	8	9	1	0	1	8
	3	92	0	5	2	4	0	5	674	2	8	3	8	6	7	6
	4	92	3	6	6	5	7	7	678	8	9	4	3	4	2	0
	5	92	6	8	0	7	4	9	683	5	2	0	5	2	5	0
	6	92	9	9	4	9	2	1	688	1	6	2	4	1	6	6
	7	93	3	0	9	0	9	3	692	8	2	0	0	1	6	8
	8	93	6	2	3	2	6	5	697	4	9	3	3	2	5	6
	9	93	9	3	7	4	3	7	702	1	8	2	3	4	3	0
30	0	94	2	5	1	6	0	5	706	8	8	7	0	7	0	6

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	94	5	6	5	7	8	1	711	6	0	7	5	0	5	3
	2	94	8	7	9	9	5	3	716	3	4	3	6	4	8	6
	3	95	1	9	4	1	2	5	721	0	9	5	5	0	0	5
	4	95	5	0	8	2	9	7	725	8	6	3	0	6	1	0
	5	95	8	2	2	4	6	9	730	6	4	6	3	3	0	1
	6	96	1	3	6	6	4	1	735	4	4	5	3	0	7	8
	7	96	4	5	0	8	1	3	740	2	5	9	9	9	4	1
	8	96	7	6	4	9	8	5	745	0	9	0	3	8	9	0
	9	97	0	7	9	1	5	7	749	9	3	6	4	9	2	5
31	0	97	3	9	3	3	2	9	754	7	9	8	3	0	5	4
	1	97	7	0	7	5	0	1	759	6	7	5	8	2	6	1
	2	98	0	2	1	6	7	3	764	5	6	9	0	5	5	4
	3	98	3	3	5	8	4	5	769	4	7	7	9	9	3	3
	4	98	6	5	0	0	1	7	774	4	0	2	6	3	9	8
	5	98	9	6	4	1	8	9	779	3	4	2	9	9	4	9
	6	99	2	7	8	3	6	1	784	2	9	9	0	5	8	6
	7	99	5	9	2	5	3	3	789	2	7	0	8	3	0	9
	8	99	9	0	6	7	0	5	794	2	5	8	3	1	1	8
	9	100	2	2	0	8	7	7	799	2	6	1	5	0	1	3
32	0	100	5	3	5	0	5	0	804	2	8	0	4	0	0	4
	1	100	8	4	9	2	2	2	809	3	1	5	0	0	7	2
	2	101	1	6	3	3	9	4	814	3	6	5	3	2	2	6
	3	101	4	7	7	5	6	6	819	4	3	1	3	4	6	6
	4	101	7	9	1	7	3	8	824	5	1	3	0	7	9	2
	5	102	1	0	5	9	1	0	829	6	1	0	5	2	0	4
	6	102	4	2	0	0	8	2	834	7	2	3	6	7	0	2
	7	102	7	3	4	2	5	4	839	8	5	2	5	2	8	6
	8	103	0	4	8	4	2	6	844	9	9	7	0	9	5	6
	9	103	3	6	2	5	9	8	850	1	5	7	3	7	1	2
33	0	103	6	7	6	7	7	0	855	3	5	5	3	5	5	5

Diam.	'	*Peripheresa.* °	'	''	'''	''''	v	vi	*Area plana.* °	'	''	'''	''''	v	vi	vii
0		0							0							
	1	103	9	9	0	5	4	2	860	5	2	5	0	4	8	3
	2	104	3	0	5	1	1	4	865	7	3	2	4	4	9	7
	3	104	6	1	9	2	8	6	870	9	5	5	5	5	9	7
	4	104	9	3	3	4	5	8	876	1	9	4	3	7	8	3
	5	105	2	4	7	6	3	0	881	4	4	8	9	0	5	5
	6	105	5	6	1	8	0	2	886	7	1	9	1	4	1	5
	7	105	8	7	5	9	7	4	892	0	0	5	0	8	5	7
	8	106	1	9	0	1	4	6	897	3	0	6	7	3	8	7
	9	106	5	0	4	3	1	8	902	6	2	4	1	0	0	3
34	0	106	8	1	8	4	9	0	907	9	5	7	1	7	0	7
	1	107	1	3	2	6	6	2	913	3	0	5	9	4	9	5
	2	10-	4	4	6	8	3	4	918	6	7	0	4	3	6	9
	3	107	-	6	1	0	0	6	924	0	5	0	6	3	2	9
	4	108	0	7	5	1	7	8	929	4	4	6	5	3	7	5
	5	108	3	8	9	3	5	0	934	8	5	8	1	5	0	7
	6	108	7	0	3	5	2	2	940	2	8	5	4	7	2	5
	7	109	c	1	7	6	9	4	945	7	2	8	5	0	2	9
	8	109	4	3	1	8	6	6	951	1	8	7	2	4	1	9
	9	109	6	4	6	0	3	8	956	6	6	1	6	8	9	5
35	0	109	9	6	0	2	1	0	962	1	5	1	8	4	6	2
	1	110	2	7	4	3	8	2	967	6	5	7	7	1	1	0
	2	110	5	8	8	5	5	4	973	1	7	9	2	8	4	4
	3	110	9	0	2	7	2	6	978	7	1	6	5	6	6	4
	4	111	2	1	6	8	9	8	984	2	6	9	5	5	7	0
	5	111	5	3	1	0	7	0	989	8	3	8	2	5	6	2
	6	111	8	4	5	2	4	2	995	4	2	2	6	6	4	0
	7	112	1	5	9	4	1	4	1001	0	2	2	-	8	0	4
	8	112	4	7	3	5	8	6	1006	6	3	8	6	0	5	4
	9	112	-	8	7	7	5	8	1012	1	7			3	9	0
36	0	113	1	0	1	9	3	1	1017	9	1	7		8	1	7

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
°	'	°	'	"	‴	⁗	v	vi	°	'	"	‴	⁗	v	vi	vii
	1	113	4	1	6	1	0	3	1023	5	8	0	3	3	2	5
	2	113	7	3	0	2	7	5	1029	2	5	8	9	9	1	9
	3	114	0	4	4	4	4	7	1034	9	5	1	3	5	9	9
	4	114	3	5	8	6	1	9	1040	6	6	3	4	3	6	5
	5	114	6	7	2	7	9	1	1046	3	8	9	2	2	1	7
	6	114	9	8	6	9	6	3	1052	1	3	0	7	1	5	5
	7	115	3	0	1	1	3	5	1057	8	8	7	9	1	7	9
	8	115	6	1	5	3	0	7	1063	6	6	0	8	2	8	9
	9	115	9	2	9	4	7	9	1069	4	4	9	4	4	8	5
37	0	116	2	4	3	6	5	1	1075	2	5	3	7	7	7	5
	1	116	5	5	7	8	2	3	1081	0	7	3	8	1	4	3
	2	116	8	7	1	9	9	5	1086	9	0	9	5	5	9	7
	3	117	1	8	6	1	6	7	1092	7	6	1	0	1	3	7
	4	117	5	0	0	3	3	9	1098	6	2	8	1	7	6	3
	5	117	8	1	4	5	1	1	1104	5	1	1	0	4	7	5
	6	118	1	2	8	6	8	3	1110	4	0	9	6	2	7	3
	7	118	4	4	2	8	5	5	1116	3	2	3	9	1	5	7
	8	118	7	5	7	0	2	7	1122	2	5	3	9	1	2	7
	9	119	0	7	1	1	9	9	1128	1	9	9	6	1	8	3
38	0	119	3	8	5	3	7	1	1134	1	6	1	0	3	3	4
	1	119	6	9	9	5	4	3	1140	1	3	8	1	5	6	2
	2	120	0	1	3	7	1	5	1146	1	3	0	9	8	7	6
	3	120	3	2	7	8	8	7	1152	1	3	9	5	2	7	6
	4	120	6	4	2	0	5	9	1158	1	6	3	7	7	6	2
	5	120	9	5	6	2	3	1	1164	2	0	3	7	3	3	4
	6	121	2	7	0	4	0	3	1170	2	5	9	3	9	9	2
	7	121	5	8	4	5	7	5	1176	3	3	0	7	7	3	6
	8	121	8	9	8	7	4	7	1182	4	1	7	8	5	6	6
	9	122	2	1	2	9	1	9	1188	5	2	0	6	4	8	2
39	0	122	5	2	7	0	9	2	1194	6	3	9	1	4	9	4

Diam.		Peripheresia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	v'	0	'	''	'''	''''	v	v'	v''
	1	122	8	4	1	2	6	4	1200	7	7	3	3	5	8	2
	2	123	1	5	5	4	3	6	1206	9	2	3	2	7	5	6
	3	123	4	6	9	0	0	8	1213	0	8	8	9	0	1	7
	4	123	7	8	3	7	8	0	1219	2	7	0	2	3	6	4
	5	124	0	9	7	9	5	2	1225	4	6	7	2	7	9	7
	6	124	4	1	2	1	2	4	1231	6	8	0	0	3	1	6
	7	124	7	2	6	2	9	6	1237	9	0	8	4	9	2	1
	8	125	0	4	0	4	6	8	1244	1	5	2	6	6	1	2
	9	125	3	5	4	6	4	0	1250	4	1	2	5	3	8	9
40	0	125	6	6	8	8	1	2	1256	6	8	8	1	2	5	6
	1	125	9	8	2	9	8	4	1262	9	7	9	4	2	0	5
	2	126	2	9	7	1	5	6	1269	2	8	6	4	2	4	0
	3	126	6	1	1	3	2	8	1275	6	0	9	1	3	6	1
	4	126	9	2	5	5	0	0	1281	9	4	7	5	5	6	8
	5	127	2	3	9	6	7	2	1288	3	0	1	6	8	6	1
	6	127	5	5	3	8	4	4	1294	6	7	1	5	2	4	0
	7	127	8	6	8	0	1	6	1301	0	5	7	0	7	0	5
	8	128	1	8	2	1	8	8	1307	4	5	8	3	2	5	6
	9	128	4	9	6	3	6	0	1313	8	7	5	2	8	9	3
41	0	128	8	1	0	5	3	2	1320	3	0	7	9	6	2	0
	1	129	1	2	4	7	0	4	1326	7	5	6	3	4	2	9
	2	129	4	3	8	8	7	6	1333	2	2	0	4	3	2	4
	3	129	7	5	3	0	4	8	1339	7	0	0	2	3	0	5
	4	130	0	6	7	2	2	0	1346	1	9	5	7	3	7	2
	5	130	3	8	1	3	9	2	1352	7	0	6	9	5	2	5
	6	130	6	9	5	5	6	4	1359	2	3	3	8	7	6	4
	7	131	0	0	9	7	3	6	1365	7	7	6	5	0	8	9
	8	131	3	2	3	9	0	8	1372	3	3	[illegible]	8	5	0	0
	9	131	6	3	8	0	8	0	1378	9	0	[illegible]	[illegible]	9	9	7
42	0	131	5	5	2	2	5	3	1385	4	9	[illegible]	0	5	8	5

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
°	′	°	′	″	‴	⁗	v	vi	°	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	132	2	6	6	4	2	5	1392	1	0	4	1	2	5	4
	2	132	5	8	0	5	9	7	1398	7	2	5	3	0	0	9
	3	132	8	9	4	7	6	9	1405	3	6	2	1	8	5	0
	4	133	2	0	8	9	4	1	1412	0	1	4	7	7	7	7
	5	133	5	2	3	1	1	3	1418	6	8	3	0	7	9	0
	6	133	8	3	7	2	8	5	1425	3	6	7	0	8	8	9
	7	134	1	5	1	4	5	7	1432	0	6	6	8	0	7	4
	8	134	4	6	5	6	2	9	1438	7	8	2	2	3	4	5
	9	134	7	7	9	8	0	1	1445	5	1	3	3	7	0	2
43	0	135	0	9	3	9	7	3	1452	2	6	0	2	1	5	2
	1	135	4	0	8	1	4	5	1459	0	2	2	7	6	8	1
	2	135	7	2	2	3	1	7	1465	8	0	1	0	2	9	6
	3	136	0	3	6	4	8	9	1472	5	9	4	9	9	9	7
	4	136	3	5	0	6	6	1	1479	4	0	4	6	7	8	4
	5	136	6	6	4	8	3	3	1486	2	3	0	0	6	5	7
	6	136	9	7	9	0	0	5	1493	0	7	1	1	6	1	6
	7	137	2	9	3	1	7	7	1499	9	2	7	9	6	6	1
	8	137	6	0	7	3	4	9	1506	8	0	0	4	7	9	2
	9	137	9	2	1	5	2	1	1513	6	8	8	7	0	0	9
44	0	138	2	3	5	6	9	3	1520	5	9	2	6	3	2	0
	1	138	5	4	9	8	6	5	1527	5	1	2	2	7	0	9
	2	138	8	6	4	0	3	7	1534	4	4	7	6	1	8	4
	3	139	1	7	8	2	0	9	1541	3	9	8	6	7	4	5
	4	139	4	9	2	3	8	1	1548	3	6	5	4	3	9	2
	5	139	8	0	6	5	5	3	1555	3	4	7	9	1	2	5
	6	140	1	2	0	7	2	5	1562	3	4	6	0	9	4	4
	7	140	4	3	4	8	9	7	1569	3	5	9	9	8	4	9
	8	140	7	4	9	0	6	9	1576	3	8	9	5	8	4	0
	9	141	0	6	3	2	4	1	1583	4	3	4	8	9	1	7
45	0	141	3	7	7	4	1	4	1590	4	9	5	9	0	9	0

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	141	6	9	1	5	8	6	1597	5	7	2	6	3	3	9
	2	142	0	0	5	7	5	8	1604	6	6	5	0	6	7	4
	3	142	3	1	9	9	3	0	1611	7	7	3	2	0	9	5
	4	142	6	3	4	1	0	2	1618	8	9	7	0	6	0	2
	5	142	9	4	8	2	7	4	1626	0	3	6	6	1	9	5
	6	143	2	6	2	4	4	6	1633	1	9	1	8	8	7	4
	7	143	5	7	6	6	1	8	1640	3	6	2	8	6	3	9
	8	143	8	9	0	7	9	0	1647	5	4	9	5	4	9	0
	9	144	2	0	4	9	6	2	1654	7	5	1	9	4	2	7
46	0	144	5	1	9	1	3	4	1661	9	7	0	0	4	6	2
	1	144	8	3	3	3	0	6	1669	2	0	3	8	5	6	9
	2	145	1	4	7	4	7	8	1676	4	5	3	3	7	6	4
	3	145	4	6	1	6	5	0	1683	7	1	8	6	0	4	5
	4	145	7	7	5	8	2	2	1690	9	9	9	5	4	1	2
	5	146	0	8	9	9	9	4	1698	2	9	6	1	8	6	5
	6	146	4	0	4	1	6	6	1705	6	0	8	5	4	0	4
	7	146	7	1	8	3	3	8	1712	9	3	6	6	0	2	9
	8	147	0	3	2	5	1	0	1720	2	8	0	3	7	4	0
	9	147	3	4	6	6	8	2	1727	6	3	9	8	5	3	7
47	0	147	6	6	0	8	5	4	1735	0	1	5	0	4	3	5
	1	147	9	7	5	0	2	6	1742	4	0	5	9	4	0	4
	2	148	2	8	9	1	9	8	1749	8	1	2	5	4	6	0
	3	148	6	0	3	3	7	0	1757	2	3	4	8	6	0	2
	4	148	9	1	7	5	4	2	1764	6	7	2	8	8	3	0
	5	149	2	3	1	7	1	4	1772	1	2	6	6	1	4	4
	6	149	5	4	5	8	8	6	1779	5	9	6	0	5	4	4
	7	149	8	6	0	0	5	8	1787	0	8	1	2	0	3	0
	8	150	1	7	4	2	3	0	1794	5	8	2	0	6	0	2
	9	150	4	8	8	4	0	2	1802	0	9	8	6	2	6	0
48	0	150	8	0	2	5	7	5	1809	[illegible]	3	0	9	0	0	9

Diam.		*Peripheria.*							*Area plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	151	1	1	6	7	4	7	1817	1	7	8	8	8	3	9
	2	151	4	3	0	9	1	9	1824	7	4	2	5	7	5	5
	3	151	7	4	5	0	9	1	1832	3	2	1	9	7	5	7
	4	152	0	5	9	2	6	3	1839	9	1	7	0	8	4	5
	5	152	3	7	3	4	3	5	1847	5	2	7	9	0	1	9
	6	152	6	8	7	6	0	7	1855	1	5	4	4	2	7	9
	7	153	0	0	1	7	7	9	1862	7	9	6	6	6	2	5
	8	153	3	1	5	9	5	1	1870	4	5	4	6	0	5	7
	9	153	6	3	0	1	2	3	1878	1	2	8	2	5	7	5
49	0	153	9	4	4	2	9	5	1885	8	1	7	6	1	8	5
	1	154	2	5	8	4	6	7	1893	5	2	2	6	8	7	5
	2	154	5	7	2	6	3	9	1901	2	4	3	4	6	5	1
	3	154	8	8	6	8	1	1	1908	9	7	9	9	5	1	3
	4	155	2	0	0	9	8	3	1916	7	3	2	1	4	6	1
	5	155	5	1	5	1	5	5	1924	5	0	0	0	4	9	5
	6	155	8	2	9	3	2	7	1932	2	8	3	6	6	1	5
	7	156	1	4	3	4	9	9	1940	0	8	2	9	8	2	1
	8	156	4	5	7	6	7	1	1947	8	9	8	0	1	1	3
	9	156	7	7	1	8	4	3	1955	7	2	8	7	4	9	1
50	0	157	0	8	6	0	1	5	1963	5	7	5	1	9	6	3
	1	157	4	0	0	1	8	7	1971	4	3	7	3	5	1	3
	2	157	7	[illegible]	4	3	5	9	1979	3	1	5	2	1	4	9
	3	158	0	2	8	5	3	1	1987	2	0	8	7	8	7	1
	4	158	3	4	2	7	0	3	1995	1	1	8	0	6	7	9
	5	158	6	5	6	8	7	5	2003	0	4	3	0	5	7	3
	6	158	9	7	1	0	4	7	2010	9	8	3	7	5	5	3
	7	159	2	8	5	2	1	9	2018	9	4	0	1	6	1	9
	8	159	5	9	9	3	9	1	2026	9	1	2	2	7	7	1
	9	159	9	1	3	5	6	3	2034	9	0	0	1	0	0	9
51	0	160	2	2	7	7	3	5	2042	9	0	3	6	3	4	2

Diam.		Peripheres.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	66	2	9	0	2	9	8	349	6	8	1	3	2	5	2
	2	66	6	0	4	4	7	0	353	0	0	3	6	9	4	4
	3	66	9	1	8	6	4	2	356	3	4	1	7	7	2	2
	4	67	2	3	2	8	1	4	359	6	9	5	5	5	8	6
	5	67	5	4	6	9	8	6	363	0	6	5	0	5	3	6
	6	67	8	6	1	1	5	8	366	4	5	0	2	5	7	2
	7	68	1	7	5	3	3	0	369	8	5	1	1	6	9	4
	8	68	4	8	9	5	0	2	373	2	6	7	7	9	0	2
	9	68	8	0	3	6	7	4	376	7	0	0	1	1	9	6
22	0	69	1	1	7	8	4	6	380	1	4	8	1	5	8	0
	1	69	4	3	2	0	1	8	383	6	1	1	9	0	4	6
	2	69	7	4	6	1	9	0	387	0	9	1	3	5	9	8
	3	70	0	6	0	3	6	2	390	5	8	6	5	2	3	6
	4	70	3	7	4	5	3	4	394	0	9	7	3	5	6	0
	5	70	6	8	8	7	0	6	397	6	2	3	9	7	7	0
	6	71	0	0	2	8	7	8	401	1	6	6	2	6	6	6
	7	71	3	1	7	0	5	0	404	7	2	4	2	6	4	8
	8	71	6	3	1	2	2	2	408	2	9	7	9	7	1	6
	9	71	9	4	5	3	9	4	411	8	8	7	3	8	7	0
23	0	72	2	5	9	5	6	7	415	4	9	2	5	1	1	5
	1	72	5	7	3	7	3	9	419	1	1	3	3	4	4	1
	2	72	8	8	7	9	1	1	422	7	4	9	8	8	5	3
	3	73	2	0	2	0	8	3	426	4	0	2	1	3	5	1
	4	73	5	1	6	2	5	5	430	0	7	0	0	9	3	5
	5	73	8	3	0	4	2	7	433	7	5	3	7	6	0	5
	6	74	1	4	4	5	9	9	437	4	5	3	1	3	6	1
	7	74	4	5	8	7	7	1	441	1	6	8	2	2	0	3
	8	74	7	7	2	9	4	3	444	8	9	9	0	1	3	1
	9	75	0	8	7	1	1	5	448	6	4	5	5	1	4	5
24	0	75	4	0	1	2	8	7	452	4	0	7	7	2	5	2

Diam.		*Peripheria.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	75	7	1	5	4	5	9	456	1	8	5	6	4	3	8
	2	76	0	2	9	6	3	1	459	9	7	9	2	7	1	0
	3	76	3	4	3	8	0	3	463	7	8	8	6	0	6	8
	4	76	6	5	7	9	7	5	467	6	1	3	6	5	1	2
	5	76	9	7	2	1	4	7	471	4	5	4	4	0	4	2
	6	77	2	8	6	3	1	9	475	3	1	0	8	6	5	8
	7	77	6	0	0	4	9	1	479	1	8	3	0	3	6	0
	8	77	9	1	4	6	6	3	483	0	7	0	9	1	4	8
	9	78	2	2	8	8	3	5	486	9	7	4	5	0	2	2
25	0	78	5	4	3	0	0	7	490	8	9	3	7	9	9	0
	1	78	8	5	7	1	7	9	494	8	2	8	8	0	3	6
	2	79	1	7	1	3	5	1	498	7	7	9	5	1	6	8
	3	79	4	8	5	5	2	3	502	7	4	5	9	3	8	6
	4	79	7	9	9	6	9	5	506	7	2	8	0	6	9	0
	5	80	1	1	3	8	6	7	510	7	2	5	9	0	8	0
	6	80	4	2	8	0	3	9	514	7	3	9	4	5	5	6
	7	80	7	4	2	2	1	1	518	7	6	8	7	1	1	8
	8	81	0	5	6	3	8	3	522	8	1	3	6	7	6	6
	9	81	3	7	0	5	5	5	526	8	7	4	3	5	0	0
26	0	81	6	8	4	7	2	8	530	9	5	0	7	3	3	0
	1	81	9	9	8	9	0	0	535	0	4	2	8	2	3	6
	2	82	3	1	3	0	7	2	539	1	5	0	6	2	2	8
	3	82	6	2	7	2	4	4	543	2	7	4	1	3	0	6
	4	82	9	4	1	4	1	6	547	4	1	3	3	4	7	0
	5	83	2	5	5	5	8	8	551	5	6	8	2	7	2	0
	6	83	5	6	9	7	6	0	555	7	3	8	9	0	5	6
	7	83	8	8	3	9	3	2	559	9	2	5	2	4	7	8
	8	84	1	9	8	1	0	4	564	1	2	7	2	9	8	6
	9	84	5	1	2	2	7	6	568	3	4	5	0	5	8	0
27	0	84	8	2	6	4	4	8	572	5	7	8	5	[illegible]	7	2

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	v	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	85	1	4	0	6	2	0	576	8	2	7	7	0	3	8
	2	85	4	5	4	7	9	2	581	0	9	2	5	8	9	0
	3	85	7	6	8	9	6	4	585	3	7	3	1	8	2	8
	4	86	0	8	3	1	3	6	589	6	6	9	4	8	5	2
	5	86	3	9	7	3	0	8	593	9	8	1	4	9	6	2
	6	86	7	1	1	4	8	0	598	3	0	9	2	1	5	8
	7	87	0	2	5	6	5	2	602	6	5	2	6	4	4	0
	8	87	3	3	9	8	2	4	607	0	1	1	7	8	0	8
	9	87	6	5	3	9	9	6	611	3	8	6	6	2	6	2
28	0	87	9	6	8	1	6	8	615	7	7	7	1	8	1	5
	1	88	2	8	2	3	4	0	620	1	8	3	4	4	4	1
	2	88	5	9	6	5	1	2	624	6	0	5	4	1	5	3
	3	88	9	1	0	6	8	4	629	0	4	3	0	5	5	1
	4	89	2	2	4	8	5	6	633	4	9	6	4	8	3	5
	5	89	5	3	9	0	2	8	637	9	6	5	5	8	0	5
	6	89	8	5	3	2	0	0	642	4	5	0	3	8	6	1
	7	90	1	6	7	3	7	2	646	9	5	0	9	0	0	3
	8	90	4	8	1	5	4	4	651	4	6	7	1	[illegible]	3	1
	9	90	7	9	5	7	1	6	655	9	9	9	0	5	4	5
29	0	91	1	0	9	8	8	9	660	5	4	6	6	9	6	0
	1	9	4	2	4	0	6	1	665	1	1	0	0	4	4	6
	2	91	7	3	8	2	3	3	669	6	8	9	1	0	1	8
	3	92	0	5	2	4	0	5	674	2	8	3	8	6	7	6
	4	92	3	6	6	5	7	7	678	8	9	4	3	4	2	0
	5	92	6	8	0	7	4	9	683	5	2	0	5	2	5	0
	6	92	9	9	4	9	2	1	688	1	6	2	4	1	6	6
	7	93	3	0	9	0	9	3	692	8	2	0	0	1	6	8
	8	93	6	2	3	2	6	5	697	4	9	3	3	2	5	6
	9	93	9	3	7	4	3	7	702	1	8	2	3	4	3	0
30	0	94	2	5	1	6	0	5	706	8	8	7	0	7	0	6

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	94	5	6	5	7	8	1	711	6	0	7	5	0	5	3
	2	94	8	7	9	9	5	3	716	3	4	3	6	4	8	6
	3	95	1	9	4	1	2	5	721	0	9	5	5	0	0	5
	4	95	5	0	8	2	9	7	725	8	6	3	0	6	1	0
	5	95	8	2	2	4	6	9	730	6	4	6	3	3	0	1
	6	96	1	3	6	6	4	1	735	4	4	5	3	0	7	8
	7	96	4	5	0	8	1	3	740	2	5	9	9	9	4	1
	8	96	7	6	4	9	8	5	745	0	9	0	3	8	9	0
	9	97	0	7	9	1	5	7	749	9	3	6	4	9	2	5
31	0	97	3	9	3	3	2	9	754	7	9	8	3	0	5	4
	1	97	7	0	7	5	0	1	759	6	7	5	8	2	6	1
	2	98	0	2	1	6	7	3	764	5	6	9	0	5	5	4
	3	98	3	3	5	8	4	5	769	4	7	7	9	9	3	3
	4	98	6	5	0	0	1	7	774	4	0	2	6	3	9	8
	5	98	9	6	4	1	8	9	779	3	4	2	9	9	4	9
	6	99	2	7	8	3	6	1	784	2	9	9	0	5	8	6
	7	99	5	9	2	5	3	3	789	2	7	0	8	3	0	9
	8	99	9	0	6	7	0	5	794	2	5	8	3	1	1	8
	9	100	2	2	0	8	7	7	799	2	6	1	5	0	1	3
32	0	100	5	3	5	0	5	0	804	2	8	0	4	0	0	4
	1	100	8	4	9	2	2	2	809	3	1	5	0	0	7	2
	2	101	1	6	3	3	9	4	814	3	6	5	3	2	2	6
	3	101	4	7	7	5	6	6	819	4	3	1	3	4	6	6
	4	101	7	9	1	7	3	8	824	5	1	3	0	7	9	2
	5	102	1	0	5	9	1	0	829	6	1	0	5	2	0	4
	6	102	4	2	0	0	8	2	834	7	2	3	6	7	0	2
	7	102	7	3	4	2	5	4	839	8	5	2	5	2	8	6
	8	103	0	4	8	4	2	6	844	9	9	7	0	9	5	6
	9	103	3	6	2	5	9	8	850	1	5	7	3	7	1	2
33	0	103	6	7	6	7	7	0	855	3	3	3	3	5	5	5

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	103	9	9	0	5	4	2	860	5	2	5	0	4	8	3
	2	104	3	0	5	1	1	4	865	7	3	2	4	4	9	7
	3	104	6	1	9	2	8	6	870	9	5	5	5	5	9	7
	4	104	9	3	3	4	5	8	876	1	9	4	3	7	8	3
	5	105	2	4	7	6	3	0	881	4	4	8	9	0	5	5
	6	105	5	6	1	8	0	2	886	7	1	9	1	4	1	5
	7	105	8	7	5	9	7	4	892	0	0	5	0	8	5	7
	8	106	1	9	0	1	4	6	897	3	0	6	7	3	8	7
	9	106	5	0	4	3	1	8	902	6	2	4	1	0	0	3
34	0	106	8	1	8	4	9	0	907	9	5	7	1	7	0	7
	1	107	1	3	2	6	6	2	913	3	0	5	9	4	9	5
	2	107	4	4	6	8	3	4	918	6	7	0	4	3	6	9
	3	107	-	6	1	0	0	6	924	0	5	0	6	3	2	9
	4	108	0	7	5	1	7	8	929	4	4	6	5	3	7	5
	5	108	3	8	9	3	5	0	934	8	5	8	1	5	0	7
	6	108	7	0	3	5	2	2	940	2	8	5	4	7	2	5
	7	109	0	1	7	6	9	4	945	7	2	8	5	0	2	9
	8	109	3	3	1	8	6	6	951	1	8	7	2	4	1	9
	9	109	6	4	6	0	3	8	956	6	6	1	6	8	9	5
35	0	109	9	6	0	2	1	0	962	1	5	1	8	4	6	2
	1	110	2	7	4	3	8	2	967	6	5	7	7	1	1	0
	2	110	5	8	8	5	5	4	973	1	7	9	2	8	4	4
	3	110	9	0	2	7	2	6	978	7	1	6	5	6	6	4
	4	111	2	1	6	8	9	8	984	2	6	9	5	5	7	0
	5	111	5	3	1	0	7	0	989	8	3	8	2	5	6	2
	6	111	8	4	5	2	4	2	995	4	2	2	6	6	4	0
	7	112	1	5	9	4	1	4	1001	0	2	2	7	8	0	4
	8	112	4	7	3	5	8	6	1006	6	3	8	[illegible]	0	5	4
	9	112	-	8	7	7	5	8	1012	2	7	[illegible]		3	9	0
36	0	113	1	0	1	9	3	1	1017	9	1	7		8	1	7

Diam.		Periphereia							Area plana							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	113	4	1	6	1	0	3	1023	5	8	0	3	3	2	5
	2	113	7	3	0	2	7	5	1029	2	5	8	9	9	1	9
	3	114	0	4	4	4	4	7	1034	9	5	3	3	5	9	9
	4	114	3	5	8	6	1	9	1040	6	6	3	4	3	6	5
	5	114	6	7	2	7	9	1	1046	3	8	9	2	2	1	7
	6	114	9	8	6	9	6	3	1052	1	3	0	7	1	5	5
	7	115	3	0	1	1	3	5	1057	8	8	7	9	1	7	9
	8	115	6	1	5	3	0	7	1063	6	6	0	8	2	8	9
	9	115	9	2	9	4	7	9	1069	4	4	9	4	4	8	5
37	0	116	2	4	3	6	5	1	1075	2	5	3	7	7	7	5
	1	116	5	5	7	8	2	3	1081	0	7	3	8	1	4	3
	2	116	8	7	1	9	9	5	1086	9	0	9	5	5	9	7
	3	117	1	8	6	1	6	7	1092	7	6	1	0	1	3	7
	4	117	5	0	0	3	3	9	1098	6	2	8	1	7	6	3
	5	117	8	1	4	5	1	1	1104	5	1	1	0	4	7	5
	6	118	1	2	8	6	8	3	1110	4	0	9	6	2	7	3
	7	118	4	4	2	8	5	5	1116	3	2	3	9	1	5	7
	8	118	7	5	7	0	2	7	1122	2	5	3	9	1	2	7
	9	119	0	7	1	1	9	9	1128	1	9	9	6	1	8	3
38	0	119	3	8	5	3	7	1	1134	1	6	1	0	3	3	4
	1	119	6	9	9	5	4	3	1140	1	3	8	1	5	6	2
	2	120	0	1	3	7	1	5	1146	1	5	0	9	8	7	6
	3	120	3	2	7	8	8	7	1152	1	3	9	5	2	7	6
	4	120	6	4	2	0	5	9	1158	1	6	3	7	7	6	2
	5	120	9	5	6	2	3	1	1164	2	0	3	7	3	3	4
	6	121	2	7	0	4	0	3	1170	2	5	9	3	9	9	2
	7	121	5	8	4	5	7	5	1176	3	3	0	7	7	3	6
	8	121	8	9	8	7	4	7	1182	4	1	7	8	5	6	6
	9	122	2	1	2	9	1	9	1188	5	2	0	6	4	8	2
39	0	122	5	2	7	0	9	2	1194	6	3	9	1	4	9	4

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	122	8	4	1	2	6	4	1200	7	7	3	3	5	8	2
	2	123	1	5	5	4	3	6	1206	9	2	3	2	7	5	6
	3	123	4	6	9	0	0	8	1213	0	8	8	9	0	1	7
	4	123	7	8	3	7	8	0	1219	2	7	0	2	3	6	4
	5	124	0	9	7	9	5	2	1225	4	6	7	2	7	9	7
	6	124	4	1	2	1	2	4	1231	6	8	0	0	3	1	6
	7	124	7	2	6	2	9	6	1237	9	0	8	4	9	2	1
	8	125	0	4	0	4	6	8	1244	1	5	2	6	6	1	2
	9	125	3	5	4	6	4	0	1250	4	1	2	5	3	8	9
40	0	125	6	6	8	8	1	2	1256	6	8	8	1	2	5	6
	1	125	9	8	2	9	8	4	1262	9	7	9	4	2	0	5
	2	126	2	9	7	1	5	6	1269	2	8	6	4	2	4	0
	3	126	6	1	1	3	2	8	1275	6	0	9	1	3	6	1
	4	126	9	2	5	5	0	0	1281	9	4	7	5	5	6	8
	5	127	2	3	9	6	7	2	1288	3	0	1	6	8	6	1
	6	127	5	5	3	8	4	4	1294	6	7	1	5	2	4	0
	7	127	8	6	8	0	1	6	1301	0	5	7	0	7	0	5
	8	128	1	8	2	1	8	8	1307	4	5	8	3	2	5	6
	9	128	4	9	6	3	6	0	1313	8	7	5	2	8	9	3
41	0	128	8	1	0	5	3	2	1320	3	0	7	9	6	2	0
	1	129	1	2	4	7	0	4	1326	7	5	6	3	4	2	9
	2	129	4	3	8	8	7	6	1333	2	2	0	4	3	2	4
	3	129	7	5	3	0	4	8	1339	7	0	0	2	3	0	5
	4	130	0	6	7	2	2	0	1346	1	9	5	7	3	7	2
	5	130	3	8	1	3	9	2	1352	7	0	6	9	5	2	5
	6	130	6	9	5	5	6	4	1359	2	3	3	8	7	6	4
	7	131	0	0	9	7	3	6	1365	7	7	6	5	0	8	9
	8	131	3	2	3	9	0	8	1372	3	3	4	8	5	0	0
	9	131	6	3	8	0	8	0	1378	9	0	[illegible]	[illegible]	9	9	7
42	0	131	5	5	2	2	5	3	1385	4	9	[illegible]	0	5	8	5

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	v	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	132	2	6	6	4	2	5	1392	1	c	4	1	2	5	4
	2	132	5	8	0	5	9	7	1398	7	2	5	3	0	0	9
	3	132	8	9	4	7	6	9	1405	3	6	2	1	8	5	0
	4	133	2	0	8	9	4	1	1412	0	1	4	7	7	7	7
	5	133	5	2	3	1	1	3	1418	6	8	3	0	7	9	0
	6	133	8	3	7	2	8	5	1425	3	6	7	0	8	8	9
	7	134	1	5	1	4	5	7	1432	0	6	6	8	0	7	4
	8	134	4	6	5	6	2	9	1438	7	8	2	2	3	4	5
	9	134	7	7	9	8	0	1	1445	5	1	3	3	7	0	2
43	0	135	0	9	3	9	7	3	1452	2	6	0	2	1	5	2
	1	135	4	0	8	1	4	5	1459	0	2	2	7	6	8	1
	2	135	7	2	2	3	1	7	1465	8	0	1	0	2	9	6
	3	136	0	3	6	4	8	9	1472	5	9	4	9	9	9	7
	4	136	3	5	0	6	6	1	1479	4	0	4	6	7	8	4
	5	136	6	6	4	8	3	3	1486	2	3	0	0	6	5	7
	6	136	9	7	9	0	0	5	1493	0	7	1	1	6	1	6
	7	137	2	9	3	1	7	7	1499	9	2	7	9	6	6	1
	8	137	6	0	7	3	4	9	1506	8	0	0	4	7	9	2
	9	137	9	2	1	5	2	1	1513	6	8	8	7	0	0	9
44	0	138	2	3	5	6	9	3	1520	5	9	2	6	3	2	0
	1	138	5	4	9	8	6	5	1527	5	1	2	2	7	0	9
	2	138	8	6	4	0	3	7	1534	4	4	7	6	1	8	4
	3	139	1	7	8	2	0	9	1541	3	9	8	6	7	4	5
	4	139	4	9	2	3	8	1	1548	3	6	5	4	3	9	2
	5	139	8	0	6	5	5	3	1555	3	4	7	9	1	2	5
	6	140	1	2	0	7	2	5	1562	3	4	6	0	9	4	4
	7	140	4	3	4	8	9	7	1569	3	5	9	9	8	4	9
	8	140	7	4	9	0	6	9	1576	3	8	9	5	8	4	0
	9	141	0	6	3	2	4	1	1583	4	3	4	8	9	1	7
45	0	141	3	7	7	4	1	4	1590	4	9	5	9	0	9	0

Diam. °	'	Peripheria °	'	''	'''	''''	v	vi	Area plana °	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	141	6	9	1	5	8	6	1597	5	7	2	6	3	3	9
	2	142	0	0	5	7	5	8	1604	6	6	5	0	6	7	4
	3	142	3	1	9	9	3	0	1611	7	7	3	2	0	9	5
	4	142	6	3	4	1	0	2	1618	8	9	7	0	6	0	2
	5	142	9	4	8	2	7	4	1626	0	3	6	6	1	9	5
	6	143	2	6	2	4	4	6	1633	1	9	1	8	8	7	4
	7	143	5	7	6	6	1	8	1640	3	6	2	8	6	3	9
	8	143	8	9	0	7	9	0	1647	5	4	9	5	4	9	0
	9	144	2	0	4	9	6	2	1654	7	5	1	9	4	2	7
46	0	144	5	1	9	1	3	4	1661	9	7	0	0	4	6	2
	1	144	8	3	3	3	0	6	1669	2	0	3	8	5	6	9
	2	145	1	4	7	4	7	8	1676	4	5	3	3	7	6	4
	3	145	4	6	1	6	5	0	1683	7	1	8	6	0	4	5
	4	145	7	7	5	8	2	2	1690	9	9	9	5	4	1	2
	5	146	0	8	9	9	9	4	1698	2	9	6	1	8	6	5
	6	146	4	0	4	1	6	6	1705	6	0	8	5	4	0	4
	7	146	7	1	8	3	3	8	1712	9	3	6	6	0	2	9
	8	147	0	3	2	5	1	0	1720	2	8	0	3	7	4	0
	9	147	3	4	6	6	8	2	1727	6	3	9	8	5	3	7
47	0	147	6	6	0	8	5	4	1735	0	1	5	0	4	3	5
	1	147	9	7	5	0	2	6	1742	4	0	5	9	4	0	4
	2	148	2	8	9	1	9	8	1749	8	1	2	5	4	6	0
	3	148	6	0	3	3	7	0	1757	2	3	4	8	6	0	2
	4	148	9	1	7	5	4	2	1764	6	7	2	8	8	3	0
	5	149	2	3	1	7	1	4	1772	1	2	6	6	1	4	4
	6	149	5	4	5	8	8	6	1779	5	9	6	0	5	4	4
	7	149	8	6	0	0	5	8	1787	0	8	1	2	0	3	0
	8	150	1	7	4	2	3	0	1794	5	8	2	0	6	0	2
	9	150	4	8	8	4	0	2	1802	0	9	8	6	2	6	0
48	0	150	8	[illegible]	2	5	7	5	1809	0	3	0	9	0	0	9

Diam.		*Peripheresia.*							*Area plane.*							
°	′	°	′	″	‴	⁗	v	vi	°	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	151	1	1	6	7	4	7	1817	1	7	8	8	8	3	9
	2	151	4	3	0	9	1	9	1824	7	4	2	5	7	5	5
	3	151	7	4	5	0	9	1	1832	3	2	1	9	7	5	7
	4	152	0	5	9	2	6	3	1839	9	1	7	0	8	4	5
	5	192	3	7	3	4	3	5	1847	5	2	7	9	0	1	9
	6	152	6	8	7	6	0	7	1855	1	5	4	4	2	7	9
	7	153	0	0	1	7	7	9	1862	7	9	6	6	6	2	5
	8	153	3	1	5	9	5	1	1870	4	5	4	6	0	5	7
	9	153	6	3	0	1	2	3	1878	1	2	8	2	5	7	5
49	0	153	9	4	4	2	9	5	1885	8	1	7	6	1	8	5
	1	154	2	5	8	4	6	7	1893	5	2	2	6	8	7	5
	2	154	5	7	2	6	3	9	1901	2	4	3	4	6	5	1
	3	154	8	8	6	8	1	1	1908	9	7	9	9	5	1	3
	4	155	2	0	0	9	8	3	1916	7	3	2	1	4	6	1
	5	155	5	1	5	1	5	5	1924	5	0	0	0	4	9	5
	6	155	8	2	9	3	2	7	1932	2	8	3	6	6	1	5
	7	156	1	4	3	4	9	9	1940	0	8	2	9	8	2	1
	8	156	4	5	7	6	7	1	1947	8	9	8	0	1	1	3
	9	156	7	7	1	8	4	3	1955	7	2	8	7	4	9	1
50	0	157	0	8	6	0	1	5	1963	5	7	5	1	9	6	3
	1	157	4	0	0	1	8	7	1971	4	3	7	3	5	1	3
	2	157	7	[illegible]	4	3	5	9	1979	3	1	5	2	1	4	9
	3	158	0	2	8	5	3	1	1987	2	0	8	7	8	7	1
	4	15	3	4	2	7	0	3	1995	1	1	8	0	6	7	9
	5	158	6	5	6	8	7	5	2003	0	4	3	0	5	7	3
	6	158	9	7	1	0	4	7	2010	9	8	3	7	5	5	3
	7	159	2	8	5	2	1	9	2018	9	4	0	1	6	1	9
	8	159	5	9	9	3	9	1	2026	9	1	2	2	7	7	1
	9	159	9	1	3	5	6	3	2034	9	0	0	1	0	0	9
51	0	160	2	2	7	7	3	5	2042	9	0	3	6	3	4	2

Diam.		Periphereiæ.							Areæ planæ.							
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	160	5	4	1	9	0	7	2050	9	2	2	8	7	5	-
	2	160	8	5	6	0	7	9	2058	9	5	7	8	2	4	8
	3	161	1	7	0	2	5	1	2067	0	0	8	4	8	3	-
	4	161	4	8	4	4	2	3	2075	0	7	4	8	4	9	8
	5	161	7	9	8	5	9	5	2083	1	5	6	9	2	5	2
	6	162	1	1	2	7	6	7	2091	2	1	4	7	0	9	2
	7	162	4	2	6	9	3	9	2099	3	6	8	2	0	1	8
	8	162	7	4	1	1	1	1	2107	4	9	7	4	0	3	0
	9	163	0	5	5	2	8	3	2115	6	4	2	3	1	2	8
52	0	163	3	6	9	4	5	6	2123	8	0	2	9	3	2	3
	1	163	6	8	3	6	2	8	2131	9	7	9	2	5	9	3
	2	163	9	9	7	8	0	0	2140	1	7	1	2	9	4	9
	3	164	3	1	1	9	7	2	2148	3	7	9	0	3	9	1
	4	164	6	2	6	1	4	4	2156	6	0	2	4	9	1	9
	5	164	9	4	0	3	1	6	2164	8	4	1	6	5	3	3
	6	165	2	5	4	4	8	8	2173	0	9	6	5	2	3	3
	7	165	5	6	8	6	6	0	2181	3	6	7	1	0	1	9
	8	165	8	8	2	8	3	2	2189	6	5	3	3	8	9	1
	9	166	1	9	7	0	0	4	2197	9	5	5	3	8	4	9
53	0	166	5	1	1	1	7	6	2206	2	7	3	0	9	0	6
	1	166	8	2	5	3	4	8	2214	6	0	6	5	0	3	7
	2	167	1	3	9	5	2	0	2222	9	5	5	6	2	5	4
	3	167	4	5	3	6	9	2	2231	3	2	0	4	5	5	7
	4	167	7	6	7	8	6	4	2239	7	0	0	9	9	4	6
	5	168	0	8	2	0	3	6	2248	0	9	7	2	4	2	1
	6	168	3	9	6	2	0	8	2256	5	0	9	1	9	8	2
	7	168	7	1	0	3	8	0	2264	9	3	6	8	6	2	9
	8	169	0	2	4	5	5	2	2273	3	8	0	2	3	6	2
	9	169	3	3	8	7	2	4	2281	8	3	9	3	1	8	1
54	0	169	6	5	2	8	9	6	2290	3	1	4	1	0	9	0

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0		0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	169	9	6	7	0	6	8	2298	8	0	4	6	0	8	1
	2	170	2	8	1	2	4	0	2307	3	1	0	8	1	5	8
	3	170	5	9	5	4	1	2	2315	8	1	2	7	3	2	1
	4	170	9	0	9	5	8	4	2324	3	7	0	3	5	7	0
	5	171	2	2	3	7	5	6	2332	9	2	3	6	9	0	5
	6	171	5	3	7	9	2	8	2341	4	9	2	7	3	2	6
	7	171	8	5	2	1	0	0	2350	0	7	7	4	8	3	3
	8	172	1	6	6	2	7	2	2358	6	7	7	9	4	2	6
	9	172	4	8	0	4	4	4	2367	2	9	4	1	1	0	5
55	0	172	7	9	4	6	1	7	2375	9	2	5	9	8	7	6
	1	173	1	0	8	7	8	9	2384	5	7	3	5	7	2	7
	2	173	4	2	2	9	6	1	2393	2	3	6	8	6	6	4
	3	173	7	3	7	1	3	3	2401	9	1	5	8	6	8	7
	4	174	0	5	1	3	0	5	2410	6	1	0	5	7	9	6
	5	174	3	6	5	4	7	7	2419	3	2	0	9	9	9	1
	6	174	6	7	9	6	4	9	2428	0	4	7	1	2	7	2
	7	174	9	9	3	8	2	1	2436	7	8	8	9	6	5	9
	8	175	3	0	7	9	9	3	2445	5	4	6	5	0	9	2
	9	175	6	2	2	1	6	5	2454	3	1	9	7	6	3	1
56	0	175	9	3	6	3	3	7	2463	1	0	8	7	2	6	3
	1	176	2	5	0	5	0	9	2471	9	1	3	3	9	7	4
	2	176	5	6	4	6	8	1	2480	7	3	3	7	7	7	1
	3	176	8	7	8	8	5	3	2489	5	6	6	8	6	5	4
	4	177	1	9	3	0	2	5	2498	4	2	1	6	6	2	3
	5	177	5	0	7	1	9	7	2507	2	8	9	1	6	7	8
	6	177	8	2	1	3	6	9	2516	1	7	2	3	8	1	9
	7	178	1	3	5	5	4	1	2525	0	7	1	3	0	4	6
	8	178	4	4	9	7	1	3	2533	9	8	5	9	2	5	9
	9	178	7	6	3	8	8	5	2542	9	1	6	2	7	5	8
57	0	179	0	7	8	0	5	7	2551	8	6	2	3	2	5	2

Diam.		Peripheriæ.							Area plana.							
o	'	o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	179	3	9	2	2	2	9	2560	8	2	4	0	[illegible]	2	3
	2	179	7	0	6	4	0	1	2569	8	0	1	5	4	8	0
	3	180	0	2	0	5	7	3	2578	7	9	4	7	2	2	3
	4	180	3	3	4	7	4	5	2587	8	0	3	6	0	5	2
	5	180	6	4	8	3	1	7	2596	8	2	8	1	9	6	7
	6	180	9	6	3	0	8	9	2605	8	6	8	4	9	6	8
	7	181	2	7	7	2	6	1	2614	9	2	4	5	0	5	5
	8	181	5	9	1	4	3	3	2623	9	9	6	2	2	2	8
	9	181	9	0	5	6	0	5	2633	0	8	3	6	4	8	7
58	0	182	2	1	9	7	7	8	2642	1	8	6	7	8	4	2
	1	182	5	3	3	9	5	0	2651	3	0	5	6	2	7	3
	2	182	8	4	8	1	2	2	2660	4	4	0	1	7	9	0
	3	183	1	6	2	2	9	4	2669	5	9	0	4	3	9	3
	4	183	4	7	6	4	6	6	2678	7	5	6	4	0	8	2
	5	183	7	9	0	6	3	8	2687	9	3	8	0	8	5	7
	6	184	1	0	4	8	1	0	2697	1	3	5	4	7	1	8
	7	184	4	1	8	9	8	2	2706	3	4	8	5	6	6	5
	8	184	7	3	3	1	5	4	2715	5	7	7	3	6	9	8
	9	185	0	4	7	3	2	6	2724	8	2	1	8	8	1	7
59	0	185	3	6	1	4	9	8	2734	0	8	2	1	0	3	4
	1	185	6	7	5	6	7	0	2743	3	5	8	0	3	2	6
	2	185	9	8	9	8	4	2	2752	6	4	9	6	7	0	4
	3	186	3	0	4	0	1	4	2761	9	5	7	0	1	6	8
	4	186	6	1	8	1	8	6	2771	2	8	0	0	7	1	8
	5	186	9	3	2	3	5	8	2780	6	1	8	8	3	5	4
	6	187	2	4	6	5	3	0	2789	9	7	3	3	0	7	6
	7	187	5	6	0	7	0	2	2799	3	4	3	4	8	8	4
	8	187	8	7	4	8	7	4	2808	7	2	9	3	7	7	8
	9	188	1	8	9	0	4	6	2818	1	3	0	9	7	5	8
60	0	188	5	0	3	2	1	8	2827	5	4	8	2	8	2	7

Diam. 0	'	Peripheria 0	'	''	'''	''''	v	vi	Area plana 0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	188	8	1	7	3	9	0	2836	9	8	1	2	9	7	9
	2	189	1	3	1	5	6	2	2846	4	3	0	0	2	1	7
	3	189	4	4	5	7	3	4	2855	8	9	4	4	5	4	1
	4	189	7	5	9	9	0	6	2865	3	7	4	5	9	5	1
	5	190	0	7	4	0	7	8	2874	8	7	0	4	4	4	7
	6	190	3	8	8	2	5	0	2884	3	8	2	0	0	2	9
	7	190	7	0	2	4	2	2	2893	9	0	9	2	6	9	7
	8	191	0	1	6	5	9	4	2903	4	5	2	2	4	5	1
	9	191	3	3	0	7	6	6	2913	0	1	0	9	2	9	1
61	0	191	6	4	4	9	3	9	3922	5	8	5	3	2	2	2
	1	191	9	5	9	1	1	1	2932	1	7	5	4	2	3	4
	2	192	2	7	3	2	8	[illegible]	2941	7	8	1	2	3	3	2
	3	192	5	8	7	4	5	5	2951	4	0	2	7	5	1	6
	4	192	9	0	1	6	2	7	2961	0	3	9	9	7	8	6
	5	193	2	1	5	7	9	9	2970	6	9	2	9	1	4	2
	6	193	5	2	9	9	7	1	2980	3	6	1	5	5	8	4
	7	193	8	4	4	1	4	3	2990	0	4	5	9	1	1	2
	8	194	1	5	8	3	1	5	2999	7	4	5	9	7	2	6
	9	194	4	7	2	4	8	7	3009	4	6	1	7	4	2	6
62	0	194	7	8	6	6	5	9	3019	1	9	3	2	2	1	9
	1	195	1	0	0	8	3	1	3028	9	4	0	4	0	9	1
	2	195	4	1	5	0	0	3	3038	7	0	3	3	0	4	9
	3	195	7	2	9	1	7	5	3048	4	8	1	9	0	9	3
	4	196	0	4	3	3	4	7	3058	2	7	6	2	2	2	3
	5	196	3	5	7	5	1	9	3068	0	8	6	2	4	3	9
	6	196	6	7	1	6	9	1	3077	9	1	1	9	7	4	1
	7	196	[illegible]	8	5	8	6	3	3087	7	5	3	4	1	2	9
	8	197	3	0	0	0	3	5	3097	6	1	0	5	6	0	3
	9	197	6	1	4	2	0	7	3107	4	8	[illegible]	4	1	6	3
63	0	197	9	2	8	3	7	9	3117	3	7	1	9	8	1	7

Diam.		Periphereia.							Areæ plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	iiii	v	vi	vii
	1	198	2	4	2	5	5	1	3127	2	7	6	2	5	4	9
	2	198	5	5	6	7	2	3	3137	1	9	6	2	3	6	7
	3	198	8	7	0	8	9	5	3147	1	3	1	9	2	7	1
	4	199	1	8	5	0	6	7	3157	0	8	3	3	2	6	1
	5	199	4	9	9	2	3	9	3167	0	5	0	4	3	3	7
	6	199	8	1	3	4	1	1	3177	0	3	3	2	4	9	9
	7	200	1	2	7	5	8	3	3187	0	3	1	7	7	4	7
	8	200	4	4	1	7	5	5	3197	0	4	6	0	0	8	1
	9	200	7	5	5	9	2	7	3207	0	7	5	9	5	0	1
64	0	201	0	7	0	0	9	9	3217	1	2	1	6	0	1	7
	1	201	3	8	4	2	7	1	3227	1	8	2	9	6	0	9
	2	201	6	9	8	4	4	3	3237	2	6	0	0	2	8	7
	3	202	0	1	2	6	1	5	3247	3	5	2	8	0	5	1
	4	202	3	2	6	7	8	7	3257	4	6	1	2	9	0	1
	5	202	6	4	0	9	5	9	3267	5	8	5	4	8	3	7
	6	202	9	5	5	1	3	1	3277	7	2	5	3	8	5	9
	7	203	2	6	[illegible]	3	0	3	3287	8	8	0	9	9	6	7
	8	203	5	8	3	4	7	5	3298	0	5	2	3	1	6	1
	9	203	8	9	7	6	4	7	3308	2	3	9	3	4	4	1
65	0	204	[illegible]	1	1	8	2	0	3318	4	4	2	0	8	1	8
	1	2 4	5	2	5	5	9	2	3328	6	6	0	5	2	7	0
	2	204	8	4	0	1	6	4	3338	8	9	4	6	8	0	8
	3	205	1	5	4	3	3	6	3349	1	4	4	5	4	3	2
	4	205	4	6	8	5	0	8	3359	4	1	0	1	1	4	2
	5	205	7	8	2	6	8	0	3369	6	9	1	3	9	3	8
	6	206	[illegible]	9	6	8	5	2	3379	9	8	8	3	8	2	0
	7	206	4	1	1	0	2	4	3290	3	0	1	0	7	8	8
	8	206	[illegible]	2	5	1	9	6	3400	6	2	[illegible]	[illegible]	8	4	2
	9	207	0	3	9	3	6	8	3410	9	7	[illegible]	5	9	8	2
66	0	207	3	5	3	5	4	0	3421	3	3	[illegible]	4	2	2	1

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0		0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	207	6	6	7	7	1	2	34·1	7	0	8	9	5	3	3
	2	207	9	8	1	8	8	4	3442	1	0	0	1	9	3	1
	3	208	2	9	6	0	5	6	3452	5	0	7	1	4	1	5
	4	208	6	1	0	2	2	8	3462	9	2	9	7	9	8	5
	5	208	9	2	4	4	0	0	34‑3	3	6	8	1	6	4	1
	6	209	2	3	8	5	7	2	3483	8	2	2	2	3	8	3
	7	209	5	5	2	7	4	4	3494	2	9	2	0	2	1	1
	8	2·9	8	6	6	9	1	6	3504	7	7	7	5	1	2	5
	9	210	1	8	1	0	8	8	3515	2	7	8	7	1	2	5
67	0	210	4	9	5	2	6	0	3525	7	9	5	6	2	2	5
	1	210	8	0	9	4	3	2	3536	3	2	8	2	3	9	7
	2	21·	1	2	[illegible]	6	0	4	3546	8	7	6	5	6	5	5
	3	2·1	4	3	[illegible]	7	7	6	3557	4	4	0	5	9	9	9
	4	21·	7	5	1	9	4	8	3568	0	2	0	3	4	2	9
	5	212	0	6	6	1	2	0	3578	6	1	5	7	9	4	5
	6	212	3	8	0	2	9	2	3589	2	2	6	9	5	4	7
	7	21·	6	9	4	4	6	4	3599	8	5	3	8	2	3	5
.	8	213	0	0	8	6	3	6	3610	4	9	6	4	0	0	9
	9	213	3	2	2	8	0	8	3621	1	5	4	6	8	6	9
68	0	213	6	3	6	9	8	1	3631	8	2	8	6	8	5	1
	1	213	9	5	1	1	5	3	3642	5	1	8	3	8	6	4
	2	214	2	6	5	3	2	5	3653	2	2	3	7	9	8	3
	3	214	5	7	9	4	9	7	3663	9	4	4	9	1	8	8
	4	214	8	9	3	6	6	9	3674	6	8	1	7	4	7	9
	5	215	2	0	7	8	4	1	3685	4	3	4	2	8	5	6
	6	215	5	2	2	0	1	3	3696	2	0	2	5	3	1	9
	7	215	8	3	6	1	8	5	3706	9	8	6	4	8	6	8
	8	216	1	5	0	3	5	7	3717	7	8	6	1	5	0	3
	9	2·6	4	6	4	5	2	9	3728	6	0	1	5	2	2	4
69	0	216	7	7	8	7	0	1	3‑39	4	3	2	6	0	3	9

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	217	0	9	2	8	7	3	3750	2	[illegible]	9	1	9	3	2
	2	217	4	0	7	0	4	5	3761	1	4	1	8	9	1	1
	3	217	7	2	1	2	1	7	3772	0	2	0	0	9	7	6
	4	218	0	3	5	3	8	9	3782	9	1	4	0	1	2	7
	5	218	3	4	9	5	6	1	3793	8	2	3	6	3	6	4
	6	218	6	6	3	7	3	3	3804	7	4	8	9	6	8	7
	7	218	9	7	7	9	0	5	3815	6	9	0	0	0	9	6
	8	219	2	9	2	0	7	7	3826	6	4	6	7	5	9	1
	9	219	6	0	6	2	4	9	3837	6	1	9	2	1	7	2
70	0	219	9	2	0	4	2	1	3848	6	0	7	3	8	4	8
	1	220	2	3	4	5	9	3	3859	6	1	1	2	6	0	1
	2	220	5	4	8	7	6	5	3870	6	3	0	8	4	4	0
	3	220	8	6	2	9	3	7	3881	6	6	6	1	3	6	5
	4	221	1	7	7	1	0	9	3892	7	1	7	1	3	7	6
	5	221	4	9	1	2	8	1	3903	7	8	3	8	4	7	3
	6	221	8	0	5	4	5	3	3914	8	6	6	2	6	5	6
	7	222	1	1	9	6	2	5	3925	9	6	4	3	9	2	5
	8	222	4	3	3	7	9	7	3937	0	7	8	2	2	8	0
	9	222	7	4	7	9	6	9	3948	2	0	7	7	7	2	1
71	0	223	0	6	2	1	4	2	3959	3	5	3	0	2	5	9
	1	223	3	7	6	3	1	4	3970	5	1	3	9	8	7	2
	2	223	6	9	0	4	8	6	3981	6	9	0	6	5	7	1
	3	224	0	0	4	6	5	8	3992	8	8	3	0	3	5	6
	4	224	3	1	8	8	3	0	4004	0	9	1	1	2	2	7
	5	224	6	3	3	0	0	2	4015	3	1	4	9	1	8	4
	6	224	9	4	7	1	7	4	4026	5	5	4	4	2	2	7
	7	225	2	6	1	3	4	6	4037	8	0	9	6	3	5	6
	8	225	5	7	5	5	1	8	4049	0	8	0	5	5	7	1
	9	225	8	8	9	6	9	0	4060	3	6	7	1	8	7	2
72	0	226	2	0	3	8	6	2	4071	6	6	9	5	2	7	1

Diam.		*Periphereia.*							*Area plane.*							
o	'	o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	226	5	1	8	0	3	4	4082	9	8	7	5	7	4	4
	2	226	8	3	2	2	0	6	4094	3	2	1	3	3	0	3
	3	227	1	4	6	3	7	8	4105	6	7	0	7	9	4	8
	4	227	4	6	0	5	5	0	4117	0	3	5	9	6	7	9
	5	227	7	7	4	7	2	2	4128	4	1	6	8	4	9	6
	6	228	0	8	8	8	9	4	4139	8	1	3	4	3	9	9
	7	228	4	0	3	0	6	6	4151	2	2	5	7	3	8	8
	8	228	7	1	7	2	3	8	4162	6	5	3	7	4	6	3
	9	229	0	3	1	4	1	0	4174	0	9	7	4	6	2	5
73	0	229	3	4	5	5	8	2	4185	5	5	6	8	8	8	5
	1	229	6	5	9	7	5	4	4197	0	3	2	0	2	1	9
	2	229	9	7	3	9	2	6	4208	5	2	2	8	6	3	9
	3	230	2	8	8	0	9	8	4220	0	2	9	4	1	4	5
	4	230	6	0	2	2	7	0	4231	5	5	1	6	7	3	7
	5	230	9	1	6	4	4	2	4243	0	8	9	6	4	1	5
	6	231	2	3	0	6	1	4	4254	6	4	3	3	1	7	9
	7	231	5	4	4	7	8	6	4266	2	1	2	7	6	2	9
	8	231	8	5	8	9	5	8	4277	7	9	7	7	9	6	5
	9	232	1	7	3	1	3	0	4289	3	9	8	5	9	8	7
74	0	232	4	8	7	3	0	3	4301	0	1	5	1	1	0	1
	1	232	8	0	1	4	7	5	4312	6	4	7	3	2	9	5
	2	233	1	1	5	6	4	7	4324	2	9	5	2	5	7	5
	3	233	4	2	9	8	1	9	4335	9	5	8	8	9	4	1
	4	233	7	4	3	9	9	1	4347	6	3	8	2	3	9	3
	5	234	0	5	8	1	6	3	4359	3	3	3	2	9	3	1
	6	234	3	7	2	3	3	5	4371	0	4	4	0	5	5	5
	7	234	6	8	6	5	0	7	4382	7	7	0	5	2	6	5
	8	235	0	0	0	6	7	9	4394	5	1	2	7	0	6	1
	9	235	3	1	4	8	5	1	4406	2	7	0	5	9	4	3
75	0	235	6	2	9	0	2	3	4418	0	4	4	1	9	1	8

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	235	9	4	3	1	9	5	4429	8	3	3	4	9	7	2
	2	236	2	5	7	3	6	7	4441	6	3	8	5	1	1	2
	3	236	5	7	[illegible]	5	3	9	4453	4	5	9	2	3	3	8
	4	236	8	8	5	7	1	1	4465	2	9	5	6	6	5	0
	5	237	1	9	9	8	8	3	4477	1	4	7	8	0	4	8
	6	237	5	1	4	0	5	5	4489	0	1	5	6	5	3	2
	7	237	8	2	8	2	2	7	4500	8	9	9	2	1	0	2
	8	238	1	4	2	3	9	9	4512	7	9	8	4	7	5	8
	9	238	4	5	6	5	7	1	4524	7	1	3	4	5	0	0
76	0	238	7	7	0	7	4	3	4536	6	4	4	1	3	3	6
	1	239	0	8	4	9	1	5	4548	5	9	0	5	2	5	0
	2	239	3	9	9	0	8	7	4560	5	5	2	6	2	5	0
	3	239	7	1	3	2	5	9	4572	5	3	0	4	3	3	6
	4	240	0	2	7	4	3	1	4584	5	2	3	9	5	0	8
	5	240	3	4	1	6	0	3	4596	5	3	3	1	7	6	6
	6	240	6	5	5	7	7	5	4608	5	5	8	1	1	1	0
	7	240	9	6	9	9	4	7	4620	5	9	8	7	5	4	0
	8	241	2	8	4	1	1	9	4632	6	5	5	1	0	5	6
	9	241	5	9	8	2	9	1	4644	7	2	7	1	6	5	8
77	0	241	9	1	2	4	6	3	4656	8	1	4	9	3	5	7
	1	242	2	2	6	6	3	5	4668	9	1	8	4	1	3	2
	2	242	5	4	0	8	0	7	4681	0	3	7	5	9	9	3
	3	242	8	5	4	9	7	9	4693	1	7	2	4	9	4	0
	4	243	1	6	9	1	5	1	4705	3	2	3	0	9	7	3
	5	243	4	8	3	3	2	3	4717	4	8	9	4	0	9	2
	6	243	7	9	7	4	9	5	4729	6	7	1	4	2	9	7
	7	244	1	1	1	6	6	7	4741	8	6	9	1	5	8	8
	8	244	4	2	5	8	3	9	4754	0	8	2	5	9	6	5
	9	244	7	4	0	0	1	1	4766	3	1	1	7	4	2	8
78	0	245	0	5	4	1	8	4	4778	5	5	6	5	9	7	8

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	245	3	6	8	3	5	6	4790	8	1	7	1	6	1	3
	2	245	6	8	2	5	2	8	4803	0	9	3	4	3	3	4
	3	245	9	9	6	7	0	0	4815	3	8	5	4	1	4	1
	4	246	3	1	0	8	7	2	4827	6	9	3	1	0	1	4
	5	246	6	2	5	0	4	4	4840	0	1	6	5	0	1	3
	6	246	9	3	9	2	1	6	4852	3	5	5	6	0	7	8
	7	247	2	5	3	3	8	8	4864	7	1	0	4	2	2	9
	8	247	5	6	7	5	6	0	4877	0	8	0	9	4	6	6
	9	247	8	8	1	7	3	2	4889	4	6	7	1	7	8	9
79	0	248	1	9	5	9	0	4	4901	8	6	9	1	2	0	1
	1	248	5	1	0	0	7	6	4914	2	8	6	7	6	9	6
	2	248	8	2	4	2	4	8	4926	7	2	0	1	2	7	7
	3	249	1	3	8	4	2	0	4939	1	6	9	1	9	4	4
	4	249	4	5	2	5	9	2	4951	6	3	3	9	6	9	7
	5	249	7	6	6	7	6	4	4964	1	1	4	4	5	3	6
	6	250	0	8	0	9	3	6	4976	6	1	0	9	4	6	1
	7	250	3	9	5	1	0	8	4989	1	2	2	5	4	7	2
	8	250	7	0	9	2	8	0	5001	6	5	0	1	5	6	9
	9	251	0	2	3	4	5	2	5014	1	9	3	4	7	5	2
80	0	251	3	3	7	6	2	4	5026	7	5	2	5	0	2	6
	1	251	6	5	1	7	9	6	5039	3	2	7	2	3	8	1
	2	251	9	6	5	9	6	8	5051	9	1	7	6	8	2	2
	3	252	2	8	0	1	4	0	5064	5	2	3	8	3	4	9
	4	252	5	9	4	3	1	2	5077	1	4	5	6	9	6	2
	5	252	9	0	8	4	8	4	5089	7	8	3	2	6	6	1
	6	253	2	2	2	6	5	6	5102	4	3	6	5	4	4	6
	7	253	5	3	6	8	2	8	5115	1	0	5	5	3	1	7
	8	253	8	5	1	0	0	0	5127	7	9	0	2	2	7	4
	9	254	1	6	5	1	7	2	5140	4	9	0	6	3	1	7
81	0	254	4	7	9	3	4	5	5153	2	0	6	7	4	5	3

Diam.		*Peripheriæ.*							*Areæ planæ.*							
o		o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	255	7	9	3	5	1	7	5165	9	3	8	5	6	6	8
	2	255	1	0	7	6	8	9	5178	6	8	6	0	9	6	9
	3	255	4	2	1	8	6	1	5191	4	4	9	3	3	5	6
	4	255	7	3	6	0	3	3	5204	2	2	8	2	8	2	9
	5	256	0	5	0	2	0	5	5217	0	2	2	9	3	8	8
	6	256	3	6	4	3	7	7	5229	8	3	3	3	0	3	3
	7	256	6	7	8	5	4	9	5242	6	5	9	3	7	6	4
	8	256	9	9	2	7	2	1	5255	5	0	1	1	5	8	1
	9	257	2	0	6	8	9	3	5268	3	5	8	6	4	8	4
82	.0	257	6	2	1	0	6	5	5281	2	3	1	8	4	8	1
	1	257	9	3	5	2	3	7	5294	1	2	0	7	5	5	6
	2	258	2	4	9	4	0	9	5307	9	2	5	3	7	1	7
	3	258	5	6	3	5	8	1	5319	9	4	5	6	9	6	4
	4	258	8	7	7	7	5	3	5332	8	8	1	7	2	9	7
	5	259	1	9	1	9	2	5	5345	8	3	3	4	7	1	6
	6	259	5	0	6	0	9	7	5358	8	0	0	9	2	2	1
	7	259	8	2	0	2	6	9	5371	7	8	4	0	8	1	2
	8	260	1	3	4	4	4	1	5384	7	8	2	9	4	8	9
	9	260	4	4	8	6	1	3	5397	7	9	7	5	2	5	2
83	0	260	7	6	[illegible]	7	8	5	5410	8	2	7	8	1	1	1
	1	261	0	7	6	9	5	7	5423	8	7	3	8	0	4	6
	2	261	3	9	1	1	2	9	5436	9	3	5	5	0	6	7
	3	261	7	0	5	3	0	1	5450	0	1	2	9	1	7	4
	4	262	0	1	9	4	7	3	5463	1	0	6	0	3	6	7
	5	262	3	3	3	6	4	5	5476	2	1	4	8	6	4	6
	6	262	6	4	7	8	1	[illegible]	5489	3	3	9	4	0	1	1
	7	262	9	6	1	9	8	9	5502	4	7	9	6	4	6	2
	8	263	2	7	6	1	6	1	5515	6	3	5	5	9	9	9
	9	263	5	9	0	3	3	3	5528	8	0	7	2	6	2	2
84	0	263	9	0	4	5	0	6	5541	9	9	4	6	3	4	2

Diam.		Peripheresa.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	264	2	1	8	6	7	8	5555	1	9	7	[illegible]	1	3	8
	2	264	5	3	2	8	5	0	5568	4	1	6	5	0	2	0
	3	26[illegible]	8	4	7	0	2	2	5581	6	5	0	9	9	8	8
	4	261	1	6	1	1	9	4	5594	9	0	1	2	0	4	2
	5	265	4	7	5	3	6	6	5608	1	6	7	1	1	8	0
	6	265	7	8	9	5	3	8	5621	4	4	8	7	4	0	6
	7	266	1	0	3	7	1	0	5634	7	4	6	0	7	1	8
	8	266	4	1	7	8	8	2	5648	0	5	9	1	1	1	6
	9	266	7	3	2	0	5	4	5661	3	8	7	8	6	0	0
85	0	267	0	4	6	2	2	6	5674	7	3	2	3	1	7	5
	1	267	3	6	0	3	9	8	5688	0	9	2	4	8	3	1
	2	267	6	7	4	5	7	0	570	4	6	8	3	5	7	3
	3	267	9	8	8	7	4	2	5714	8	5	9	9	4	0	1
	4	268	3	0	2	9	1	4	5728	2	6	7	2	3	1	5
	5	268	6	1	7	0	8	6	5741	6	9	0	2	3	1	5
	6	268	9	3	1	2	5	8	5755	1	2	8	9	4	0	1
	7	269	2	4	5	4	3	0	5768	5	8	3	3	5	7	3
	8	269	5	5	9	6	0	2	5782	0	5	3	4	8	3	1
	9	269	8	7	3	7	7	4	5795	5	3	9	3	1	7	5
86	0	270	1	8	7	9	4	6	5809	0	4	0	8	6	0	9
	1	270	5	0	2	1	1	8	5822	5	5	8	1	1	2	5
	2	270	8	1	6	2	9	0	5836	0	9	1	0	7	3	7
	3	271	1	3	0	4	6	2	5849	6	3	9	7	4	1	5
	4	271	4	4	4	6	3	4	5863	2	0	4	1	1	8	9
	5	271	7	5	8	8	0	6	5876	7	8	4	2	0	4	9
	6	272	0	7	2	9	7	8	5890	3	7	9	9	9	9	5
	7	272	3	8	7	1	5	0	5903	9	9	1	5	0	2	7
	8	272	7	0	1	3	2	2	5917	6	1	8	7	1	4	5
	9	273	0	1	5	4	9	4	5931	2	6	1	6	3	4	9
87	0	273	3	2	9	6	6	7	5944	9	2	0	2	6	4	5

Diam.		Peripheria.							Area plana.							
°	'	°	'	''	'''	''''	v	vi	°	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	273	6	4	3	8	5	9	5958	5	9	4	6	0	2	1
	2	273	9	5	8	0	1	1	5972	2	8	4	6	4	8	3
	3	274	2	7	2	1	8	3	5985	9	9	0	4	0	3	1
	4	274	5	8	6	3	5	5	5999	7	1	1	8	6	6	5
	5	274	9	0	0	5	2	7	6013	4	4	9	0	3	8	5
	6	275	2	1	4	6	9	9	6027	2	0	1	9	1	9	1
	7	275	5	2	8	8	7	1	6040	9	7	0	5	0	8	3
	8	275	8	[illegible]	3	0	4	3	6054	7	5	4	8	0	6	1
	9	276	1	5	7	2	1	5	6068	5	5	4	8	1	2	5
88	0	276	4	7	1	3	8	7	6082	3	7	0	5	2	8	2
	1	276	7	8	5	5	5	9	6096	2	0	1	5	5	1	8
	2	277	0	9	9	7	3	1	6110	0	4	9	0	8	4	0
	3	277	4	1	3	9	0	2	6123	9	1	1	9	2	4	8
	4	277	7	2	8	0	7	5	6137	7	9	0	4	7	4	2
	5	278	0	4	2	2	4	7	6151	6	8	4	7	3	2	2
	6	278	3	5	6	4	1	9	6165	5	9	4	0	9	8	8
	7	278	6	7	0	5	9	1	6179	[illegible]	2	0	[illegible]	7	4	0
	8	278	9	8	4	7	6	3	6193	[illegible]	6	1	[illegible]	5	7	8
	9	279	2	9	8	9	3	5	6207	[illegible]	1	8	8	5	0	2
89	0	279	6	1	3	1	0	7	6221	3	9	1	0	5	2	1
	1	279	9	2	7	[illegible]	7	9	6235	[illegible]	8	0	1	6	1	7
	2	280	2	4	1	4	5	1	6249	[illegible]	8	[illegible]	3	7	9	9
	3	280	5	5	5	6	2	3	6263	4	0	[illegible]	3	0	6	7
	4	280	8	6	9	7	9	5	6277	[illegible]	3	9	9	4	2	1
	5	281	1	8	3	9	6	[illegible]	6291	[illegible]	9	1	2	8	6	1
	6	281	4	9	8	1	3	9	6305	[illegible]	5	8	[illegible]	3	8	7
	7	281	8	1	2	3	1	1	6319	0	4	1	0	9	9	9
	8	282	1	2	6	4	8	3	6333	[illegible]	3	5	5	6	9	7
	9	282	4	4	0	6	5	5	6347	8	5	3	7	4	8	1
90	0	282	7	5	4	8	2	8	6361	[illegible]	8	3	6	3	6	2

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
		o	'	''	'''	''''	v	vi	o	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	283	0	6	9	0	0	0	6376	1	2	9	2	3	1	9
	2	283	3	8	3	1	7	2	6390	2	9	0	5	3	6	2
	3	283	6	9	7	3	4	4	6404	4	6	7	5	4	9	1
	4	284	0	1	1	5	1	6	6418	6	6	0	2	7	0	6
	5	284	3	2	5	6	8	8	6432	8	6	8	7	0	0	7
	6	284	6	3	0	8	6	0	6447	0	9	2	8	3	9	4
	7	284	9	5	4	0	3	2	6461	3	3	2	6	8	6	7
	8	285	2	6	8	2	0	4	6475	5	8	8	2	4	2	6
	9	285	5	8	2	3	7	6	6489	8	5	9	5	0	7	1
91	0	285	8	9	6	5	4	8	6504	1	4	6	4	8	0	4
	1	286	2	1	0	7	2	0	6518	4	4	9	1	6	2	1
	2	286	5	2	4	8	9	2	6532	7	6	7	5	5	2	4
	3	286	8	3	9	0	6		6547	1	0	1	6	5	1	3
	4	287	1	5	3	2	3	6	6561	4	5	1	4	5	8	8
	5	287	4	6	7	4	0	8	6575	8	1	6	9	7	4	9
	6	287	7	8	1	5	8	0	6590	1	9	8	1	9	9	6
	7	288	0	9	5	7	5	2	6604	5	9	5	1	3	2	9
	8	288	4	0	9	9	2	4	6629	0	0	7	7	7	4	8
	9	288	7	2	4	0	9	6	6633	4	3	6	1	2	5	3
92	0	289	0	3	8	2	6	8	6647	8	8	0	1	8	4	8
	1	289	3	5	2	4	4	0	6662	3	3	9	9	5	2	5
	2	29	6	6	6	6	1	2	6676	8	1	5	4	2	8	8
	3	289	9	8	0	7	8	4	6691	3	0	6	6	1	3	7
	4	290	2	9	4	9	5	6	6705	8	1	3	5	0	7	2
	5	290	6	0	9	1	2	8	6720	3	3	6	1	0	9	3
	6	290	9	2	3	3	0	0	6734	8	7	4	4	2	0	0
	7	291	2	3	7	4	7	2	6749	4	2	8	[illegible]	3	9	3
	8	291	5	5	1	6	4	4	6763	9	9	[illegible]	1	6	7	2
	9	291	8	6	5	8	1	6	6778	5	8	3	6	0	3	7
93	0	292	1	7	9	9	8	8	6793	1	8	4	7	4	9	3

EE

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.	'	Periphereia. 0	'	''	'''	''''	v	vi	Areæ planæ. 0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
0																
	1	292	4	9	4	1	6	0	6807	8	c	1	6	0	3	0
	2	292	8	0	2	3	3	2	6822	4	3	4	1	6	5	3
	3	293	1	2	2	5	0	4	6837	0	6	2	4	3	6	2
	4	293	4	3	6	6	7	6	6851	7	4	6	4	1	5	7
	5	293	7	5	0	8	4	8	6866	4	2	6	1	0	3	8
	6	294	0	6	5	0	2	0	688	1	2	1	5	0	0	5
	7	294	3	7	9	1	9	2	6895	8	3	2	6	0	5	8
	8	294	6	9	3	3	6	4	6910	5	1	9	4	1	9	7
	9	295	0	0	7	5	3	6	. 6925	3	0	1	9	4	2	2
94	0	295	3	2	1	7	0	9	6940	0	6	0	1	7	4	0
	1	295	6	3	5	8	8	1	6954	8	3	4	1	1	3	7
	2	295	9	5	0	0	5	3	6969	6	2	3	7	6	2	0
	3	296	2	6	4	2	2	5	6984	4	2	9	1	1	8	9
	4	296	5	7	8	3	9	7	6999	2	5	0	1	8	4	4
	5	296	8	9	2	5	6	9	7014	0	8	6	9	5	8	5
	6	297	2	0	6	7	4	1	7028	9	3	9	4	4	1	2
	7	297	5	2	0	9	1	3	7043	8	0	7	6	3	2	5
	8	297	8	3	5	0	8	5	7058	6	9	1	5	3	2	4
	9	298	1	4	9	2	5	7	7073	5	9	1	1	4	0	9
95	0	298	4	6	3	4	2	9	7088	5	0	6	4	5	8	8
	1	298	7	7	7	6	0	1	7103	4	3	7	4	8	4	5
	2	299	0	9	1	7	7	3	7118	3	8	4	2	1	8	8
	3	299	4	0	5	9	4	5	7133	3	4	6	6	6	1	7
	4	299	7	2	0	1	1	7	7148	3	2	4	8	1	3	2
	5	300	0	3	4	2	8	9	7163	3	1	8	6	7	3	3
	6	300	3	4	8	4	6	1	7178	3	2	8	2	4	2	0
	7	300	6	6	2	6	3	3	7193	3	5	3	5	1	9	3
	8	300	9	7	6	8	0	5	7208	3	9	4	5	0	5	2
	9	301	2	9	0	9	7	7	7223	4	5	1	1	9	9	7
96.	0	301	6	0	5	1	4	9	7238	5	2	3	6	0	3	8

Diam.		*Periphereia.*							*Area plana.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	301	9	1	9	3	2	1	7253	6	1	1	7	1	5	6
	2	302	2	3	3	4	9	3	7268	7	1	5	5	3	6	0
	3	302	5	4	7	6	6	5	7283	8	3	5	0	6	5	0
	4	302	8	6	1	8	3	7	7298	9	7	0	3	0	2	6
	5	303	1	7	6	0	0	9	7314	1	2	1	2	4	8	8
	6	303	4	9	0	1	8	1	7329	2	8	7	9	0	3	6
	7	303	8	0	4	3	5	3	7344	4	7	0	2	6	7	0
	8	304	1	1	8	5	2	5	7359	6	6	8	3	3	9	0
	9	304	4	3	2	6	9	7	7374	8	8	2	1	1	9	6
97	0	304	7	4	6	8	7	0	7390	1	1	1	6	0	9	0
	1	305	0	6	1	0	4	2	7405	3	5	6	8	0	6	8
	2	305	3	7	5	2	1	4	7420	6	1	7	7	1	3	2
	3	305	6	8	9	3	8	6	7435	8	9	4	3	2	8	2
	4	306	0	0	3	5	5	8	7451	1	8	6	6	5	1	8
	5	306	3	1	7	7	3	0	7466	4	9	4	6	8	4	0
	6	306	6	3	1	9	0	2	7481	8	1	8	4	2	4	8
	7	306	9	4	6	0	7	4	7497	1	5	7	8	7	4	2
	8	307	2	6	0	2	4	6	7512	5	1	3	0	3	2	2
	9	307	5	7	4	4	1	8	7527	8	8	3	8	9	8	8
98	0	307	8	8	8	5	9	0	7543	2	7	0	4	7	4	3
	1	308	2	0	2	7	6	2	7558	6	7	2	7	5	8	1
	2	308	5	1	6	9	3	4	7574	0	9	0	7	5	0	5
	3	308	8	3	1	1	0	6	7589	5	2	4	4	5	1	5
	4	309	1	4	5	2	7	8	7604	9	7	3	8	6	1	1
	5	309	4	5	9	4	5	0	7620	4	3	8	9	7	9	3
	6	309	7	7	3	6	2	2	7635	9	1	9	8	0	6	1
	7	310	0	8	7	7	9	4	7651	4	1	6	3	4	1	5
	8	310	4	0	1	9	6	6	7666	9	2	8	5	8	5	5
	9	310	7	1	6	1	3	8	7682	4	5	6	5	3	8	1
99	0	311	0	3	0	3	1	0	7698	0	0	0	1	9	9	8

Diam.		*Periphereiæ*							*Areæ planæ.*							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	311	3	4	4	4	8	2	7713	5	5	9	5	0	9	6
	2	311	6	5	8	6	5	4	7729	1	3	4	6	4	8	0
	3	311	9	7	2	8	2	6	7744	7	2	5	4	3	5	0
	4	312	2	8	6	9	9	8	7760	3	3	1	9	3	0	6
	5	312	6	0	1	1	7	0	7775	9	5	4	1	3	4	6
	6	312	9	1	5	3	4	2	7791	5	6	2	0	4	7	6
	7	313	2	2	9	5	1	4	7807	2	4	5	6	6	9	0
	8	313	5	4	3	6	8	6	7822	5	[illegible]	4	9	9	9	0
	9	313	8	5	7	8	5	8	7838	6	0	0	0	3	7	6
100	0	314	1	7	2	0	3	1	7854	5	0	0	7	8	5	4
	1	314	4	8	6	2	0	3	7870	0	1	7	2	4	1	2
	2	314	[illegible]	0	0	3	7	5	7885	7	4	9	4	0	[illegible]	6
	3	315	1	1	4	5	4	7	7901	4	9	7	2	7	8	6
	4	315	4	2	[illegible]	7	1	9	7917	2	6	0	8	6	0	2
	5	3 5	7	4		8	9	1	7933	0	4	0	1	5	0	4
	6	316	0	5	7	0	6	3	7948	8	3	5	1	4	9	2
	7	316	3	7	1	2	3	5	79[illegible]4	6	[illegible]	5	8	5	6	6
	8	3 6	6	8	5	4	0	7	7980	4	7	2	2	7	2	6
	9	316	9	9	9	5	7	9	7996	3	1	4	3	9	7	2
101	0	317	3	1	3	7	5	1	8012	1	7	2	2	3	1	2
	1	317	6	2	7	9	2	3	8028	0	4	5	7	7	3	0
	2	317	9	4	2	0	9	5	8043	9	3	5	0	2	3	4
	3	318	2	5	6	2	6	7	8059	8	3	9	9	8	2	4
	4	318	5	7	0	4	3	9	8075	7	6	0	6	5	0	0
	5	318	8	8	4	6	1	1	8091	6	9	7	0	2	6	2
	6	319	1	9	8	7	8	3	8107	6	4	9	1	1	1	0
	7	319	5	1	2	9	5	5	8123	6	1	6	9	0	4	4
	8	319	8	2	7	1	2	7	8139	6	0	0	4	0	6	4
	9	320	1	4	1	2	9	9	8155	5	9	9	6	1	7	0
102	0	320	4	5	5	4	7	1	8171	6	1	4	5	3	7	1

Diam.		Periphereia.							Area plana.							
0	'	0	'	''	'''	''''	v	vi	0	'	''	'''	''''	v	vi	vii
	1	320	7	6	9	6	4	3	8187	6	4	5	1	6	5	0
	2	321	0	8	3	8	1	5	8203	6	9	1	5	0	1	5
	3	321	3	9	7	9	8	7	8219	7	5	3	5	4	6	6
	4	321	7		2	1	5	9	8235	8	3	1	3	0	0	3
	5	322	0	2	6	3	3	1	8251	9	2	4	7	6	2	6
	6	322	3	4	0	5	0	3	8268	0	3	3	9	3	3	5
	7	322	6	5	4	6	7	5	8284	1	5	8	8	1	3	0
	8	322	9	6	8	3	4	[illegible]	8300	2	9	9	4	0	1	1
	9	323	2	2		0	1	9	8316	4	5	5	6	9	7	8
103	0	323	5	9	7	1	9	2	8332	6	2	7	7	0	3	[illegible]
	1	323	9	1	1	3	6	4	8348	8	1	5	4	1	7	1
	2	324	2	2	5	5	3	6	8365	0	1	8	8	3	9	6
	3	324	5	3	9	7	0	8	8381	2	3	7	9	7	0	[illegible]
	4	324	8	5	3	8	8	0	8397	4	7	2	8	1	0	4
	5	325	1	6	8	0	5	2	8413	7	2	3	3	5	8	7
	6	325	4	8	2	2	2	4	8429	9	8	9	6	1	5	6
	7	325	7	9	6	3	9	6	8446	2	7	1	5	8	1	1
	8	326	1	1	0	5	6	8	8462	5	6	9	2	5	5	2
	9	326	4	2	4	7	4	0	8478	8	8	2	6	3	7	9
104	0	326	7	3	8	9	1	2	8495	2	1	1	7	2	9	5
	1	327	0	5	3	0	8	4	8511	5	5	6	5	2	9	4
	2	327	3	6	7	2	5	6	8527	9	1	7	0	3	7	9
	3	327	6	8	1	4	2	8	8544	2	9	3	2	5	5	0
	4	327	9	9	5	6	0	0	8560	6	8	5	1	8	0	7
	5	328	3	0	9	7	7	2	8577	0	9	2	8	1	5	0
	6	328	6	2	3	9	4	4	8593	5	1	6	1	5	7	9
	7	328	9	3	8	1	1	6	8609	9	5	5	2	0	9	4
	8	329	2	5	2	2	8	8	8626	4	0	9	9	6	9	5
	9	329	5	6	6	4	6	0	8642	8	8	0	4	3	8	2
105	0	329	8	8	0	6	3	2	8659	3	6	6	6	1	5	9

Canon cyclicus Diametrorum, Periphereiarum, & Planitierum.

Diam.	′	*Peripheria.* 0	′	″	‴	⁗	v	vi	*Area plana.* 0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
0	′	0	′	″	‴	⁗	v	vi	0	′	″	‴	⁗	v	vi	vii
	1	330	1	9	4	8	0	4	8675	8	6	[illegible]	5	0	1	8
	2	330	5	0	8	9	7	6	8692	3	8	6	0	9	6	3
	3	330	8	2	3	1	4	8	8708	9	1	9	3	9	9	4
	4	331	1	3	7	3	2	0	8725	4	6	8	4	1	1	1
	5	331	4	5	1	4	9	2	8742	0	3	3	1	3	1	4
	6	331	7	6	5	6	6	4	8758	6	1	3	5	6	0	3
	7	332	0	7	9	8	3	6	8775	2	0	9	6	9	7	8
	8	332	3	9	4	0	[illegible]	8	8791	8	2	1	5	4	3	5
	9	332	7	0	8	1	8	0	8808	4	4	9	0	9	8	[illegible]
106	0	333	0	2	2	3	5	2	8815	0	9	2	3	6	2	5
	1	333	3	3	6	5	2	4	8841	7	5	5	3	3	4	4
	2	333	6	5	0	6	9	6	8858	4	2	6	0	1	4	9
	3	333	9	6	4	8	6	8	8875	1	1	6	4	0	4	0
	4	334	2	7	9	0	4	0	8891	8	2	2	5	0	1	7
	5	334	5	9	3	2	1	2	8908	5	4	4	3	0	8	0
	6	334	9	0	7	3	8	4	8925	2	8	1	8	2	2	9
	7	335	2	2	1	5	5	6	8942	0	3	5	0	4	6	4
	8	335	5	3	5	7	2	8	8958	8	0	3	9	7	8	5
	9	335	8	4	9	9	0	0	8975	5	8	8	6	1	9	2
107	0	336	1	6	4	0	7	3	8992	3	8	8	9	6	9	2
	1	336	4	7	8	2	4	5	9009	2	0	5	0	2	7	1
	2	336	7	9	2	4	1	7	9026	0	3	6	7	9	3	6
	3	337	1	0	6	5	8	9	9042	8	8	4	2	6	8	7
	4	337	4	2	0	7	6	1	9059	7	4	7	4	5	2	4
	5	337	7	3	4	9	1	3	9076	6	2	6	3	4	4	7
	6	338	0	4	9	1	0	5	9093	5	2	0	9	4	5	6
	7	338	3	6	3	2	7	7	9110	4	3	1	2	5	5	1
	8	338	6	7	7	4	4	9	9127	3	5	7	2	7	3	2
	9	338	9	9	1	6	2	1	9144	2	9	8	9	9	9	9
108	0	339	3	0	5	7	9	3	9161	2	5	6	4	3	6	1

F I N I S.

BIBLIOTECA NAZ … VITT. … EMANUELE